**העלאת ציפיות והישגים. השפעתה של רפורמה רחבת היקף במתמטיקה**

**המנגישה את כל התלמידים למתמטיקה ברמה גבוהה.**

**ג'ו בואלר, אוניברסיטת סטנפורד, מייסד במשותף של אתר:** [**www.youcubed.org**](http://www.youcubed.org)**,**

**דיוויד פוסטר, מנכ"ל המיזם המתמטי של עמק הסיליקון**

**אבסטרקט**

מאמר זה מתעד ממצאים מהתערבות בדרך של השתלמות מקצועית למורים שניתנה בשמונה מחוזות של מוסדות חינוך בקליפורניה. רמת הלמידה של התלמידים במתמטיקה השתפרה באופן דרמטי לאחר שהמורים חדלו ללמד תלמידים בהקבצות לפי רמתם, לימדו את כל התלמידים ברמה גבוהה, העסיקו את התלמידים בביצוע מטלות בין-תחומיות וביצעו הערכות מעצבות. האזורים שבהם בוצעה ההתערבות הושוו עם אזורים אחרים שבהם לא הוכשרו מורים בדרכי ההוראה החדשות. התלמידים באזורי ההתערבות הגיעו להישגים טובים יותר באופן משמעותי לעומת אזורי ההשוואה האחרים במשימות של מבחני הסטנדרט של קליפורניה (CST) והערכת ביצועים במתמטיקה (MARS). מאמר זה סוקר את הסיבות להישגים הנמוכים בכיתות הקבצה וכן את ערכן של הערכות מעצבות ושל מטלות מתמטיות בין-תחומיות.

**הקדמה**

הצעות לשינויים בהוראת המתמטיקה בבתי הספר מעוררות לרוב חילוקי דעות ניכרים בארה"ב ואפילו הכרזת "מלחמה" (Boaler, 2009; Rosen 2001; Wilson, 2002). השמרנים נאבקים להשאיר את שיעורי המתמטיקה באותה מתכונת של תכנית ודרכי הוראה מסורתיות שהיו נהוגות במשך מאות בשנים, בייחוד אם הן הועילו להם בבית הספר. כל זאת למרות בסיס מוצק של הוכחות ממחקרים המעידות על ההשפעה החיובית של השינויים בכיתה, הכוללים הוראת מתמטיקה במובן הרחב ועירוב התלמידים בלמידה באופן פעיל (Boaler, 2009; Schoenfeld, 2002). הנתונים לגבי הישגי התלמידים במתמטיקה בארה"ב מעידים על הצורך בשינוי לאחר שכשלוש חמישיות ממספר התלמידים בארה"ב נכשלו במתמטיקה בלימודי K-16 (Silva & White, 2013) וארה"ב ניצבת במקום ה-36 הנמוך מתוך 65 מדינות בהישגים בבחינות הבינלאומיות במתמטיקה (PISA 2012). בסקר שנערך לאחרונה אמרו יותר מ-50% מתלמידי חטיבות הביניים שהיו מעדיפים לאכול ברוקולי מאשר לתרגל מתמטיקה (Raytheon-Company, 2012). מקצוע המתמטיקה הוא גם הלא-שוויוני ביותר מכל המקצועות; כאשר תלמידים לא לבנים ותלמידים מבתים עניים מפגינים הישגים ירודים ברמות מדהימות (Kozol, 2012, Rousseau & Tate, 2003). שפע הנתונים על הכישלון במתמטיקה, חוסר העניין וחוסר השוויוניות מגיעים בזמן שבו הצורך באוריינות כמותית בקרב האוכלוסייה גבוה מאי פעם (Boaler 2013b, Wolfram, 2010). למרות הנתונים הללו ו'משבר המתמטיקה' שבו מכירים רבים, קבוצות מסורתיות מסוימות פועלות ללא ליאות לשמר את אותן השיטות להוראת המתמטיקה שהביאו לרמת הכישלון וחוסר השוויון בכיתות ברחבי ארה"ב.

הסטנדרטים של "הליבה המשותפת" (Common Core) במתמטיקה – דהיינו, הסטנדרטים החדשים של תכנית הלימודים שעל פיהם פועלים ברוב המחוזות של מוסדות החינוך ברחבי ארה"ב – הביאו לשינויים קטנים בתכני המתמטיקה שאותם יש ללמד בבתי הספר, בליווי שינויים משמעותיים הרבה יותר בדרכי הפעולה המומלצות למורים בכיתות (<http://www.corestandards.org/>). הסטנדרטים לפרקטיקה מתמטית של "הליבה המשותפת" אינם מציגים ידע חדש שיש ללמד אותו, אלא פעולות מתמטיות הננקטות על ידי מתמטיקאים, שהן נחוצות לשם למידה מוצלחת ולצורך החיים בעידן הטכנולוגי החדש (Boaler, 2013b; RAND, 2002, October). הן כוללות פעולות חשובות, כגון פתרון בעיות, הבנת ההיגיון המתמטי, התמדה, הנמקה והעברת הידע המתמטי בדרכים שונות.

הצגת הסטנדרטים של "הליבה המשותפת" במתמטיקה וההערכות הקשורות אליהם עוררו התנגדות מצד מחנות שונים ורבים, תופעה שיש לצפות לה כאשר מוצע שינוי חברתי בקנה מידה רחב (Rosen, 2001). ההתנגדות המאורגנת ביותר מגיעה מברית שבה, קבוצות פוליטיות מסוימות המקשרות את תכנית הלימודים החדשה עם יריבים פוליטיים, חוברות למחנות מסורתיים ותיקים שמתנגדים לכל שינוי במתמטיקה הבית-ספרית. התנגדות אחרת צפויה פחות, מגיעה מהורים, שמקצתם חוששים משינוי, הואיל וילדיהם הצליחו בדגם המסורתי של הוראת המתמטיקה שבו מתבצעת הרפורמה, ומכאלה החוששים שילדיהם לא יהיו מסוגלים ללמוד בדרכים התובעניות יותר הנכללות ב"ליבה המשותפת" (Engel, 2014). לחששות האלה התלוו תהיות באם המורים מסוגלים לשנות את דרך הוראתם ולהוביל את התלמידים לרמות מתמטיות גבוהות. בהקשר זה, הנתונים שעליהם אנחנו מדווחים במאמר זה מעידים על ההשפעה של השתלמות מקצועית בעלת תכנית מוקפדת שניתנה בשמונה מחוזות של מוסדות חינוך בקליפורניה, שבהם הוכשרו המורים לפעול על פי מודל הוראה המתיישב עם הסטנדרטים המתמטיים החדשים של "הליבה המשותפת". את הנתונים החשובים הללו ראוי לחלוק.

