



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε.
Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Διπλωματική Εργασία

**Ενεργητικός Έλεγχος Ταλαντώσεων Κατασκευών από Σύνθετα Υλικά με
Πιεζοηλεκτρικά Επιθέματα**

Φωκίων-Ταξιάρχης Σανούδος-Δραμαλιώτης

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2019



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ Μ.Κ. & Α.Ε.
Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου

Διπλωματική Εργασία

**Ενεργητικός Έλεγχος Ταλαντώσεων Κατασκευών από Σύνθετα Υλικά με
Πιεζοηλεκτρικά Επιθέματα**

Φωκίων-Ταξιάρχης Σανούδος-Δραμαλιώτης

Επιβλέπων Καθηγητής: Ε. Γ. Παπαδόπουλος

ΑΘΗΝΑ 2019

Περίληψη

Με το αυξημένο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια για “ευφείς” κατασκευές, που μεταβάλλουν το σχήμα ή τη συμπεριφορά τους αναλόγως του περιβάλλοντός τους, έχει εμφανισθεί η ανάγκη ανάπτυξης μεθοδολογιών για τον αυτόματο έλεγχο τέτοιων συστημάτων. Στην παρούσα μελέτη, προτείνεται μεθοδολογία μοντελοποίησης κατασκευών από σύνθετα υλικά και εφαρμογής ενεργητικής απόσβεσης σε αυτές με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Η μεθοδολογία περιλαμβάνει μοντελοποίηση της κατασκευής σε εμπορικό κώδικα πεπερασμένων στοιχείων, απ’ όπου σχηματίζονται μητρώα του συστήματος (μάζας, δυσκαμψίας, απόσβεσης) στο πεδίο των ιδιομορφών. Στη συνέχεια, τα μητρώα αυτά εισάγονται στο MATLAB, όπου δημιουργείται μοντέλο της δυναμικής της κατασκευής στο χώρο κατάστασης. Ο νόμος αυτομάτου ελέγχου σχεδιάζεται για εφαρμογή στην περίπτωση ελεύθερης ταλάντωσης της κατασκευής ή ταλάντωσης ως αποτέλεσμα κρούσης στην επιφάνειά της, ενώ αξιοποιεί γραμμικό τετραγωνικό ρυθμιστή (Linear Quadratic Regulator - LQR) για τον έλεγχο του μοντέλου δυναμικής και παρατηρητή μειωμένης τάξης για την ανάδραση. Κατά τον σχεδιασμό της μεθοδολογίας, εξετάστηκε η επίδραση διαφόρων παραμέτρων του συστήματος στη συμπεριφορά του ελεγκτή και επαληθεύτηκαν η μοντελοποίηση του φυσικού προβλήματος και η απόκριση του συστήματος αυτομάτου ελέγχου. Η επιλογή των παραμέτρων του ελεγκτή εξετάστηκε με συσχέτιση των αποκρίσεων του συστήματος για διαφορετικές ρυθμίσεις και συνθήκες με επιθυμητά αποτελέσματα. Η ορθή μοντελοποίηση των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων ως επενεργητές και αισθητήρες και η ρεαλιστική συμπεριφορά του μοντέλου σε κρούση επαληθεύτηκαν συγκρίνοντας τα αποτελέσματα υπολογιστικών προσομοιώσεων με πειραματικά και βιβλιογραφικά δεδομένα, αντίστοιχα. Τέλος, η εγκυρότητα της μεθοδολογίας αυτομάτου ελέγχου κατασκευών επιβεβαιώθηκε μελετώντας τον έλεγχο ελεύθερης ταλάντωσης κατασκευής με υπολογιστική προσομοίωση συστήματος ελέγχου ανοιχτού βρόχου. Τα αποτελέσματα από την επαλήθευση της μεθοδολογίας παρουσιάζουν ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ τους, επιβεβαιώνοντας την έγκυρη μοντελοποίηση του φυσικού προβλήματος και την άρτια λειτουργία του συστήματος αυτομάτου ελέγχου. Η μεθοδολογία για σύστημα αυτομάτου ελέγχου που αναπτύχθηκε παρουσιάζει εξαιρετική συμπεριφορά στο περιορισμό είτε ελεύθερης ταλάντωσης είτε ταλάντωσης εξαιτίας κρούσης και θα χρησιμοποιηθεί για περαιτέρω έρευνα στην ενεργητική απόσβεση κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.

Abstract

The increased interest over the past few years for "intelligent" structures, which can alter their shape or behaviour reacting to their environment, has led to the development of control procedures for such systems. This thesis addresses a methodology for modelling composite structures and applying active damping control using piezoelectric patches. The proposed methodology involves using a commercial finite element package to model the structure and formulate its modal matrices (mass, stiffness, damping). After importing and processing the modal matrices in MATLAB, the state space model of the structure is created. The control system design employs a linear quadratic regulator (Linear Quadratic Regulator - LQR) to control the state space model and a reduced-order observer for feedback in order to attenuate both the structure's free mechanical vibrations and those resulting from impact. The control system's parameters are determined by comparing the system's response for different configurations with acceptable responses. The appropriate modelling of piezoelectric patches as actuators and sensors and the finite element model's realistic impact behaviour is evaluated by contrasting numerical simulations with experimental and bibliographical results, respectively. Lastly, numerical results from an open loop simulation controlling the structure's free vibration validate the methodology's control system. Agreement between the responses predicted by numerical simulations and the experimentally measured results, verifies both the modelling procedure and the designed control system's effectiveness. The formulated method for control system design demonstrates excellent performance in free and impact-related vibration attenuation and will be used for further research on active vibration control of structures with attached piezoelectric patches.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Ευάγγελο Παπαδόπουλο για τη σημαντική συνεισφορά του στην ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας. Υπήρξε πάντα διαθέσιμος για να προσφέρει πολύτιμη βοήθεια στην αντιμετώπιση οποιονδήποτε προβλημάτων εμφανίζονταν τόσο σε αυτή τη μελέτη όσο και στο Εργαστήριο Αυτομάτου Ελέγχου του Ε.Μ.Π, το οποίο επιτελεί σημαντική έρευνα στον τομέα του αυτομάτου ελέγχου, χάρη στην άρτια οργάνωση και εξοπλισμό του. Χωρίς να περιορίσει τη δική μου συμβολή και προσπάθεια από τη διπλωματική εργασία, με το εκτεταμένο πεδίο γνώσεων, με καθοδήγησε προς την σωστή κατεύθυνση καθόλη τη διάρκεια της. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Μεταδιδακτορικό Ερευνητή Θεοφάνη Πλαγιανάκο για τη βοήθεια που παρείχε στη διπλωματική εργασία, τόσο στην έρευνα που έγινε σε αυτή, όσο και σε όλες τις απαραίτητες διορθώσεις. Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλο το προσωπικό του Εργαστηρίου Αυτομάτου Ελέγχου για την υποστήριξη που μου προσέφεραν καθώς και την ατμόσφαιρα ομαδικότητας και συνεργασίας που έχουν δημιουργήσει. Τέλος, θα ήθελα να αναγνωρίσω τη σημαντική συνεισφορά στον τρόπο σκέψης και στην κλίση μου για έρευνα στον Καθηγητή κ. Βασίλειο Σπιτά, ο οποίος μου προσέφερε ωφέλιμες συμβουλές για διάφορα θέματα όλα τα χρόνια που ήμουν μέλος στο Εργαστήριο Στοιχείων Μηχανών, που διευθύνει, καθώς και μετέπειτα.

*Strive for perfection in everything you do.
Take the best that exists and make it better.
When it does not exist, design it.*