שינוי באופן ההוראה הקשור בלמידה של התלמידים דורש הכשרה מקצועית באיכות גבוהה, שבה המורים עצמם לומדים לעסוק במתמטיקה ברמה גבוהה, ואשר במהלכה הם לומדים את שיטות ההערכה והשיטות הפדגוגיות שמעלות את הישגי התלמידים (Borko, 2004; Boston & Smith, 2009). מקצת מאלו המתנגדים ל"ליבה המשותפת" טוענים ששינוי רחב היקף באופן ההוראה של המורים הוא מטרה בלתי אפשרית, ואולם, למחוזות של מוסדות החינוך יש את המימון הדרוש כדי להכשיר את המורים (<http://www.cde.ca.gov/fg/fo/profie.asp?id=3434>). כמו כן, אוניברסיטאות סיפקו את הידע המחקרי הדרוש כדי ליצור את התוכן של ההכשרה המקצועית, בצרוף הוכחות הן למה שמצליח בכיתות (Boaler, 2009; Schoenfeld, 2002) והן לדרכים שמביאות לשינוי באופן ההוראה של המורים (Borko, 2004; Boston & Smith, 2009). קיימת אמונה רווחת שהמורים משתנים רק כאשר הם מקבלים הכשרה מקצועית מתמשכת ברמה איכותית גבוהה, וזו בוודאי דרך טובה ליצירת שינוי, אולם, חידושים מן העת האחרונה, לרבות קורס באינטרנט שנמשך שמונה שבועות ושינה את דרך הפעולה של המורים (Stanford, 2013), מאתגרים את הרעיון שהכשרה מקצועית חייבת להימשך תקופה ארוכה או אפילו להתקיים פנים מול פנים

(<https://ed.stanford.edu/news/new-online-course-learning-love-math>). ההתערבויות באמצעות האינטרנט נמצאות בראשית דרכן וטעונות מחקר קפדני, אולם הן מוסיפות נתונים מועילים בנוגע לתוכן של הכשרה מקצועית שמורים זקוקים לו על מנת להביא לשינוי. בהתערבות שאנחנו מדווחים עליה כאן ניתנה הכשרה מקצועית למורים בחטיבת הביניים בשמונה מחוזות של מוסדות חינוך בקליפורניה, והישגי תלמידיהם הושוו עם ההישגים של תלמידים ב-25 מחוזות של מוסדות חינוך אחרים שבהם לא ניתנה ההכשרה המקצועית, והם סיפקו דגימה השוואתית מתאימה. בהמשך המאמר נתאר את ההכשרה המקצועית שניתנה למורים, את השינויים שנעשו בכיתות ובנוגע להקבצות, ואת ההישגים של התלמידים שלמדו על פי גישת ההוראה החדשה, בהשוואה לאלו שלמדו בדרכים המסורתיות.

***ההתערבות***

המיזם המתמטי של עמק הסיליקון (להלן: "**מיזם עמק הסיליקון**") פעל עם מחוזות של בתי ספר ממלכתיים, בתי ספר פרטיים ובתי ספר עצמאיים במימון ממשלתי (charter schools) מאז 1996, ובמסגרתו הוענקה הכשרה מקצועית שתכליתה לשפר את הוראת המתמטיקה ואת למידת התלמידים. תיאוריית הפעולה של מיזם עמק הסיליקון היא שמורים משפרים את דרך הוראתם כשהם רוכשים ידע וכישורים חדשים באמצעות הכשרה מקצועית כוללת, אינטנסיבית ומתמשכת, וכי הישגים משופרים הם התוצאה של הוראתם המשופרת.

כישורים וידע משופרים

 של מורים

הישגים משופרים

הוראה משופרת

הכשרה מקצועית

 > > > > >

ההכשרה המקצועית שניתנת במיזם עמק הסיליקון היא תהליך מחזורי שבו המורים מעריכים את עבודת התלמידים על פי סטנדרטים גבוהים, בוחנים את תוצרי התלמידים וניתוח הבנתם, ולאחר מכן מפתחים אסטרטגיות ודרכי פעולה חינוכיות יעילות שמתיישבות עם הממצאים, ומתאימים את ההוראה לקידום הלמידה וההבנה של התלמידים. המורים לומדים לכוון לציפיות גבוהות מכל התלמידים וללמד את כולם ברמה גבוהה, לא רק את אלו שסווגו כמוכשרים יותר מהאחרים.

בשנת הלימודים 2005-2006 הוזמנו מחוזות של מוסדות חינוך על ידי מיזם עמק הסיליקון, להשתתף בתכנית לשיפור הוראת המתמטיקה לכיתות חטיבת הביניים מ-ו' ועד ח', בליווי מחקר למדידת יעילותה של התכנית. 25 מחוזות של מוסדות חינוך הגישו הצעות להכשרה מקצועית אינטנסיבית. מיזם עמק הסיליקון בחר בשמונה מחוזות של מוסדות חינוך על פי קבוצת קריטריונים רחבה שכללה את מגוון התלמידים, הנהגה יציבה ומחויבות. שמונת המחוזות הללו זוהו ככאלה שהיו מעוניינים בשלושה עקרונות כלליים: 1) שוויון ונגישות לכל התלמידים 2) ציפיות גבוהות מכל התלמידים ותמיכה בהם, ו- 3) הוראת תכנית מאוזנת של מושגים ותהליכים מתמטיים ופיתרון בעיות במתמטיקה. המחקר נערך בשיא העידן של "לא משאירים אף ילד מאחור" שבו התמקדו מחוזות רבים בשיפור הציונים בבחינות רחבות היקף לבדיקת הישגים (High Stakes Exams). מדינת קליפורניה אמצה מדיניות שדרשה מכל תלמידי כיתות ח' שליטה מצוינת באלגברה 1, אולם 65% מהתלמידים בקליפורניה לא עמדו בסטנדרט הזה.

תיאוריית הפעולה של מיזם עמק הסיליקון קראה להכשרה מקצועית אינטנסיבית למורים למתמטיקה ולתמיכה בשיתוף פעולה בתוך המחלקות למתמטיקה בזמן שהמורים עברו ללמד מתמטיקה משמעותית יותר את כל התלמידים. בשלוש השנים הבאות השתתפו מורי חטיבת הביניים בלימודי קיץ במכון במשך חמישה ימים, ובמפגשי הכשרה מקצועית במשך שמונה ימים מלאים בכל שנת לימודים. ההכשרה המקצועית כללה מחזורים של הערכה מעצבת, שבהם נתנו המורים לתלמידים מטלות בין-תחומיות מתכנית MARS להערכת ביצועים (Foster, Noyce, & Spiegal, 2007; Paek & Foster, April 15 2012), בחנו את עבודתם של התלמידים ותכננו שיעורי בחינה מחדש של חומר שכבר נלמד. בנספח הרצ"ב מוצגות שלוש מטלות MARS להערכת ביצועים במתמטיקה. לפרטים נוספים על הצורך בהערכה מעצבת בכיתות ועל השיטות שמורים יכולים לנקוט באמצעות מחזורים של הערכה מעצבת ראו (Black & Wiliam, 1998) וכן (Black, Harrison, Lee, Marshall, & Wiliam, 2002; Black & Wiliam, 1998) בהתאמה. המורים למדו להיעזר במטלות הבין-תחומיות במתמטיקה שבהן הייתה דרישה קוגניטיבית גבוהה (Stein, Smith, Henningsen, & Silver, ,2000) והן תבעו מהתלמידים חשיבה מתמטית קונספטואלית.

בשמונה המחוזות של מוסדות הלימוד ניתנה התחייבות בתחילת הפרויקט להוראת מתמטיקה ברמה גבוהה לכל התלמידים. עבור חמישה מהמחוזות משמעות הדבר הייתה שלא יהיו עוד הקבצות וכיתות ברמה נמוכה. בשלושת המחוזות האחרים היו עדיין כיתות 'מואצות', אך בכל הכיתות לימדו את אותם נושאים באמצעות אותן בעיות מתמטיות. המעבר להוראת כל התלמידים ברמה תכנית גבוהה הוא אות מבשר חשוב להישגים גבוהים, מאחר שהמחקרים הראו בהתמדה את ההשפעה השלילית שיש להקבצות על ההישגים המתמטיים הכוללים של התלמידים (Boaler & Staples, 2005; Burris, Heubert, & Levin, 2006; Oakes, 2000). במחוזות ההשוואה ההוראה נותרה שמרנית: התלמידים חולקו להקבצות של בעלי הישגים גבוהים ובעלי הישגים נמוכים, נעשתה הערכה מעצבת מינימאלית, ורק מורים אחדים השתתפו בהכשרה מקצועית אינטנסיבית. המטרה העיקרית הייתה ללמד למבחנים רחבי ההיקף לבדיקת הישגים של המדינה (High Stakes Exams).

בעבודה משותפת בתחומי מחלקות המתמטיקה שלהם, המורים במחוזות ההתערבות עסקו במחזור של הערכה מעצבת (Briars, Asturias, Foster, & Gale,2013; Foster & Poppers, 2011). המורים בחרו והטילו על התלמידים סדרה של מטלות MARS נפוצות להערכת ביצועים; ערכו מפגשים כדי לתת ציונים ולנתח את עבודות התלמידים, וזיהו דרכי הוראה מוצלחות וטעויות וקונספציות שגויות שהיו נפוצות. תהליך זה סייע למורים לזכות בידע רחב יותר, הן בנוגע לתכנים המתמטיים והן לגבי דרכי ההוראה, וכן לעצב וללמד שיעורים חדשים לבחינה מחדש של מושגים מתמטיים חשובים ביחד עם התלמידים. צוותי ההנהגה של המחוזות נפגשו בקביעות כדי לוודא שכל התלמידים זוכים לאותה הוראה מתמטית באיכות גבוהה.

במחקר זה אנחנו משווים את תוצאות ההישגים בשמונה מחוזות ההתערבות עם 25 מחוזות ההשוואה במיזם עמק הסיליקון. בשנים 2005-2006 נאספו נתוני קו התחלה כדי לבחור מחוזות שהיו דומים מבחינת הדמוגרפיה של התלמידים, רמת הישגיהם הקודמים והשתתפות בקורסים למתמטיקה ברמה גבוהה באותו זמן. האינדיקטורים הדמוגרפיים כללו את אחוזי התלמידים שהיו זכאים לקבל ארוחת צהריים חינמית או בתשלום מופחת; את אחוז לומדי השפה האנגלית, את ההרכב האתני, ואת אחוז התלמידים שהוריהם היו חסרי השכלה אוניברסיטאית. המחוזות שקיבלו את ההתערבות היו בעלי המספר הגבוה ביותר של תלמידים שהיו זכאים לקבלת ארוחת צהריים חינמית או בתשלום מופחת, והיו בהם יותר תלמידים לומדי השפה האנגלית ותלמידים לא לבנים. בשנים 2006/7 גויסו המחוזות של מוסדות החינוך למחקר, ובמהלך 2007-2009 ניתנה למורים הכשרה מקצועית אינטנסיבית.

טבלה 1: החלוקה הדמוגרפית של התלמידים

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| הדמוגרפיה של התלמידים | **מחוזות ההתערבות** | **מחוזות ההשוואה** |
| אחוז התלמידים הכשירים לארוחות חינמיות או בתשלום מופחת | 30% | 25% |
| לומדי השפה האנגלית | 21% | 17% |
| אינדיאנים אמריקאים, אפרו-אמריקאים,היספנים/לטינו אמריקאים, ילידי איי האוקיינוס השקט ופיליפינים | 65% | 59% |
| הורים חסרי השכלה אוניברסיטאית | 43% | 30% |

טבלה 2 מראה את הישגי התלמידים בשתי הקבוצות לפני ההתערבות. ב-2006 ערכו 33 מחוזות של מוסדות חינוך את בחינות האביב המסכמות MARS להערכת ביצועים, והתלמידים ניגשו לבחינות הסטנדרט של קליפורניה (CST). התלמידים במחוזות ההתערבות הגיעו לציונים שהיו בערך באותן רמות כמו אלו של התלמידים ב-25 מחוזות ההשוואה.