SIR HENRY ROYCE, ENGLISH ENGINEER
AND CAR DESIGNER

Πίνακας Περιεχομένων

Περίληψη	2
Abstract	3
Πίνακας Περιεχομένων	6
Κατάλογος Σχημάτων	8
Κατάλογος Πινάκων	12
1 Εισαγωγή	13
1.1 Σκοπός Μελέτης	13
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	13
1.3 Δομή Μελέτης	16
2 Θεωρητικό Υπόβαθρο	17
2.1 Ανάλυση Κατασκευής με Πεπερασμένα Στοιχεία	17
2.2 Θεωρία Μετασχηματισμού στο Χώρο των Ιδιομορφών (Modal Transformation)	18
2.3 Θεωρία Ελέγχου	20
2.4 Θεωρία Πιεζοηλεκτρικών Στοιχείων	28
2.5 Πίνακας Ιδιότητες Υλικών	38
3 Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου σε Δοκό	39
3.1 Εισαγωγή	39
3.2 Μοντέλο Δοκού	39
3.3 Ανάλυση Ιδιοσυχνοτήτων με Π.Σ - Παραγωγή Μητρώων	43
3.4 Σχηματισμός και Επεξεργασία Μητρώων	46
3.5 Υπολογιστική Επαλήθευση Μοντέλου Επαγόμενης Πιεζοηλεκτρικής Παραμόρφωσης	50
3.6 Υπολογιστική Επαλήθευση Μοντέλου Επαγόμενης Πιεζοηλεκτρικής Ηλεκτρικής Τάσης	55
3.7 Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου στη Δοκό	64
3.8 Προσομοίωση Μοντέλου	66
3.9 Υπολογιστική Επαλήθευση Αποτελεσμάτων Μοντέλου	76
4 Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου σε Πλάκα	83
4.1 Εισαγωγή	83
4.2 Μοντέλο Πλάκας	83
4.3 Ανάλυση Ιδιοσυχνοτήτων με Π.Σ - Παραγωγή Μητρώων	88
4.4 Σχηματισμός και Επεξεργασία Μητρώων στο Χώρο Καταστάσεων	93
4.5 Υπολογιστική Επαλήθευση Μοντέλου Επαγόμενης Πιεζοηλεκτρικής Παραμόρφωσης	94
4.6 Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου στην Πλάκα	104
4.7 Προσομοίωση Μοντέλου	105
4.8 Υπολογιστική Επαλήθευση Αποτελεσμάτων Μοντέλου	119
4.9 Ανάλυση Διαδικασίας Ελέγχου Δοκού και Πλάκας	127
4.10 Συμπεράσματα Μοντελοποίησης Δοκού και Πλάκας	127
5 Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου Κρούσης σε Πλάκα	129
5.1 Εισαγωγή	129
5.2 Μοντέλο Πλάκας και Επικρουστήρα	129
5.3 Ανάλυση και Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων	135

5.4	Συμπεράσματα Μοντελοποίησης Κρούσης σε Πλάκα	155
5.5	Αυτόματος Έλεγχος Κρούσης σε Πλάκα	155
5.6	Ανάλυση Διαδικασίας Ελέγχου Κρούσης σε Πλάκα	166
6	Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα - Κατεύθυνση Επέκτασης Μελέτης	167
6.1	Ανακεφαλαίωση	167
6.2	Συμπεράσματα Μελέτης	167
6.3	Κατευθύνσεις Επέκτασης Εργασίας	168
	Βιβλιογραφικές Αναφορές	170
7	Παράρτημα Α - Κώδικας ANSYS	173
8	Παράρτημα Γ - Μοντέλα SIMULINK	174
9	Παράρτημα Γ - Μοντέλα SIMULINK	176

Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Παρατηρητής Πλήρους Τάξης	25
2.2	Παρατηρητής Μειωμένης Τάξης	26
2.3	Σύγκριση αρχικών συνθηκών παρατηρητή μειωμένης τάξης	27
2.4	Διάγραμμα αξόνων πιεζοηλεκτρικού στοιχείου και διεύθυνση πόλωσης	29
2.5	Ευθύ Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο. α' Αίτιο. β' Αποτέλεσμα	30
2.6	Αντίστροφο Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο. α' Αίτιο. β' Αποτέλεσμα	30
2.7	Κάμψη πλάκας με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα	30
2.8	Μερικό μοντέλο συναρμολογήματος δοκού - Εφαρμογή Δυνάμεων Επενεργητή	31
2.9	Μερικό μοντέλο συναρμολογήματος πλάκας	32
2.10	Ροπές επενεργητή πλάκας	34
3.1	Μοντέλο Δοκού	40
3.2	Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων. α' Γεωμετρία Δοκού - ισομετρική όψη. β' Γεωμετρία Συναρμολογήματος Δοκού - κάτοψη	40
3.3	Διάταξη ινών σύνθετου υλικού	41
3.4	Είδη στοιχείων πλέγματος. α' Τετρακομβικό στοιχείο - HLPT. β' Οχτακομβικό στοιχείο - FSPT	41
3.5	Κόμβοι επενεργητή και εξωτερικής δύναμης	42
3.6	Κόμβοι αισθητήρα	42
3.7	Βασικές αρχικές συνθήκες προβλήματος: Μετατοπίσεις -ισομετρική όψη	43
3.8	Παράδειγμα σύνθετων αρχικών συνθηκών - ισομετρική όψη	43
3.9	α' Διάγραμμα 1ης με 7ης ιδιοσυχνότητας δοκού. β' Διάγραμμα 8ης με 15ης ιδιοσυχνότητας δοκού	45
3.10	Διαχωρισμός μοναδιαίας δύναμης σε 1 στοιχείο και σε πλέγμα 3×3 στοιχείων, αντίστοιχα. α' Τετρακομβικό στοιχείο. β' Οχτακομβικό στοιχείο	48
3.11	Τριγωνική κατανομή ζεύγους δυνάμεων επενεργητή	49
3.12	Οριακές συνθήκες μοντέλου δοκού - μέγιστη ηλεκτρική τάση	50
3.13	Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης	51
3.14	Οριακές συνθήκες μοντέλου δοκού - μέγιστη ισοδύναμη ροπή	52
3.15	Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης	53
3.16	Σύγκριση μορφής δοκού για διαφορετική επενέργηση. α' Δοκός με ηλεκτρική τάση επενεργητή - Πρόσοψη. β' Δοκός με ισοδύναμη ροπή - Πρόσοψη. γ' Δοκός στη 1η ιδιομορφή - Πρόσοψη	55
3.17	Πειραματική διάταξη εξαναγκασμένης ταλάντωσης	56
3.18	Διαδικασία εύρεσης πραγματικής δύναμης ταλαντωτή. α' Εφαρμογή μετρούμενης δύναμης επενεργητή. β' Αποτέλεσμα μετατόπισης μη αποσβενούμενης δοκού. γ' Εφαρμογή μετατόπισης άκρου. δ' Αποτέλεσμα δύναμης αντίδρασης επενεργητή αποσβενούμενης δοκού. ε' Εφαρμογή πραγματικής δύναμης επενεργητή. ζ' Αποτέλεσμα ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα	61
3.19	Αποτελέσματα επαλήθευσης εξαναγκασμένης ταλάντωσης. α' Σύγκριση απόκρισης δοκού και ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα πειράματος-MATLAB-ANSYS	63
3.20	Σύστημα εύρεσης μέγιστων τιμών καταστάσεων, εισόδων	65
3.21	Μοντέλο συστήματος χωρίς έλεγχο	66
3.22	Μοντέλο συστήματος με παρατηρητή μειωμένης τάξης	67
3.23	Μοντέλο συστήματος με παρατηρητή πλήρους τάξης	68
3.24	Σύγκριση απόκρισης τετρακομβικού - οχτακομβικού στοιχείου πλέγματος	69
3.25	Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης και πλήρους τάξης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης ελεύθερου άκρου (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας ελεύθερου άκρου (2ης μεταβλητής κατάστασης)	70

3.26	Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης τάξης και πραγματικών μεταβλητών κατάστασης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης ελεύθερου άκρου (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας ελεύθερου άκρου (2ης μεταβλητής κατάστασης)	71
3.27	Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR	72
3.28	Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR	72
3.29	Αποκρίσεις μετατόπισης ελεύθερου άκρου δοκού (1η μεταβλητή κατάστασης) μοντέλων . . .	73
3.30	Αποκρίσεις ενέργειας ελέγχου μοντέλων	74
3.31	Αποκρίσεις διανύσματος μετατόπισης ελεύθερου άκρου δοκού 2ης έως 15ης ιδιοσυχνότητας .	74
3.32	Αποκρίσεις διαφορετικών αρχικών συνθηκών	75
3.33	Αποτελέσματα απόκρισης επενεργητή και αισθητήρα. α' Απόκριση ελεύθερου άκρου (φυσικές συντεταγμένες). β' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή. γ' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή. δ' Ισχύς ελέγχου. ε' Ενέργεια ελέγχου. ζ' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στον πιεζοηλεκτρικό αισθητήρα	76
3.34	Τυπικό διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα συστήματος . . .	77
3.35	Διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα	79
3.36	Αρχικές συνθήκες μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων ανοιχτού βρόχου	80
3.37	Αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης ανοιχτού βρόχου. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης άκρου δοκού MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα MATLAB-ANSYS	82
4.1	Μοντέλο Πλάκας	84
4.2	Γεωμετρία Συναρμολογήματος Πλάκας - ισομετρική όψη	85
4.3	Διάταξη σύνθετου υλικού	85
4.4	Πλέγμα μοντέλου πλάκας	86
4.5	Κόμβοι επενεργητών. α' Εμπρόσθια πλευρά πλάκας. β' Οπίσθια πλευρά πλάκας	87
4.6	Κόμβοι αισθητήρων	87
4.7	Βασικές αρχικές συνθήκες προβλήματος - ισομετρική όψη (τομή)	88
4.8	α' Διαγραμμα 1ης με 10ης ιδιοσυχνότητας πακτωμένης πλάκας. β' Διαγραμμα 11ης με 20ης ιδιοσυχνότητας πακτωμένης πλάκας	90
4.9	α' Διαγραμμα 1ης με 10ης ιδιοσυχνότητας αρθρωμένης πλάκας. β' Διαγραμμα 11ης με 20ης ιδιοσυχνότητας αρθρωμένης πλάκας	92
4.10	Εφαρμογή ζεύγους δυνάμεων επενεργητών στη πλάκα	93
4.11	Αποτελέσματα μετατόπισης κέντρου βάσει αναλυτικής σχέσης για ηλεκτρική τάση επενεργητών	94
4.12	Αποτελέσματα μετατόπισης κέντρου βάσει προσεγγιστικής σχέσης για ηλεκτρική τάση επενεργητών	95
4.13	Οριακές συνθήκες μοντέλου πακτωμένης πλάκας - μέγιστη ηλεκτρική τάση	96
4.14	Οριακές συνθήκες μοντέλου πακτωμένης πλάκας - μέγιστη ισοδύναμη ροπή	96
4.15	Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αισθητήρων. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης	99
4.16	Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αισθητήρων. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης	102
4.17	Σύγκριση μορφής πλάκας για διαφορετική επενέργηση. α' Πλάκα με ηλεκτρική τάση επενεργητή - Πρόσοψη. β' Πλάκα με ισοδύναμη ροπή - Πρόσοψη. γ' Πακτωμένη πλάκα στη 1η ιδιομορφή - Πρόσοψη	104
4.18	Σύγκριση απόκρισης τετρακομβικού - οχτακομβικού στοιχείου πλέγματος	106
4.19	Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης και πλήρους τάξης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης)	107
4.20	Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης τάξης και πραγματικών μεταβλητών κατάστασης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης)	108