טבלה 2: הישגי התלמידים לפני ההתערבות

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **מחוזות ההתערבות** | **מחוזות ההשוואה** |
| תלמידי חטיבות הביניים במחקר | 2489 | 6378 |
| אחוז התלמידים שעמדו בבחינות הסטנדרט (CST) של קליפורניה ב-2006 | 32% | 36% |
| אחוז התלמידים שעמדו בסטנדרטים של הערכת ביצועים MARS ב-2006 | 20% | 22% |

***התוצאות***

כאשר המורים למתמטיקה בשמונה מחוזות של מוסדות חינוך למדו לכוון לציפיות גבוהות מכל התלמידים והעסיקו אותם במטלות בין-תחומיות, התלמידים הגיעו לרמות גבוהות יותר במידה משמעותית, הן בבחינות המדינה המצומצמות והן בבחינות הקונספטואליות הרחבות יותר במתמטיקה. טבלה 3. מראה שבתום המחקר בן שלוש השנים, התלמידים במחוזות ההתערבות הגיעו להישגים גבוהים יותר במידה משמעותית, הן בבחינות הסטנדרט של קליפורניה והן בבחינות MARS להערכת ביצועים. בבחינות הסטנדרט של קליפורניה. 33% אחוזים מהתלמידים במחוזות ההשוואה עמדו בסטנדרטים לעומת 48% מהתלמידים במחוזות ההתערבות. בחינת MARS מעריכה מתמטיקה קונספטואלית, והיא הראתה ש-18% מהתלמידים במחוזות ההשוואה עמדו בסטנדרטים לעומת 38% במחוזות ההתערבות.

טבלה 3: הישגי תלמידים לפני ואחרי ההתערבות.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | מחוזות ההתערבות | מחוזות ההשוואה |
| תלמידי חטיבות הביניים במחקר | 2489 | 6378 |
| אחוז התלמידים שעמדו בבחינות הסטנדרט של קליפורניה ב-2006 | 32% | 36% |
| אחוז התלמידים שעמדו בסטנדרט MARS להערכת ביצועים ב-2006 | 20% | 22% |
| אחוז התלמידים שעמדו בבחינות הסטנדרט (CST) של קליפורניה ב-2009 | 48% | 33% |
| אחוז התלמידים שעמדו בסטנדרט MARS להערכת ביצועים ב-2009 | 38% | 18% |

תרשים 1. הישגי התלמידים, לפני ואחרי ההתערבות, בבחינות הסטנדרט של קליפורניה ובבחינות MARS להערכת ביצועים

|  |
| --- |
| 60% \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_50% \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ CST במחוזות ההתערבות40% \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ CST CST במחוזות ההשוואה 30% \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ MARS במחוזות ההתערבות20% \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ MARS MARS במחוזות ההשוואה10% \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_0% \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_כיתה ה' (2006) כיתה ח' (2009) |

20% יותר סטודנטים במחוזות ההתערבות עמדו בסטנדרטים של מבחני MARS, המהווים הערכה חשובה להבנה מתמטית. הבדל גדול זה מוסבר בחלקו, אך לא במלואו, בעובדה שההכשרה המקצועית שקיבלו המורים כללה את העסקת התלמידים במטלות MARS. ביצועי התלמידים ב- MARS הם בעלי חשיבות שכן הם מעידים על כך שהתלמידים למדו לעבוד ברמות קוגניטיביות גבוהות, לנקוט גישות לא שגרתיות, ליישם הבנה קונספטואלית ולנמק ולהצדיק את מסקנותיהם. כל אלה הן דרכי עבודה שתלמידים זקוקים להן כדי לעשות שימוש יעיל במתמטיקה בעולם (Boaler, 2013), והן גם דרכי העבודה שזוכות לעידוד בשיטות המתמטיות של "הליבה המשותפת" ואשר ייכללו בהערכות החדשות שלה.

הביצועים המתמטיים של התלמידים שעבדו בקבוצות הטרוגניות על מטלות מתמטיות בין-תחומיות הם ממצא בעל חשיבות רבה לאור הכישלון רחב ההיקף במתמטיקה בארצות הברית. המורים במחוזות מוסדות הלימוד שקיבלו הכשרה מקצועית יישמו בקפידה את השינויים שהומלצו, ובתום המחקר דיווחו 90% מהמורים למתמטיקה בחטיבות הביניים שהם הנהיגו שיטות להערכה מעצבת תוך שימוש במטלות הזמינות במאגר MARS. שני שלישים ממורי ההתערבות גם דיווחו שהשלימו את המחזור של הערכה מעצבת, לרבות תכנון והוראה של שיעורים לבחינה מחדש. המורים גם דיווחו שהם תכננו להמשיך ללמד בשיטות החדשות ולעשות שימוש במטלות החדשות שלמדו, כפי ששלושה מורים דיווחו בראיונות:

"לא הייתי צריך להוציא את ספר המתמטיקה שלי משום שאני מרגיש נוח לתת בעיה בין-תחומית ולדעת שהם עובדים עליה ושואלים יותר זה את זה – במקום דף עבודה. בדרך זו התלמידים שלי פותרים פי שניים יותר בעיות ואפילו לא שמים לב לכך."

"אנחנו נעזרים בהערכות באותה דרך כמו עם MARS. אנחנו משתמשים בהן לצורך הצעדים הבאים. אני משתמש בהערכות יותר מאשר קודם. בעבר הייתי רק מסתכל על התוצאות ואומר "נו טוב," ועובר הלאה. עכשיו מדובר יותר בהערכה לאורך הדרך... עכשיו אני יודע טוב יותר מה לחפש כשאני מסתובב [בכיתה]. אני יודע כיצד להתערב. עכשיו אני מבין ויכול להתעמק כדי לעזור לתלמידים שלי."

""הצגת שאלות היא הדבר הגדול שאנחנו מנסים לעשות. לא רק שאלות של כן או לא, אלא שאלות שדורשות מהתלמידים להתקדם. אני חוקר וכך הם רואים מה חסר להם. זה אחד הדברים הקשים ביותר ללמידה, אבל הוא בעל ערך רב מאד."