4.21	Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ταχύτητα κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης)	109
4.22	Απόκριση ενέργειας συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR	110
4.23	Αποκρίσεις διανύσματος μετατόπισης ελεύθερου άκρου πλάκας 2ης έως 20ης ιδιοσυχνότητας	111
4.24	Αποκρίσεις ενέργειας ελέγχου μοντέλων	111
4.25	Αποκρίσεις μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης) διαφορετικών αρχικών συνθηκών	112
4.26	Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης και πλήρους τάξης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης)	113
4.27	Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης τάξης και πραγματικών μεταβλητών κατάστασης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης)	114
4.28	Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ταχύτητα κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης)	115
4.29	Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Ισχύς ελέγχου. β' Ενέργεια ελέγχου	116
4.30	Αποκρίσεις μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης) για διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιομορφών	117
4.31	Αποτελέσματα απόκρισης επενεργητών και αισθητήρων. α' Απόκριση κέντρου (φυσικές συντεταγμένες). β' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. δ' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. ε' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. ζ' Ισχύς ελέγχου. η' Ενέργεια ελέγχου. θ' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - κατακόρυφη διεύθυνση. ι' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - οριζόντια διεύθυνση	118
4.32	Διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα	120
4.33	Οριακές και αρχικές συνθήκες πακτωμένης πλάκας	121
4.34	Διάγραμμα δύναμης επενεργητή	121
4.35	Αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης ανοιχτού βρόχου. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης κατακόρυφων αισθητήρων MATLAB-ANSYS. γ' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης οριζόντιων αισθητήρων MATLAB-ANSYS	123
4.36	Διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα	124
4.37	Αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης ανοιχτού βρόχου. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης κατακόρυφων αισθητήρων MATLAB-ANSYS. γ' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης οριζόντιων αισθητήρων MATLAB-ANSYS	126
5.1	Μοντέλο Πλάκας	131
5.2	Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων. α' Γεωμετρία Πλάκας - ισομετρική όψη. β' Γεωμετρία Συναρμολογήματος - ισομετρική όψη	132
5.3	Διάταξη σύνθετου υλικού	132
5.4	Στοιχείο πλέγματος	133
5.5	Πλέγμα Πλάκας και Επικρουστήρα	133
5.6	Νόμοι επαφής. α' Βασιζόμενος στη τροχιά κόμβων. β' Βασιζόμενος σε περιοχή εγγύτητας κόμβων	134
5.7	Σύγκριση αποκρίσεων για ολόκληρο και συμμετρικό μοντέλο. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης στο κέντρο πλάκας	139
5.8	Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικά μεγέθη πλέγματος. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας	141
5.9	Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικές ρυθμίσεις επίλυσης. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας	143
5.10	Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικές τιμές τεχνητής απόσβεσης. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας	145

5.11	Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικούς επιλύτες	146
5.12	Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικές οριακές συνθήκες. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας	148
5.13	Χαρακτηρισμός κρούσεων	150
5.14	Σύγκριση αποκρίσεων με [45]. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας	152
5.15	Σύγκριση αποκρίσεων με [23]	153
5.16	Χαρακτηριστικές αποκρίσεις δύναμης επαφής. α' Τοπικά επηρεαζόμενη κρούση. β' Ενδιάμεση περιοχή. γ' Ολικά επηρεαζόμενη κρούση	154
5.17	Χαρακτηριστικές αποκρίσεις δύναμης επαφής. α' Τοπικά επηρεαζόμενη κρούση. β' Ενδιάμεση περιοχή	155
5.18	Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή	158
5.19	Απόκριση συστήματος με διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή	160
5.20	Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή	162
5.21	Απόκριση συστήματος με διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή	163
5.22	Αποτελέσματα απόκρισης επενεργητών και αισθητήρων. α' Απόκριση κέντρου (φυσικές συντεταγμένες). β' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. δ' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. ε' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. ζ' Ισχύς ελέγχου. η' Ενέργεια ελέγχου. θ' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - κατακόρυφη διεύθυνση. ι' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - οριζόντια διεύθυνση	164
5.23	Δύναμη επενεργησης και εξωτερικής φόρτισης κατά τη κρούση. α' Δύναμη επενεργητή. β' Δύναμη επενεργητή και κρούσης	166
9.1	Ολοκληρωμένο Μοντέλο SIMULINK - Παρατηρητής Πλήρους Τάξης	176
9.2	Ολοκληρωμένο Μοντέλο SIMULINK - Παρατηρητής Μειωμένης Τάξης	177
9.3	Ολοκληρωμένο Μοντέλο SIMULINK - Μοντέλο για εύρεση τιμών πινάκων Q και R	178
9.4	Ολοκληρωμένο Μοντέλο SIMULINK - Σύστημα χωρίς ελεγκτή	179

Κατάλογος Πινάκων

2.1	Πίνακας Ιδιοτήτων Υλικών	38
3.1	Πίνακας Δεδομένων Συναρμολογήματος Δοκού	40
3.2	Χάρτης μέγιστων τιμών μεταβλητών κατάστασης και εισόδων	65
3.3	Πίνακας συντελεστών απόσβεσης, φυσικών ιδιοσυχνοτήτων δοκού, συντελεστών απόσβεσης Rayleigh	78
4.1	Πίνακας Δεδομένων Συναρμολογήματος Πλάκας	83
4.2	Πίνακας συντελεστών απόσβεσης, φυσικών ιδιοσυχνοτήτων πακτωμένης πλάκας, συντελεστών απόσβεσης Rayleigh	120
4.3	Πίνακας συντελεστών απόσβεσης, φυσικών ιδιοσυχνοτήτων αρθρωμένης πλάκας, συντελεστών απόσβεσης Rayleigh	124
5.1	Πίνακας Βασικών Δεδομένων Συναρμολογήματος Πλάκας	130
5.2	Πίνακας Περιπτώσεων Διαρρυθμίσεων Συναρμολογήματος	130
5.3	Πίνακας Περιπτώσεων Πλεγμάτων Στοιχείων	136

1. Εισαγωγή

1.1 Σκοπός Μελέτης

Η χρήση σύνθετων υλικών σε κατασκευές στην αεροπορική, αεροδιαστημική βιομηχανία, στην αυτοκινητοβιομηχανία και σε άλλους τομείς, όπως σε αθλητικό εξοπλισμό ή δοχεία πίεσης είναι ευρέως διαδεδομένη. Αυτό συμβαίνει, καθώς τα σύνθετα υλικά, συνδυάζοντας ιδιότητες δύο ή περισσότερων απλών υλικών, έχουν την δυνατότητα να εκπληρώσουν τις απαιτήσεις και προδιαγραφές τέτοιων εφαρμογών. Επιτυγχάνοντας υψηλή στιβαρότητα και αντοχή ως προς το βάρος τους και έχοντας τη δυνατότητα να αντεπεξέλθουν σε ιδιαίτερα υψηλές θερμοκρασίες έχει αποδειχθεί πως επιφέρουν πολλαπλά οφέλη σε μοντέρνες κατασκευαστικές ανάγκες.