בנוסף לידע המוגבר של המורים בדבר הדרכים להעסקת התלמידים ולעבודת התלמידים על מטלות מתמטיות בין-תחומיות, התלמידים למדו בקבוצות הטרוגניות, בעוד שהתלמידים במחוזות ההשוואה למדו בכיתות רגילות ומתקדמות. מספר משמעותי רב יותר של תלמידים ממחוזות התערבות ללא הקבצות הגיעו למצוינות בציונים או לרמות מתקדמות בשתי ההערכות שדווח עליהן. הממצא הזה מתיישב עם מחקר אחר שנערך על קבוצות המבוססות על יכולת, שמראה כי תלמידים שלמדו בהקבצות משיגים ציונים נמוכים באופן כולל. (Boaler & Staples, 2005; Burris et al,. 2006; Oakes, 2000). בוריס, הוברט ולווין (2006) ערכו מחקר בקנה מידה גדול על הקבצות במתמטיקה, ועקבו אחרי שש קבוצות של תלמידים בחטיבות הביניים במדינת ניו יורק. בשלוש השנים הראשונות, התלמידים למדו מתמטיקה בהקבצות, כשחלק מהתלמידים התקדמו ולמדו ברמות גבוהות יותר. בשלוש השנים הבאות חדלו המחוזות מחלוקה להקבצות, ובכל הכיתות לימדו מתמטיקה ברמה גבוהה. התלמידים בשלוש השנים האחרונות של המחקר שלמדו בקבוצות הטרוגניות השיגו רמות גבוהות במתמטיקה באופן כולל. הם השתתפו בשיעורי מתמטיקה מתקדמים בתיכון, ועברו את מבחני המדינה שנה מוקדם יותר. התלמידים בטווחי ההישגים הנמוך, האמצעי והגבוה הפיקו תועלת מכך שלמדו ביחד ולא הוצבו בהקבצות (Burris, Heubert & Levein, *AERJ, 43(1)*, 103-134).

הורים רבים וחלק מהמורים סבורים באופן נחרץ שתלמידים יוצאים נשכרים מכך שהם מקודמים לכיתות מתקדמות שעוברות במהירות על תכנים ברמה גבוהה. אולם המחקרים הראו שהתקדמות מוקדמת עלולה להזיק לתלמידים. במחוזות ההשוואה במחקר שלנו, 65% מהתלמידים שלמדו בכיתות מואצות נדרשו לחזור על השיעורים כשעברו לתיכון. תלמידים שחוזרים על שיעורים במתמטיקה נכנסים לרוב למחזור של כישלון (Finkelstein, Fong, Tiffany-Morales, Shields, & Huang, 2012), והוכחות שהתקבלו לאחרונה על תכניות 'למחוננים ומוכשרים' (G&T), מעידות שבתכניות כאלה עלולה להיות השפעה לרעה על ציוני התלמידים במתמטיקה (Bui, Craig, & Imberman, 2012).

**מסקנות**

קשה להביא לשינויים בתחום המתמטיקה גם אם המניע להם הוא נתוני כישלון מדהימים. המורים נוטים ללמד בדרך שבה לימדו אותם (Lortie, 1975) ובכך לאפשר את המשכו של מודל שגוי, אך מתמיד, של הוראה מסורתית. אחד התחומים שבו היה קשה במיוחד לגרום לשינוי נוגע להקבצות הכיתתיות הנהוגות במתמטיקה. מורים והורים רבים מניחים שהדרך הטובה ביותר ללמד תלמידים היא להחליט מראש על היכולת שלהם ללמוד ולאחר מכן ללמד אותם בהתאם. אולם ההוכחות מעשרות שנות מחקר מעידות שכאשר מלמדים תלמידים בקבוצות הטרוגניות, בליווי שיטות הוראה טובות, הם מגיעים להישגים ברמות גבוהות יותר (Boaler, 2009, Cohen & Lotan, 2014). ארצות שבהן לא נהוגות הקבצות לפי יכולת התלמידים, כמו אלה הרווחות בבתי הספר בארה"ב, עומדות בראש הרשימה בהישגים בעולם. בארצות שונות בתכלית כמו פינלנד וסין, החשיבה הרווחת היא שיש לעודד את כל התלמידים ללמוד מתמטיקה ברמות גבוהות (Sahlberg, 2013). אחת המסקנות של האנליסטים הבינלאומיים שבוחנים נתוני ביצוע ברחבי העולם היא שהארצות בעלות הביצועים הגבוהים ביותר הן אלו שבהן יש הכי פחות הקבצות על בסיס יכולת ויש אותן מאוחר ככל האפשר (Burstein, 1993).

קיימות מספר סיבות מדוע הקבצה על בסיס יכולת קשורה להישגים נמוכים. שלוש מהחשובות ביותר קשורות לסיבות הבאות:

1) המסר המועבר לתלמידים

כאשר התלמידים מקבלים מסרים מקובעים לגבי הפוטנציאל שלהם – הקביעות שהם פיקחים או אינם כאלה – הם מפתחים "חשיבה מקובעת". דפוסי חשיבה כאלה משפיעים במידה רבה על הלמידה של התלמידים ובטווח הארוך הם נקשרים להישגים נמוכים ולהימנעות מעבודה קשה (Blackwell, Trzesniewski, & Dweck, 2007; Boaler, 2013a; Dweck, 2006b). במחקר שנערך לאחרונה נמצא שהתלמידים שהושפעו במידה הרבה ביותר ממסרים 'מקובעים' היו אלה שהוצבו בהקבצות הגבוהות (Romero, 2013). הקבצה לפי יכולת שולחת לתלמידים מסר של דפוס חשיבה מקובע – שהם פיקחים או שאינם כאלה – וחשיבה לפי דפוס מקובע מזיקה לתלמידים מהיבטים רבים של למידה (Dweck, 2006) ובכל רמות ההישגים. אחת מקבוצות התלמידים בעלי דפוס החשיבה המקובע המתמיד והמזיק ביותר הוא של נערות הישגיות שבאופן מתמיד נמנעות מנושאי STEM (לימוד מדעים בגישה בין-תחומית) ברמות גבוהות (Boaler, 2014; Dweck, 2006a). אנשי חינוך והורים רבים מבינים שכאשר תלמידים מוצבים בהקבצה בינונית או נמוכה ומקבלים חומר לימודי קל, סיכוייהם להגיע להישגים גבוהים פוחתים, אולם הוכחות מחקריות מעידות שגם התלמידים בהקבצות הגבוהות עלולים להינזק בצורה דומה.

2) הבעיות המתמטיות במשימות הלימוד בכיתה

כאשר מורים מציבים תלמידים בהקבצות על פי יכולת, הם לרוב מניחים שכולם באותה רמה ומכינים את אותה משימת לימוד לכולם, למרות ההבדלים הגדולים בצורכי הלמידה של התלמידים. התלמידים מתפתחים בקצב ובזמנים שונים ולומדים במהירות שונה. המשמעות היא שהוראה טובה דורשת מתן משימה שאותה יוכלו לבצע תלמידים שונים ברמות שונות. בכיתות של מיזם עמק הסיליקון הוכשרו המורים לספק בעיות מתמטיות שתלמידים יכלו לעבוד עליהן ברמות שונות; הן היו נגישות לתלמידים שלומדים ברמות נמוכות, אך היו בהן גם הרחבות ללומדים ברמות הגבוהות. בעיות עם 'סף תחתון נמוך – 'סף עליון גבוה' הן אלה שנגישות לכל התלמידים, ושאותן ניתן גם לקחת לרמות גבוהות מאד (לדוגמה, ראו:

https://www,youtube.com/watch?v=pOOW0hQgVPQ). כשכל התלמידים מקבלים עידוד ללמוד ברמות גבוהות, ומספקים להם משאבים מתמטיים טובים שניתן להרחיב אותם ולהבדיל ביניהם, ההישגים עולים.

3) ההשפעות המזיקות של מהירות

הורים של תלמידים הישגיים סבורים לרוב שילדיהם יגיעו בסופו של דבר לציוניים גבוהים אם ילמדו תכנים ברמה גבוהה מוקדם יותר ויתקדמו לכיתות בעלות רמה גבוהה בגיל צעיר. אולם, כשמאיצים בתלמידים להתקדם מהר בחומר הלימוד מאבדים לרוב את היכולת הקריטית לחשוב ולנמק. תלמידים מתקדמים מפתחים לרוב מהירות פרוצדוראלית, אך הם חסרים את עומק ההבנה שהם זקוקים לה כדי להצליח לפתור בעיות מורכבות, ורבים מפנים עורף למתמטיקה מוקדם ככל שהם יכולים. במחוזות ההשוואה במחקר זה, שני שלישים מהתלמידים שהתקדמו באלגברה נאלצו בסופו של דבר לחזור על המקצוע בתיכון. בפינלנד, אחת הארצות שבהן הביצועים במתמטיקה הם הטובים בעולם, התלמידים לא הולכים לבית הספר לפני גיל 7, והם מתחילים ללמוד שיטות מתמטיות רשמיות שלוש שנים מאוחר יותר מאשר רוב התלמידים בארה"ב (Sahlberg, 2013), עם זאת, התלמידים הפינים עולים בביצועיהם על התלמידים בארה"ב בפער ניכר. בכיתה ח' 15.3% מהתלמידים הפינים הגיעו לרמות הגבוהות ביותר במבחני המתמטיקה PISA לעומת 8.8% בלבד מהתלמידים בארה"ב. (PISA 2012).

על פי קונספציה שגויה נפוצה, כאשר תלמידים בעלי רמות הישגים שונות מעורבים בכיתות, בעלי ההישגים הגבוהים סובלים מהזנחה. ואולם המחקרים הראו שההפך הוא הנכון, מפני שבעלי ההישגים הגבוהים הם לרוב אלו שיוצאים הנשכרים ביותר מקבוצה הטרוגנית (Boaler & Staples, 2005). היתרונות שהם מפיקים נובעים מההזדמנויות שהם מקבלים להעמיק יותר, מההזדמנויות להסביר את העבודה לאחרים, דבר שמעמיק את הבנתם הם, וממשימות שהם יכולים להרחיב לרמות גבוהות מאלה שהתלמידים מקבלים לרוב בהקבצות.

אחד התחומים שזקוקים הכי הרבה לשינוי בארצות הברית הוא השימוש הנפוץ במודלים לא יעילים של הקבצות תלמידים, בייחוד במתמטיקה. מודלים יעילים של הקבצות תלמידים מוכרים היטב ומתועדים במחקר (Boaler, 2009) וצריך היה להשתמש בהם בבתי ספר רבים יותר בארה"ב. חלק מהמחוזות של מוסדות החינוך מכירים בידע המחקרי הקיים ומבטלים כיתות מתקדמות בשנים המוקדמות. מועצת החינוך בסן פרנציסקו למשל, אחד ממחוזות מוסדות החינוך האורבניים הגדולים ביותר בקליפורניה, הצביעה לאחרונה פה אחד על ביטול כיתות מתקדמות עד כתה י', ומתן ההזדמנות לכל התלמידים להצטיין עד אז. בכיתה י' התלמידים לומדים לרוב בכיתות ברמות שונות, ובעלי הישגים גבוהים עדיין יכולים ללמוד בקורס BC calculus לפני שהם מסיימים את בית הספר התיכון (ראו

<https://www.youtube.com/watch?v=pOOW0hQgVPQ>).

תחום אחר שבו יש צורך בשינוי גדול מאד בארה"ב נוגע להערכה הנעשית בשיעורי המתמטיקה. בהכשרה המקצועית שניתנה במחוזות ההתערבות, המורים הוכשרו להשתמש פחות בהערכות מסכמות (מבחנים וציונים) ויותר בהערכה מעצבת, וכן, לתת לתלמידים משוב על עבודתם שיעזור להם ללמוד, במקום רק ציון, דרוג או תוצאת בחינה (Black & Wiliam, 1998). המתמטיקה היא מקצוע שהכי טעון בבחינות יתר ובעודף ציונים בתכנית הלימודים, והבחינות והציונים הבלתי פוסקים הללו הם אחת הסיבות מדוע כל כך הרבה תלמידים מרגישים שאינם מצליחים במתמטיקה. התלמידים במחוזות ההתערבות עסקו פחות בהערכה מסכמת ויותר בהערכה מעצבת, שהייתה חלק מההוראה החשובה שאותה חוו.

התלמידים במחוזות ההתערבות גם עברו מעבודה על שאלות קצרות במתמטיקה למטלות בין-תחומיות ארוכות, שדרשו מהם חשיבה לעומק, חקירת רעיונות מתמטיים ועבודה קונספטואלית. ההשפעה של ההכשרה המקצועית שזכו לה המורים נראתה בבירור בהישגים המשופרים של התלמידים. יש הסבורים ששיפורים רחבי היקף בהוראת המתמטיקה, עם תלמידים שעובדים על מתמטיקה מאתגרת וקונספטואלית הם קשים מדי להשגה על ידי המורים למתמטיקה בארה"ב (Engel, 2014). השוואות של ביצועים בבחינות בזירה הבינלאומית גורמות לרוב לאנליסטים לשער שהישגים גבוהים באים מכוח הוראה כשיר יותר בארצות אחרות. חשיבה שלילית על אודות יכולתם של המורים בארה"ב גם עמדה מאחורי טיעוניהם של המתנגדים לשינויים המקודמים באמצעות הליבה המשותפת. הנתונים המובאים במאמר זה מעידים ששינויים כאלה ניתנים להשגה. כאשר מורים זוכים להערכה וליחס מקצועי, דברים שנעדרו מרוב ההכשרה המקצועית בשנים האחרונות בארה"ב, הם מגיבים בדרכים משמעותיות. אנליסטים רבים נושאים את עיניהם אל ההישגים של סין, שתלמידיה משנחאי ניצבים כיום במקום הראשון בהישגים במתמטיקה בעולם בפער מרשים (PISA, 2012). אולם אחת הסיבות שהתלמידים מצליחים בסין היא הזמן שהמורים מקבלים כדי ללמוד. בסין ההוראה היא מקצוע של לימוד מתמשך, שבו המורים לומדים את השיעורים של עמיתיהם ומשקיעים שעות רבות בתכנון שיעורים טובים. הם מלמדים בכיתות הרבה פחות שעות שבועיות מאשר המורים בארה"ב, אך משקיעים יותר זמן בלימוד מחוץ לכיתה (Stevenson, 1994; Stigler & Stevenson, 1991). התוצאה של זמן לימוד מקצועי כזה בסין היא ההוראה של מתמטיקה קונספטואלית, שאותה מלמדים את כל התלמידים, ואלה מפתחים הבנה מתמטית עמוקה במידה מרשימה (ראו דוגמה באתר [www.youcubed.org](http://www.youcubed.org) ביולי/אוגוסט).