Στις περισσότερες εφαρμογές που συναντώνται στη βιομηχανία, οι μηχανικές φορτίσεις που εμφανίζονται στις κατασκευές είναι αρμονικά φορτία ή μετατοπίσεις σε συνδυασμό ορισμένες φορές με κρουστικά φορτία. Είναι, επίσης, αποδεκτό πως η συμπεριφορά των σύνθετων υλικών σε τέτοια φορτία - κατά το πάχος της δομής τους - δεν είναι ικανοποιητική. Τα φορτία αυτά προκαλούν μηχανικές ταλαντώσεις στο συναρμολόγημα, οι οποίες οφείλονται στο χαμηλό βαθμό φυσικής απόσβεσης που έχουν τέτοιες κατασκευές - λόγω της επιδίωξης μείωσης του βάρους τους - και στην έλλειψη άλλων μορφών απόσβεσης (μηδενική αντίσταση αέρα στο διάστημα), με πρόσθετο αποτέλεσμα μεγάλο χρόνο αποκατάστασης. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε κόπωση και αστάθεια της κατασκευής και να επηρεάσει τη λειτουργία του συστήματος. Σε συνδυασμό με το παραπάνω, στην περίπτωση κρούσης, ακόμα και χαμηλής ενέργειας, οι κατασκευές σύνθετου υλικού μπορούν να εμφανίσουν ατέλειες ή σφάλματα στη δομή τους - διαχωρισμός ινών μήτρας ή ρωγμές στη μήτρα - που δεν είναι εμφανή άμεσα και επιδεινώνουν τις ιδιότητες του υλικού και αντίστοιχα τη συμπεριφορά της κατασκευής.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, καθίσταται αναγκαία η καταγραφή και ο έλεγχος της απόκρισης κατασκευών σύνθετου υλικού ώστε αφενός να εξετάζεται το υλικό για αστοχίες και να επιβεβαιώνεται η ασφαλής και λειτουργική συμπεριφορά του, αφετέρου να ελέγχονται οι ταλαντώσεις που προκαλούνται στη κατασκευή, εφαρμόζοντας έτσι ενεργητική απόσβεση σε αυτή. Οι κατασκευές που θα σχεδιάζονται με αυτή τη λογική θα έχουν τη δυνατότητα να αντιλαμβάνονται μέσω αισθητήρων τις αλλαγές που επέρχονται στο περιβάλλον τους και να αντιδρούν σε αυτές μεταβάλλοντας το σχήμα ή τη συμπεριφορά τους, θα είναι δηλαδή, “ευφυείς”. Οι αισθητήρες και επενεργητές που χρησιμοποιούνται μπορούν να βασίζονται σε μεταβολές της θερμοκρασίας ή σε ηλεκτρική τάση στα άκρα τους για να επιτελέσουν τη λειτουργία τους και στην περίπτωση της παρούσας μελέτης πρόκειται για πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Η αρχή λειτουργίας και περαιτέρω ανάλυσή τους θα γίνει σε επόμενα στάδια, ωστόσο εδώ αναφέρεται πως επιβάλλοντας ηλεκτρική τάση σε αυτούς παραμορφώνονται και το αντίστροφο, ενώ ταυτόχρονα ενσωματώνονται ή τοποθετούνται με ευκολία σε κατασκευές σύνθετου υλικού καθιστώντας αυτά ιδανικά στοιχεία για έλεγχο ταλαντώσεων σε κατασκευές.

Βάσει των παραπάνω επιτευγμάτων στην έρευνα για το σχεδιασμό και έλεγχο της λειτουργίας “ευφών” κατασκευών - τόσο δοκών όσο και πλακών - επιλέχθηκε να αναπτυχθεί μεθοδολογία μοντελοποίησης και ελέγχου κατασκευών από σύνθετο υλικό με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Αυτό επιδιώκεται, ώστε να μελετηθεί μία ολοκληρωμένη μέθοδος μοντελοποίησης και ελέγχου οποιασδήποτε γεωμετρίας ή υλικού και αντίστοιχα για όλες τις πιθανές συνθήκες φόρτισης της. Αναλυτικότερα, η μοντελοποίηση θα περιλαμβάνει τόσο τη γεωμετρία της κατασκευής σύνθετου υλικού όσο και τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, ενώ ταυτόχρονα ο νόμος αυτομάτου ελέγχου θα μπορεί να εφαρμόζεται σε ελεύθερη ταλάντωση και ταλάντωση λόγω κρούσης. Τέλος, θα εκτελεσθεί πειραματική επαλήθευση της παρούσας μεθοδολογίας, προκειμένου να επιβεβαιωθεί η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Τα ζητήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω έχουν απασχολήσει κατά καιρούς την επιστημονική κοινότητα και επί αυτών έχουν γίνει εκτενείς μελέτες, τόσο για την ανάλυση δοκών και τον έλεγχο ταλαντώσεων αυτών, όσο και για πλάκες και κελύφη. Την πρωταρχική μελέτη όσον αφορά τη “σύζευξη” κατασκευής - σύνθετου ή απλού υλικού - και πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων επιτέλεσαν οι Crawley και De Luis [1], στην οποία η στατική αλληλεπίδραση μεταξύ των πιεζοηλεκτρικών επενεργητών και της κατασκευής συνδυάζεται με τις δυναμικές εξισώσεις αυτής και μελετάται η αναγωγή της μεθόδου σε μεγαλύτερες κατασκευές. Ταυτόχρονα, επιβεβαιώνονται με πειραματική διαδικασία τα αποτελέσματα της μεθόδου και μελετάται η επίδραση των επιθεμάτων στις ιδιότητες της κατασκευής. Οι Khdeir et al. [2] ανέπτυξαν αναλυτική λύση για την

απόκριση δοκού σύνθετου υλικού με προσκολλημένα πολλαπλά πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό σε χώρο καταστάσεων, υπολογίστηκαν οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές για διάφορες οριακές συνθήκες. Στη παραπάνω έρευνα είχε εξεταστεί υπολογιστικά η επίδραση της θέσης των επενεργητών στην απόκριση της κατασκευής. Συγκεκριμένα, οι αναλύσεις [3–5] έχουν αποδείξει μαζί με άλλες πως και οι αισθητήρες και οι επενεργητές έχουν καλύτερη απόδοση σε θέσεις μέγιστων παραμορφώσεων και στις στηρίξεις, ενώ επιπλέον για τους επενεργητές είναι επιθυμητό τα όριά τους να βρίσκονται κοντά σε κόμβους - μηδενική μετατόπιση - που σχηματίζουν οι μοντελοποιημένες ιδιοσυχνότητες. Οι Ha et al. [6] χρησιμοποίησαν για τη μοντελοποίηση της κατασκευής πεπερασμένα στοιχεία με συναρτήσεις μορφής που περιλαμβάνουν μηχανικούς και ηλεκτρικούς βαθμούς ελευθερίας για τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία. Εν συνεχεία, επιβεβαίωσαν αναλυτικά τη μεθοδολογία σχεδιάζοντας ένα βασικό νόμο αυτομάτου ελέγχου για κατασκευή σύνθετου υλικού. Παρομοίως, οι Hanagud et al. [7] χρησιμοποίησαν μονοδιάστατα πεπερασμένα στοιχεία και μετασχηματισμό στο χώρο καταστάσεων για να μοντελοποιήσουν δοκό σύνθετου υλικού στην οποία εφήρμοσαν βέλτιστο έλεγχο, ο οποίος βασίζεται στην ελαχιστοποίηση των καταστάσεων και της ενέργειας ελέγχου. Στο [7] αποδείχθηκε με πρώιμες υπολογιστικές μελέτες η δυνατότητα ελέγχου κατασκευών με πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές και αισθητήρες και συγκεκριμένα με βέλτιστο έλεγχο. Από εκεί οι Hagood et al. [8] μελέτησαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις μοντελοποίησης πιεζοηλεκτρικών υλικών: ως επενεργούμενα από ηλεκτρικό δυναμικό, από ηλεκτρικό φορτίο και ως μέρη παθητικού ηλεκτρικού κυκλώματος. Η ανάλυση έγινε πάλι με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων και μετασχηματισμού στο χώρο καταστάσεων, ενώ επικεντρώθηκε κυρίως στη δυναμική συμπεριφορά των ηλεκτρικών στοιχείων του συστήματος, επιτελώντας και ορισμένες υπολογιστικές και πειραματικές μελέτες προς επιβεβαίωση της συμπεριφοράς του παθητικού συστήματος απόσβεσης. Αντίστοιχη μελέτη έχει γίνει από τους Alaimo et al. [9], αναλύοντας την απόκριση συναρμολογήματος δοκού και πιεζοηλεκτρικών με παθητικό κύκλωμα αντίστασης και πηνίου. Στις παραπάνω αναλύσεις είναι σημαντική η μοντελοποίηση του συναρμολογήματος, που γίνεται είτε με καθιερωμένα πεπερασμένα στοιχεία ή με στοιχεία που αναπτύσσονται για το συγκεκριμένο σκοπό με ειδικές συναρτήσεις μορφής. Επίσης, είναι χρήσιμα τα συμπεράσματα που προκύπτουν για τις παραμέτρους του συστήματος όπως οι θέσεις ή η συναρμολόγηση - ενσωματωμένα ή κολλημένα - των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, η μοντελοποίηση της κόλλας αυτών και η επιρροή στις μηχανικές ιδιότητες του συστήματος. Τέλος, η παραγωγή χώρου καταστάσεων από τα μητρώα της κατασκευής ως επί το πλείστον γίνεται με μετασχηματισμό μεταβλητών από τα μητρώα των πεπερασμένων στοιχείων απευθείας λόγω του τρόπου που σχηματίζονται. Ωστόσο, στην πλειονότητα των περιπτώσεων απαιτείται ένα επιπλέον βήμα το οποίο αναλύεται σε λίγες περιπτώσεις όπως στα [10, 11]: αυτό είναι ο μετασχηματισμός από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο ιδιομορφών για την κανονικοποίηση των μητρώων του συστήματος.

Ως επόμενο στάδιο έρευνας στις “ευφυείς” κατασκευές αναλύθηκαν οι μεθοδολογίες αυτομάτου ελέγχου αυτών. Σε αυτό έχει γίνει μεγάλη πρόοδος όσον αφορά τα σχήματα ελέγχου που έχουν μελετηθεί, τις παραμέτρους αυτών που ρυθμίζονται και την επιρροή αυτών στην απόκριση του συστήματος. Έτσι, την κύρια έρευνα επιτέλεσαν οι Meironitch et al. [12] συγκρίνοντας την απόκριση κατασκευών για συζευγμένο και αποσυζευγμένο έλεγχο. Η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε επενεργητές που επηρεάζουν όλες τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος ενώ η δεύτερη σε σχεδιασμένο σύστημα ελέγχου για κάθε ιδιοσυχνότητα. Η σύγκριση έγινε τόσο ποιοτικά - στον ορισμό - όσο και υπολογιστικά βάσει της ενέργειας ελέγχου, των επιδόσεων και του spillover (ανεπιθύμητη επενέργηση σε μη ελέγξιμες ιδιοσυχνότητες). Από την σύγκριση προέκυψε πως ο αποσυζευγμένος έλεγχος είναι ευκολότερος στη σχεδίαση και ορισμό των κερδών, εμφανίζει σπάνια αστάθεια και έχει μειωμένες απαιτήσεις ενέργειας ελέγχου και υπολογιστικής ισχύος. Συνεπώς, η έρευνα επικεντρώνεται σε αυτόν, με τους Vasques και Rodrigues [13] να συγκρίνουν τις επιδόσεις κλασικού ελέγχου με το βέλτιστο για τον περιορισμό ταλαντώσεων σε δοκό. Η δοκός της εφαρμογής είναι σύνθετου υλικού με στρώσεις επενεργητή και αισθητήρα στις δύο επιφάνειές της, ενώ τα σχήματα ελέγχου που συγκρίνονται είναι έλεγχος ταχύτητας με σταθερό κέρδος για τον κλασικό έλεγχο και LQR ή LQG για το βέλτιστο. Οι αρχικές συνθήκες που μελετήθηκαν ήταν αρχική μετατόπιση της δοκού και δύναμη στοχαστικής κατανομής. Όσον αφορά τον κλασικό έλεγχο οι Gaudenzi et al. [14] μελέτησαν τις περιπτώσεις ελέγχου θέσης και ταχύτητας σε δοκό σύνθετου υλικού με πιεζοηλεκτρικά μοντελοποιημένα ως σύστημα SISO. Από τα υπολογιστικά μοντέλα προέκυψε ο έλεγχος θέσης ως αποτελεσματικότερη μέθοδος. Αργότερα, οι Kumar και Srivastava [15] εφήρμοσαν έλεγχο PID σε δοκό με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, μοντελοποιημένη με πεπερασμένα στοιχεία για τις δύο πρώτες ιδιοσυχνότητες. Για το βέλτιστο έλεγχο έχει υπάρξει περισσότερο ενδιαφέρον με τα πρώτα βήματα να γίνονται από τους Baz και Poh [16], οι οποίοι ανέπτυξαν σχήμα αποσυζευγμένου ελέγχου για αριθμό

επενεργητών μικρότερο από τις μοντελοποιημένες ιδιοσυχνότητες. Αυτός βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της δυναμικής και κινητικής ενέργειας του συστήματος συγχρόνως με τη δύναμη ελέγχου, ενώ οι n επενεργητές ελέγχουν τις πρώτες n ιδιοσυχνότητες με τη μέγιστη ενέργεια κάθε στιγμή. Για καθιερωμένους νόμους ελέγχου οι Padoin et al. [17] συνέκριναν τους LQR και LQG σε μονόπακτη δοκό σύνθετου υλικού με πιεζοηλεκτρικά μετρώντας τις παραμέτρους απόκρισης, όπως το χρόνο αποκατάστασης, την ενέργεια ελέγχου και την ενεργητική απόσβεση. Στο συγκεκριμένο, αναπτύχθηκε και επιβεβαιώθηκε υπολογιστικά θεωρία επιλογής κερδών για τους LQR και LQG βάσει χάρτη τιμών μεταβλητών κατάστασης και χρόνων αποκατάστασης. Παρομοίως οι Khot et al. [11] μοντελοποίησαν δοκό με πεπερασμένα στοιχεία και εφήρμοσαν LQR στο πλήρες σύστημα και σε σύστημα μειωμένων βαθμών ελευθερίας. Οι αποκρίσεις συγκρίθηκαν για τις δύο περιπτώσεις καθώς και για διαφορετικές τιμές κερδών LQR. Τέλος, όσον αφορά τις δοκούς, οι Bailey και Hubbard [18] εφήρμοσαν τη μοντελοποίηση δοκού σύνθετου υλικού με πιεζοηλεκτρικό επενεργητή σε πραγματικό σύστημα δορυφόρου με τέσσερις προεκτάσεις επιτυγχάνοντας ικανοποιητικές τιμές ενεργητικής απόσβεσης με χρήση νόμου ελέγχου βασισμένο στη δεύτερη μέθοδο του Lyapunov. Συμπερασματικά, αποδεικνύεται και πρακτικά η δυνατότητα εφαρμογής “ευφών” κατασκευών με περιορισμούς.

Αντιστοίχως με τη δοκό, έχουν γίνει παρόμοιες μελέτες και αναγωγές στην περίπτωση της πλάκας και κελύφους, χρησιμοποιώντας τα ήδη υπάρχοντα μοντέλα και επεκτείνοντας τα σε περισσότερες διαστάσεις. Έτσι οι Wang και Rogers [19] μοντελοποίησαν πλάκα σύνθετου υλικού με ενσωματωμένους επενεργητές χρησιμοποιώντας την κλασική θεωρία σύνθετων πλακών και αντικαθιστώντας τους επενεργητές στη δυναμική με συναρτήσεις Heavyside. Το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο δεν έχει μοντελοποιηθεί στη δυναμική του συστήματος όπως και οι επενεργητές στα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας. Βασιζόμενοι στην ανάλυση των Crawley [1], οι Dimitriadis et al. [20] υπολόγισαν τη στατική συμπεριφορά των πιεζοηλεκτρικών επενεργητών σε δύο διαστάσεις και την προσέθεσαν στη δυναμική συμπεριφορά πλάκας σύνθετου υλικού, επιβεβαιώνοντας έτσι τη δυνατότητα σχεδιασμού “ευφούς” πλάκας ή κελύφους ελέγχοντας επιλεγμένες ιδιομορφές με περιορισμένο spillover. Ένα επιπλέον βήμα που επιδιώκεται σε πλάκες και κελύφη είναι η μοντελοποίηση και έλεγχος κρούσεων σε αυτές, καθώς είναι συχνό φαινόμενο φόρτισης. Σε ό,τι αφορά τη μοντελοποίηση της κρούσης, οι Christoforou και Yigit [21] ανέπτυξαν, χρησιμοποιώντας τις δυναμικές εξισώσεις πλάκας και επικρουστήρα, μέθοδο και διαγράμματα για το χαρακτηρισμό κρούσεων βάσει τον χαρακτηριστικών τους - κυρίως ταχύτητα και διάρκεια κρούσης. Μέσω υπολογιστικών μελετών - επιλύοντας τις δυναμικές εξισώσεις - προέκυψαν κανονικοποιημένες μορφές αποκρίσεων για κρούσεις. Για την προσομοίωση της κρούσης οι Christoforou και Swanson [22] ανέπτυξαν αναλυτική μέθοδο επίλυσης βάσει ανάλυσης Fourier στις ιδιοσυχνότητες της πλάκας και Laplace μετασχηματισμό για την επίλυση της κρούσης. Αντιθέτως, η πλειονότητα των ερευνητών μοντελοποίησαν τις κρούσεις χρησιμοποιώντας πεπερασμένα στοιχεία με τους Khalili et al. [23] να πραγματοποιούν ενδελεχή ανάλυση για τις παραμέτρους που μπορούν να επιλεγθούν στην ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων όπως τη μοντελοποίηση του υλικού του επικρουστήρα, το πλέγμα κόμβων του μοντέλου και τον επιλυτή. Αντιστοίχως, οι Her et al. [24, 25] ανέλυσαν τις επιδράσεις των παραμέτρων της κρούσης στην απόκριση του συστήματος, μεταβάλλοντας την ταχύτητα του επικρουστήρα, τις οριακές συνθήκες της πλάκας και τη καμπυλότητα του κελύφους. Ενώ γενικότερα για την περίπτωση κρούσεων σε πλάκες και κελύφη σύνθετου υλικού έχει γίνει εκτενής έρευνα όπως φαίνεται από τα [26–28], αναπτύσσοντας διάφορες τεχνικές για μοντελοποίηση κρούσεων. Τέλος, οι Plagianakos et al. [29, 30] ανέπτυξαν αναλυτική μέθοδο για τον υπολογισμό της ηλεκτρικής απόκρισης πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων τοποθετημένων στην επιφάνεια πλάκας σύνθετου υλικού κατά τη διάρκεια κρούσης χαμηλής ενέργειας. Αυτό είναι χρήσιμο για την επίτευξη ανάδρασης στο σύστημα αυτομάτου ελέγχου.