בהכשרה המקצועית שתוארה במחקר זה המורים קיבלו זמן ללמוד – זמן סביר בכל מחוזות מוסדות הלימוד – 5 ימים בקיץ ו-8 ימים בשנת הלימודים. הם עסקו במתמטיקה בעצמם בדרכים שהתלמידים אמורים לעסוק בהן מבחינה מתמטית, והם זכו ליחס שניתן לאנשי מקצוע. הזמן שהמורים קיבלו כדי ללמוד תורגם להישגי התלמידים. בארה"ב עלינו לתת אמון בכוח ההוראה שלנו ולסמוך על ההוכחות המחקריות שנאספו במשך עשרות שנים בנוגע להוראה ולמידה של מתמטיקה באיכות גבוהה. אמון כזה נעדר מארה"ב זה זמן רב. כשאנו מבטלים את המיתוסים לגבי סוג האנשים שיכולים ללמוד מתמטיקה (Boaler, 2013a, 2013b) ומשקיעים בזמן הלימוד של המורה, התלמידים לומדים מתמטיקה ברמות גבוהות. התוצאות שדווחו במחקר זה, אף שהן מרשימות, מותירות מקום לשיפורים, ומטרתנו צריכה להיות כזו שבה כל התלמידים ישיגו רמה של מצוינות או רמה מתקדמת במתמטיקה. מטרות כאלה הן בנות השגה, אך הן יושגו רק אם אנחנו כאומה נעלה את הציפיות שלנו, הן לגבי לימוד המתמטיקה על ידי התלמידים והן לגבי המורים שמלמדים אותם.

ביבליוגרפיה

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D (2002). *Working inside the black box:* *assessment for learing in the classroom*. London: Dept of Education & Professional Studies, King's College.

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the Black Box: Raising Standards through Classroom Assessment. *Phi Delta Kappan, October,* 139-148.

Blackwell, L., Trzesniewski, K., & Dweck, C.S (2007). Implicit Theories of Intelligence Predict Achievement Across an Adolescent Transition: A longitudinal Study and an Intervention. *Child Development, 78(1)*, 246-263.

Boaler, J. (2009). *What's Math Got To Do With It? How Parents and Teachers Can Help Children Learn to Love Their Least Favorite Subject*. New York: Penguin.

Boaler, J. (2013a). Ability and Mathematics: The Mindset Revolution That Is Reshaping Education. *FORUM*, 55(1), 143-152.

Boaler, J. (2013b, Nov 12 2013). The Stereotypes That Distort How Americans Teach and Learn Math. *The Atlantic.*

Boaler, J. (2014). Changing The Conversation About Girls and STEM (T.W.H.C. o. W. a. Girls, Trans.) Washington DC: The White House.

Boaler, J., & Staples, M. (2005). Transforming Students' Lives through an Equitable Mathematics Approach: The Case of Railside School. *Teachers College Record,* *110*(3), 608-645.

Borko, H. (2004). Professional Development and Teacher Learning: Mapping the Terrain. *Educational Researcher,* *33*(8), 3-15.

Boston, M., & Smith, M. (2009). Transforming Secondary Mathematics Teaching: Increasing the Cognitive Demands of Instructional Tasks Used in Teacher's Classrooms. *Journal for Research in Mathematic Education*, *40*(2), 119-156.

Briars, D., Asturias, H., Foster, D., & Gale, M. (2013). Implementing the Teaching-Assessing-Learning *Cycle Common Core Mathematics in a PLC* *at Work Grades 6-8*: Publication Solution Tree

Bui, S., Craig, S., & Imberman, S. (2012). Poor Results for High Achievers: New Evidence on the Impact of Gifted and Talented Programs. Education Next.

Burris, C., Heubert, J., & Levin, H. (2006). Accelerating Mathematics Achievement Using Heterogeneous Grouping. *American Educational Research Journal, 43*(1), 103-134.

Burstein, L. (1993). *The IEA Study of Mthematics. III: Student Growth and Classroom Processes*. Oxford: Pergamon Press.

Cohen, E., & Lotan, R. (2014). *Designing Groupwork: Strategies for the Heterogenous Classroom, Third Edition*. New York: Teachers College Press.

Dweck, C.S. (2006a). Is Math a Gift? Beliefs That put Females at Risk. In W.W.S.j.Ceci (ED.), *Why Aren't More Women in Science? Top Researchers Debate the Evidence.* Washington DC: American Psychological Association.

Dweck, C.S. (2006b). *Mindset: The New Psychology of Success*. New York: Ballantine Books. Engel, P. (2014). Why Parents Hate Common Core Math.

Finkelstein, N., Fong, A., Tiffany-Morales, J., Shields, P.M., & Huang, M. (2012), College Bound in Middle School & High School? How Math Course Sequences Matter. <http://www.cftl.org> Sacramento: The Center for the Future of Teaching & Learning at WestEd.

Foster, D., Noyce, P., & Spiegal. (2007). When Assessment Guides Instruction Silicon Valley's Mathematics Assessment Collaborative. In MSRI (Ed.), *Assessing Mathematical Proficiency* (Vol. 53).

Foster, D., & Poppers, A. (2011). How Can I Get Them to Understand? Formative Assessment and Reengaging Students in Core Mathematics *New Frontiers in Formative Assessment*: Harvard University Press.