Μετά την ανάλυση της μοντελοποίησης κρούσεων, η έρευνα προχώρησε στο σχεδιασμό συστήματος αυτομάτου ελέγχου για τον περιορισμό της κρούσης. Οι Lam και Ng [31] μελέτησαν έλεγχο σταθερού κέρδους (P) στην ηλεκτρική τάση εισόδου του επενεργητή. Χρησιμοποιώντας την κλασική θεωρία πλακών με ενσωματωμένα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία μελετήθηκε για διαφορετικά είδη εξωτερικών φορτίσεων - τόσο μηχανικών όσο και ηλεκτρικών. Οι αρχικές συνθήκες έχουν χωριστεί σε τρία είδη, αρχική μετατόπιση, αρμονική φόρτιση στην επιφάνεια της πλάκας και κινούμενο σημειακό φορτίο - οι οποίες προσεγγίζουν αρκετά τη φόρτιση κατά τη κρούση. Παρομοίως, οι Plagianakos και Papadopoulos [29] βάσει της μεθοδολογίας που είχαν αναπτύξει στα [29, 30], εφήρμοσαν σύστημα αυτομάτου ελέγχου αναλογικού κέρδους (P) με στόχο τη μελέτη εφαρμοσιμότητας ελέγχου στη κρούση. Τέλος, αναλυτικότερες μελέτες εκτέλεσαν οι Chandrashekhara και Agarwal [32] δημιουργώντας μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων με μοντελοποιημένα τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, τα οποία μπορούν να είναι είτε ενσωματωμένα ή κολλημένα στην επιφάνεια και να καλύπτουν όλη

την επιφάνεια ή μέρη της. Η ηλεκτρική τάση των επενεργητών και αισθητήρων δεν είναι βαθμός ελευθερίας του συστήματος, καθώς υπολογίζεται σε δεύτερο χρόνο, ενώ το σχήμα αυτομάτου ελέγχου που σχεδιάστηκε είναι σταθερό κέρδος ταχύτητας και θέσης (PD), το οποίο υπολογιστικά φαίνεται πως έχει καλές επιδόσεις. Οι Saravanos και Christoforou [33] ανέπτυξαν μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση κρούσης σε πλάκα σύνθετου υλικού με εγκατεστημένα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, η οποία περιλαμβάνει το νόμο επαφής και τη δυναμική του επικρουστήρα καθώς και τη συζευγμένη δυναμική των επενεργητών και αισθητήρων, καθιστώντας τη όσο το δυνατόν πληρέστερη. Εν τέλει, εφαρμόζεται και επιβεβαιώνεται υπολογιστικά ενεργητικός έλεγχος της κρούσης του συναρμολογήματος με χρήση LQR ή με σταθερό κέρδος στις μεταβλητές κατάστασης (P), των οποίων η απόκριση συγκρίνεται.

Όπως είναι εμφανές, και στην περίπτωση των πλακών και κελυφών η έρευνα για εφαρμογή “ευφυών” κατασκευών με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα έχει προοδεύσει σε σημείο όπου μελετάται η δυνατότητα ελέγχου κρούσεων χαμηλής ενέργειας.

1.3 Δομή Μελέτης

Η μεθοδολογία, χρησιμοποιώντας πεπερασμένα στοιχεία, έχει την δυνατότητα να μοντελοποιήσει οποιαδήποτε κατασκευή, όσο περίπλοκη και να είναι στη γεωμετρία ή στα χρησιμοποιούμενα υλικά. Συγχρόνως, μοντελοποιείται η δυναμική των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, ώστε να προσεγγίζεται η πραγματική συμπεριφορά, χωρίς όμως να λαμβάνεται υπόψη η δυναμική του ηλεκτρικού πεδίου τους, αφού αυτή υπολογίζεται σε δεύτερο χρόνο. Εν συνεχεία, σχεδιάζεται και εφαρμόζεται νόμος αυτομάτου ελέγχου, τύπου LQR, καθώς από τις παραπάνω έρευνες [11, 13, 33] έχει αποδειχθεί πως αυτού του είδους ο έλεγχος έχει κατάλληλες επιδόσεις και χαρακτηριστικά για έλεγχο ταλαντώσεων σε δοκούς και πλάκες. Τέλος, η μεθοδολογία επιβεβαιώνεται με υπολογιστικά και πειραματικά δεδομένα, καθώς στη περίπτωση της δοκού συγκρίνονται αποτελέσματα για έλεγχο ελεύθερης ταλάντωσης με αρχικές συνθήκες μετατόπισης καθώς και για εξαναγκασμένη ταλάντωση, ενώ στην περίπτωση της πλάκας επιβεβαιώνονται αποτελέσματα ελεύθερης ταλάντωσης και μελετώνται διάφορες περιπτώσεις ελέγχου κρούσης.

Όσον αφορά τη δομή της μελέτης, στο πρώτο κεφάλαιο της (Κεφ.2) αναλύονται οι βασικές θεωρητικές γνώσεις για τη μεθοδολογία. Αυτές αφορούν τη μοντελοποίηση κατασκευών με πεπερασμένα στοιχεία, την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων και ιδιομορφών βάσει αυτής της μοντελοποίησης και την εξαγωγή μητρώων μάζας και δυσκαμψίας μέσω αυτών. Συγχρόνως, καταγράφονται ο μορφικός μετασχηματισμός για τα παραπάνω μητρώα και ο μετασχηματισμός σε χώρο καταστάσεων για το σύστημα ελέγχου, για το οποίο αναλύεται ο ελεγκτής LQR και τα είδη παρατηρητών καταστάσεων που χρησιμοποιούνται. Ως τελική ενότητα, αναλύονται τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία ως προς την αρχή λειτουργία τους αλλά και τη μοντελοποίηση τους στο σύστημα.

Μετά το θεωρητικό υπόβαθρο, γίνεται εφαρμογή των παραπάνω σε δοκό σύνθετου υλικού, στο επόμενο Κεφ. 3, όπου αρχικά αναλύονται οι επιμέρους διαδικασίες που εκτελούνται βάσει της θεωρίας, ενώ στη συνέχεια παρουσιάζονται μελέτες αρχής λειτουργίας του συστήματος αυτομάτου ελέγχου και η επιβεβαίωση που γίνεται για τη περίπτωση της δοκού. Αυτή είναι, όπως αναφέρθηκε, σύγκριση με πειραματικά και υπολογιστικά δεδομένα της απόκρισης του συναρμολογήματος σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με υπολογισμό της ηλεκτρικής τάσης αισθητήρων. Και η δεύτερη, σύγκριση υπολογιστικών και μελλοντικά πειραματικών αποτελεσμάτων για αυτόματο έλεγχο της ελεύθερης ταλάντωσης δοκού με σύστημα ανοιχτού βρόχου.

Παρομοίως με το προηγούμενο κεφάλαιο, στο Κεφ. 4 αναλύεται το σύστημα αυτομάτου ελέγχου για την περίπτωση πλάκας. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός πως η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων περιλαμβάνει μόνο την υπολογιστική επιβεβαίωση του συστήματος ανοιχτού βρόχου, μελετώντας αυτή τη φορά δύο διαφορετικές οριακές συνθήκες, πακτωμένη και με άρθρωση σε όλες τις ακμές της.

Όσον αφορά την εφαρμογή της μεθοδολογίας, το Κεφ. 5 είναι το τελευταίο και καταγράφεται η ανάλυση κρούσης που έχει γίνει για πλάκα. Αρχικά, παρουσιάζονται οι μελέτες που έχουν γίνει για διάφορες παραμέτρους κρούσης, όπως είναι η ταχύτητα και η μάζα επικρουστήρα και της πλάκας. Αυτές επιβεβαιώνονται μέσω βιβλιογραφικών δεδομένων. Μετά την επιβεβαίωση των σωστών αποτελεσμάτων της μεθοδολογίας που έχει αναπτυχθεί είναι δυνατό να εφαρμοστεί ο έλεγχος ταλάντωσης λόγω κρούσης στη πλάκα και να επιλεγούν, μέσω προσομοιώσεων, οι παράμετροί του.

Εν τέλει, στο Κεφ. 6 καταγράφονται τα συμπεράσματα της μελέτης και αναφέρονται μελλοντικές βελτιώσεις και προσθήκες που θα μπορούσαν να γίνουν στη παρούσα ανάλυση.

2. Θεωρητικό Υπόβαθρο

2.1 Ανάλυση Κατασκευής με Πεπερασμένα Στοιχεία

Μία τεχνική για τη μοντελοποίηση και ανάλυση διανεμημένων φυσικών συστημάτων και κατασκευών είναι η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων. Η μέθοδος προσεγγίζει τις κατασκευές ως συνεχή μέσο χρησιμοποιώντας κατανεμημένες παραμέτρους, σε αντίθεση με μεθόδους συγκεντρωμένων παραμέτρων που εφαρμόζονται συνήθως στις περιπτώσεις μοντελοποίησης συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Συνεπώς, η μοντελοποίηση γίνεται μέσω μερικών διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες καταλήγουν σε επίλυση αλγεβρικών σε μητρωική μορφή.

Μέσω αυτής της υπολογιστικής μεθόδου, η κατασκευή αναλύεται σε πλέγμα μονοδιάστατων, διδιάστατων ή τριδιάστατων στοιχείων ή συνδυασμών τους. Οι παραπάνω εξισώσεις συμπεριλαμβάνουν συνεισφορά των επιμέρους στοιχείων και συνδυάζονται για ολόκληρη τη κατασκευή. Τα στοιχεία ενώνονται μεταξύ τους με κόμβους, στους οποίους αντιστοιχούν ορισμένες διακριτές μεταβλητές, που αναφέρονται ως Βαθμοί Ελευθερίας (BE). Αυτές εν γένει είναι οι μετατοπίσεις των κόμβων και οι παραγωγοί τους, αλλά μπορεί να μοντελοποιηθούν άλλες μεταβλητές της κατασκευής, όπως οι γωνίες που έχουν μεταξύ τους οι κόμβοι. Με αυτό το τρόπο μοντελοποιείται οποιαδήποτε κατασκευή από συνεχές μέσο σε διακριτό σύστημα και επιλύεται το φυσικό πρόβλημα που τη συνοδεύει.

Χρησιμοποιώντας αυτή τη μέθοδο, παράγονται μητρώα που αφορούν ιδιότητες της κατασκευής και μπορούν να μοντελοποιήσουν την δυναμική της συμπεριφορά. Τα μητρώα αυτά είναι τα μητρώα μάζας (M), δυσκαμψίας (K) και απόσβεσης (Damp) και χρησιμοποιούνται στην ανάλυση της δυναμικής απόκρισης της κατασκευής, δηλαδή στην επίλυση της διαφορικής εξίσωσης

$$[M] \cdot \ddot{\mathbf{q}} + [Damp] \cdot \dot{\mathbf{q}} + [K] \cdot \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (2.1)$$

όπου $\ddot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}$, \mathbf{q} είναι τα διανύσματα επιτάχυνσης, ταχύτητας και μετατόπισης που αντιστοιχούν σε κάθε κόμβο και \mathbf{F} είναι το διάνυσμα γενικευμένης δύναμης που δρα στο σύστημα. Η παραπάνω διαφορική εξίσωση έχει μονοσήμαντη λύση εφόσον οριστούν οι αρχικές και οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος καθώς και η \mathbf{F} .

2.1.1 Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων

Στην ελεύθερη ταλάντωση, τα δυναμικά συστήματα ανάλογα με τις συνοριακές συνθήκες λαμβάνουν ορισμένα σχήματα κατά την κίνησή τους, τα οποία χαρακτηρίζονται ως ιδιομορφές, και στα οποία αντιστοιχούν συχνότητες, οι οποίες ονομάζονται ιδιοσυχνότητες. Η μέθοδος για τον υπολογισμό των ιδιοσυχνοτήτων και των ιδιομορφών μέσω της δυναμικής εξίσωσης του συστήματος παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Για χάρη απλότητας, γίνεται η ρεαλιστική παραδοχή πως το σύστημα δεν διαθέτει απόσβεση, με αποτέλεσμα ο πίνακας C να θεωρείται μηδενικός, $C = 0$. Η παραδοχή αυτή είναι αποδεκτή καθώς με την εισαγωγή μητρώου C , οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές δε μεταβάλλονται αισθητά. Η παραπάνω παραδοχή έχει ως αποτέλεσμα η δυναμική εξίσωση του συστήματος στη γενική της μορφή να γράφεται ως,

$$[M] \cdot \ddot{\mathbf{q}} + [K] \cdot \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (2.2)$$

Στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης, πρέπει να θεωρηθεί η εξωτερική φόρτιση μηδενική, $\mathbf{F} = 0$, με αποτέλεσμα,

$$[M] \cdot \ddot{\mathbf{q}} + [K] \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (2.3)$$

Η λύση της Εξ. (2.3) προκύπτει θεωρώντας ως λύση στο πρόβλημα την $\mathbf{q} = \phi \cdot \cos(\omega \cdot t)$, ώστε να προκύψει τελικά,

$$(-[M] \cdot \omega^2 + [K]) \cdot \phi = 0 \quad (2.4)$$

Η (2.4) έχει αλγεβρική λύση εάν η ορίζουσα του πίνακα $[-M \cdot \omega^2 + K]$ ισούται με μηδέν, δηλαδή

$$|-M \cdot \omega^2 + K| = 0 \quad (2.5)$$

Η επίλυση της παραπάνω ορίζουσας, υπολογίζει τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος ω_i και εισάγοντας αυτές στην Εξ. (2.4) προκύπτουν τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα ϕ_i για την συγκεκριμένη φυσική συχνότητα. Τέλος, μπορούν να σχηματιστούν ο διαγώνιος πίνακας ιδιοσυχνοτήτων, k_p και ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων, x_n .

Από την παραπάνω ανάλυση προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές του συστήματος ή κατασκευής ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για άλλες μελέτες. Συγκεκριμένα, η απόκριση της κατασκευής για οποιαδήποτε αρχική συνθήκη και φόρτιση μπορεί να αναπαραχθεί ως γραμμικός συνδυασμός των ιδιομορφών αυτής.

2.2 Θεωρία Μετασχηματισμού στο Χώρο των Ιδιομορφών (Modal Transformation)

Έχοντας ορίσει πλήρως τις ιδιοσυχνότητες και τα ιδιοδιανύσματα του συστήματος, προκειμένου να βρεθεί οποιαδήποτε άλλη πληροφορία για την απόκριση της κατασκευής πρέπει να επιλυθεί το σύστημα

$$[M] \cdot \ddot{q} + [Damp] \cdot \dot{q} + [K] \cdot q = F \quad (2.6)$$

με $M, K, Damp \rightarrow [n \times n]$ και $F \rightarrow [n \times 1]$, το οποίο είναι συζευγμένο, αφού οι πίνακες $M, Damp, K$ δεν είναι διαγώνιοι. Αυτό σημαίνει πως οι αρχικές συνθήκες και η φόρτιση σε κάθε βαθμό ελευθερίας δεν επιδρούν μόνο σε αυτόν. Για να επιλυθεί στη συγκεκριμένη του μορφή είτε θα πρέπει να βρεθεί μία αναλυτική κλειστής μορφής λύση ή να χρησιμοποιηθεί υπολογιστική μέθοδος, και οι δύο εκ των οποίων είναι χρονοβόρες και ασύμφωρες.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπισθεί χρησιμοποιώντας μετασχηματισμό μεταβλητών με τα ιδιοδιανύσματα του μοντέλου, ώστε να δημιουργηθούν n ανεξάρτητες μεταξύ τους εξισώσεις. Αυτός ο μετασχηματισμός εφαρμόζεται στους πίνακες $M, Damp$ και K και ονομάζεται μορφικός μετασχηματισμός (modal transformation).

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι ως εξής και βασίζεται στη μεθοδολογία των Hatch, [10] και San Andres [34]. Το σύστημα συζευγμένων εξισώσεων μετασχηματίζεται σε ανεξάρτητες εξισώσεις, κάθε μία εκ των οποίων αφορά μία ιδιομορφή (δηλ. ένα μοτίβο παραμόρφωσης) του μοντέλου. Κάθε διαφορική εξίσωση δευτέρου βαθμού επιλύεται χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες αρχικές συνθήκες και προκύπτουν τα αποτελέσματα για το μετασχηματισμένο σύστημα. Τέλος, με χρήση αντίστροφου μετασχηματισμού υπολογίζεται η απόκριση σε φυσικές συντεταγμένες.