Kozol, J. (2012). *Savage* *Inequalities: Children in America's Schools*. New York: HarperPerennial

Lortie, D.C. (1975). *Schoolteacher: A sociological study*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

Oakes, J. (2000). *Keeping Track: How Schools Structure Inequality*: Yale University Press.

Paek, P., & Foster, D. (April 15 2012). *Improved Mathematical Teaching Practices and Student Learning Using Complex Performance Assessment Tasks*. Paper presented at the National Council on Measurement in Education Vancouver, Canada.

PISA. (2012). PISA 2012 Result in Focus. What 15-year-olds Know and What they Can Do With What They Know. Paris, France: OECD.

RAND, M.S.P. (2002, October). Mathematical proficiency for all students: Toward a strategic research and development program in mathematics education (DRU-2773-OERI). Arlington, VA: RAND Educaton & Science and Technology Policy Institute.

Raytheon-Company (2012). Math Relevance to US Middle School Students: A Survey Commissioned by Raytheon Company: Raytheon Company.

Romero, C. (2013). *Coping with challenges during middle school: The role of implicit theories of emotion.* Retrieved from <http://purl.stanford.edu/ft278nx7911>

Rosen, L. (2001). Myth Making and Moral Order in a Debate on Mathematics Education Policy. In M. Sutton & B.A.U. Levinson (Eds.), *Policy as Practice: Toward a Comparative Sociocultural Analysis of Educational Policy* (Vol. 1, pp. 295-316). Westport: Ablex Publishing.

Russeau, C., & Tate, W. (2003). No Time Like the Present: Reflecting on Equity in School Mathematics. *Theory into Practice*, *42*(3), 210-216.

Sahlberg, P. (2013). *Finnish* *Lessons*: *What Can the World Learn From Educational Change in Finland*. New York: Teachers College Press.

Schoenfeld, A. (2002). Making Mathematics Work For All Children: Issues of Standards, Testing, and Equity. *Educational Researcher* (Jan-Feb 2002).

Silva, E., & White, T. (2013). Pathways to Improvement: Using Psychological Strategies to help College Students master Developmental Math: Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching.

Standford, P. (2013). Maturing of the MOOC. Retrieved 2 Nov., 2013.

Stein, M.K., Smith, M., Henningsen, M., & Silver, E. (2000). *Implementing Standards Based Mathematics Instruction: A Case Book for Professional Development*. New York: Teachers College press.

Wilson, S. (2002). *California Dreaming: Reforming Mathematics Education*. New Haven: Yale University Press.

(2010). *Teaching Kids Real Math with Computers*

**נספח: שלוש מטלות MARS**

**תלבושות בייסבול**

הבעיה המובאת כאן מעניקה לכם הזדמנות:

לעבוד על משוואות שמציגות מצבים מהחיים האמיתיים

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ביל עומד להזמין תלבושות ספורט חדשות לקבוצת הבייסבול שלו.

בחזית התלבושת יהיה מודפס הלוגו של הקבוצה.

ביל מבקש משתי חברות הצעת מחיר.

1. המחיר של חברת 'פרינט איט' הוא $21.50 לכל תלבושת ספורט.

האות n מסמנת את מספר התלבושות שהוזמנו, ו- c את העלות הכוללת בדולרים.

כתבו משוואה המראה את העלות הכוללת של התלבושות מחברת 'פרינט איט'. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2. חברת 'טופ פרינט' מציעה עלות קבועה חד-פעמית של $70 ובנוסף $18 לכל תלבושת ספורט.

 האות *n*מסמנת את מספר התלבושות שהוזמנו ו- *c* את העלות הכוללת בדולרים.

כתבו משוואה המראה את העלות הכוללת של תלבושות הספורט מחברת 'טופ פרינט'.

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. ביל מחליט להזמין 30 תלבושות ספורט מחברת 'טופ פרינט'.

 בכמה יעלו התלבושות יותר אם יקנה אותן מחברת 'פרינט איט'?

 פרטו את כל חישוביכם.

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. השתמשו בשתי המשוואות משאלות 1 ו-2 כדי לחשב כמה תלבושות יצטרך ביל לקנות במחיר של 'טופ פרינט' כדי שיהיה נמוך מהמחיר של 'פרינט איט'. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 הסבירו כיצד חישבתם את התוצאה.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**בני כמה הם?**

בעיה זו מעניקה לכם הזדמנות:

* ליצור ביטויים מתמטיים
* ליצור ולפתור משוואה לפתירת בעיית גיל

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

וויל הוא בן *w* שנים.

בן מבוגר ממנו בשלוש שנים.

1. נסחו ביטוי מתמטי כאשר האות *w* מסמנת את הגיל של בן.

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

גילו של ז'אן כפול מזה של בן.

2. נסחו ביטוי מתמטי כאשר האות *w* מסמנת את גילו של ז'אן

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

אם מחברים יחד את הגילאים של וויל, בן וז'אן, הסך הכול הוא 41 שנים.

3. נסחו ופתרו משוואה לחישוב גילם של וויל, בן וז'אן.

וויל הוא בן \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

בן הוא בן\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ז'אן הוא בן\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

פרטו את חישוב התוצאה.

4. בעוד כמה שנים יהיה גילו של ז'אן כפול מזה של וויל? \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ שנים

הסבירו כיצד חישבתם את התוצאה.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**כפתורים**

הבעיה המובאת כאן מעניקה לכם הזדמנות:

 לתאר, להרחיב, ולעשות הכללות לגבי דוגמא מספרית.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

גיטה משחקת עם אוסף הכפתורים של סבתה בצבעי שחור ולבן.

היא מסדרת אותם בדוגמאות.

שלוש הדוגמאות הראשונות שלה מוצגות מטה.

דוגמא 1 דוגמא 2 דוגמא 3 דוגמא 4

1. ציירו את דוגמא 4 לצד דוגמא 3.

2. לכמה כפתורים **לבנים** תזדקק גיטה עבור דוגמה 5 ודוגמה 6

דוגמה 5\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ דוגמה 6\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

הסבירו כיצד חישבתם את התוצאות.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. לכמה כפתורים בסך הכול זקוקה גיטה עבור דוגמא 11.

הסבירו כיצד חישבתם את התוצאה.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. גיטה סבורה שהיא זקוקה ל-69 כפתורים בסך הכול כדי לעשות את דוגמא 24.

כיצד תדעו שהיא **אינה** צודקת?

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

לכמה כפתורים היא זקוקה כדי לעשות את דוגמא 24?

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_