Συγκεκριμένα για το μετασχηματισμό, ο πίνακας M γίνεται μοναδιαίος πίνακας διαστάσεων ίδιων με τον αρχικό πίνακα M και ο K γίνεται διαγώνιος με στοιχεία $\omega_{p,i}$ όπου $\omega_{p,i}$ η ιδιοσυχνότητα της αντίστοιχης ιδιομορφής που έχει υπολογιστεί για το μοντέλο. Ο πίνακας $Damp$ γίνεται διαγώνιος πίνακας όπου τα στοιχεία του είναι οι συντελεστές c συστήματος, οι οποίοι προκύπτουν ως,

$$c_i = \zeta_i \cdot (2 \cdot \sqrt{k_i})^2 \quad (2.7)$$

όπου $i=1, \dots, n$, με n οι υπολογισμένες ιδιοσυχνότητες του συστήματος

Εν τέλει, δημιουργείται ένα σύστημα n ανεξάρτητων διαφορικών εξισώσεων όσες οι ιδιοσυχνότητες που έχουν μοντελοποιηθεί για την κατασκευή. Η επίλυση αυτών είναι πιο εύκολη υπολογιστικά.

Παρακάτω αναλύονται εν συντομία οι σχέσεις για τον μετασχηματισμό του συζευγμένου συστήματος διαφορικών σε ανεξάρτητο.

Αρχικά υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες και τα ιδιοδιανύσματα για το σύστημα, όπως έχει παρουσιαστεί παραπάνω, ως $\omega_{p,i}$ και x αντιστοίχως.

Για το μετασχηματισμό επιλέγεται τα μητρώα να κανονικοποιηθούν βάσει μοναδιαίου πίνακα μάζας με αποτέλεσμα τα ιδιοδιανύσματα να προκύπτουν x_n .

$$x_{ni} = \frac{x_{mi}}{[x_{mi}^T \cdot [M] \cdot x_{mi}]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.8)$$

όπου x_{mi} είναι η i στήλη του μη κανονικοποιημένου πίνακα ιδιοδιανυσμάτων, ενώ x_{ni} του κανονικοποιημένου με $i=1, \dots, n$ και

Η παραπάνω διαδικασία γίνεται επειδή τα ιδιοδιανύσματα έχουν οριστεί ως λόγοι και όχι απόλυτα μεγέθη. Έτσι ένα ιδιοδιάνυσμα μπορεί να κανονικοποιηθεί ώστε το μέτρο του να ισούται με 1, ωστόσο μπορούν να

οριστούν διαφορετικές τιμές πιο χρήσιμες για τη μελέτη, όπως η παραπάνω όπου οδηγεί σε μοναδιαίο πίνακα μάζας.

2.2.1 Μετασχηματισμός από πεδίο χρόνου προς πεδίο ιδιομορφών (Forward modal transformation)

Τα μητρώα μάζας, δυσκαμψίας και απόσβεσης:

$$[x_n]^T \cdot [M] \cdot [x_n] = I = [M_{modal}] \quad (2.9)$$

$$[x_n]^T \cdot [K] \cdot [x_n] = \text{diag}(\omega_p) = [K_{modal}] \quad (2.10)$$

$$[x_n]^T \cdot [Damp] \cdot [x_n] = \text{diag}(c_p) = [Damp_{modal}] \quad (2.11)$$

όπου M_{modal} , K_{modal} , $Damp_{modal}$ τα κανονικοποιημένα μητρώα του συστήματος

Από τις παραπάνω Εξ. (2.9),(2.10) είναι εμφανές πως για την εξαγωγή των κανονικοποιημένων μητρώων μάζας και δυσκαμψίας δεν είναι απαραίτητοι επιπλέον υπολογισμοί, καθώς μπορούν να εξαχθούν βάσει μόνο των ιδιομορφών του μελετούμενου μοντέλου.

Για το μετασχηματισμό του πίνακα δύναμης χρησιμοποιούνται πάλι τα ιδιοδιανύσματα αλλά επιλέγεται το διάνυσμα της δύναμης να χωριστεί σε δύο επιμέρους, εκ των οποίων το ένα είναι η δύναμη του επενεργητή - η οποία μπορεί να ελεγχθεί - ενώ το δεύτερο διάνυσμα είναι η εξωτερική δύναμη - η οποία επιλέγεται να μην μπορεί να ελεγχθεί αλλά να επηρεάζει την απόκριση του συστήματος.

$$[x_n]^T \cdot (\mathbf{F}_{act} + \mathbf{F}_{ext}) = \mathbf{F}_{act,modal} + \mathbf{F}_{ext,modal} \quad (2.12)$$

Τελικά, οι ανεξάρτητες διαφορικές εξισώσεις προκύπτουν ως:

$$([x_n]^T \cdot [M] \cdot [x_n]) \cdot \ddot{z} + ([x_n]^T \cdot [Damp] \cdot [x_n]) \cdot \dot{z} + ([x_n]^T \cdot [K] \cdot [x_n]) \cdot z = [x_n]^T \cdot (\mathbf{F}_{act} + \mathbf{F}_{ext}) \quad (2.13)$$

όπου \ddot{z} , \dot{z} , z οι μετατόπιση, ταχύτητα και επιτάχυνση αντίστοιχα σε συντεταγμένες στο πεδίο των ιδιομορφών.

Όσον αφορά τις αρχικές συνθήκες του συστήματος, n_0 , αυτές πρέπει εξίσου να μετασχηματισθούν ως εξής:

$$\mathbf{z}_0 = [x_n]^{-1} \cdot \mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{z}}_0 = [x_n]^{-1} \cdot \dot{\mathbf{q}}_0 \quad (2.14)$$

όπου \mathbf{q}_0 , $\dot{\mathbf{q}}_0$ είναι οι αρχικές συνθήκες μετατόπισης και ταχύτητας σε φυσικές συντεταγμένες και έχουν διαστάσεις $[n \times 1]$

Όπως φαίνεται από την Εξ. (2.14) για τον υπολογισμό των οριακών συνθηκών είναι απαραίτητο ο πίνακας των ιδιοδιανυσμάτων να είναι ορθογώνιος. Αυτό σημαίνει πως θα πρέπει να υπολογιστούν τόσες ιδιοσυχνότητες όσο είναι και οι βαθμοί ελευθερίας του συστήματος. Αυτό για μεγάλες κατασκευές είναι ασύμφορο, καθώς είτε δεν είναι απαραίτητες όλες οι ιδιοσυχνότητες για ένα ακριβές μοντέλο είτε οι βαθμοί ελευθερίας είναι πολλοί. Για να αποφευχθεί το πρόβλημα έλλειψης αντιστρόφου ιδιοδιανυσμάτων και την αποφυγή χρήσης δεξιού ψευδοαντίστροφου, ο αντίστροφος των ιδιοδιανυσμάτων υπολογίζεται ως:

$$\mathbf{q}_0 = [x_n] \cdot \mathbf{z}_0 \quad (2.15)$$

Και τα δύο μέλη της (2.13) πολλαπλασιάζονται με $[x_n]^T \cdot [M]$ και χρησιμοποιώντας την (2.9),

$$\begin{aligned} \Rightarrow [x_n]^T \cdot [M] \cdot \mathbf{q}_0 &= [x_n]^T \cdot [M] \cdot [x_n] \cdot \mathbf{z}_0 \Rightarrow [x_n]^T \cdot [M] \cdot \mathbf{q}_0 = [M_{modal}] \cdot \mathbf{z}_0 \Rightarrow \\ [M_{modal}]^{-1} \cdot [x_n]^T \cdot [M] \cdot \mathbf{q}_0 &= \mathbf{z}_0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Συνεπώς προκύπτει πως:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_0 &= [M_{modal}]^{-1} \cdot [x_n]^T \cdot [M] \cdot \mathbf{q}_0 \\ [x_n]^{-1} &= [M_{modal}]^{-1} \cdot [x_n]^T \cdot [M] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Η παραπάνω σχέση (2.17) χρησιμοποιείται και για την παράγωγο της μεταβλητής θέσης.

Γενικά, για τις συντεταγμένες που εμπλέκονται στον μετασχηματισμό ισχύει πως στην περίπτωση των φυσικών συντεταγμένων αυτές αφορούν την επιτάχυνση, ταχύτητα και μετατόπιση της μάζας κάθε βαθμού ελευθερίας, ενώ οι μετασχηματισμένες αφορούν τα αντίστοιχα μεγέθη κάθε ιδιομορφής ταλάντωσης.

2.2.2 Μετασχηματισμός από πεδίο ιδιομορφών προς πεδίο χρόνου (Backward modal transformation)

Προκειμένου να επιστρέψουμε στις φυσικές συντεταγμένες από τις μετασχηματισμένες χρειάζεται η σχέση που παρουσιάζεται παρακάτω,

$$\mathbf{q} = [\mathbf{x}_n] \cdot \mathbf{z} \quad (2.18)$$

Ανακεφαλαιώνοντας, το σύστημα μετασχηματίζεται από το πεδίο χρόνου στο πεδίο ιδιομορφών, προκειμένου να αποτελείται από γραμμικά ανεξάρτητες μεταξύ τους δευτεροβάθμιες ΔΕ. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να επιλυθεί η απόκριση της κάθε ιδιομορφής ξεχωριστά. Έτσι, όπως θα αναλυθεί διεξοδικά στην επόμενη ενότητα (βλ. Εν. 2.3), μπορούν να εφαρμοστούν τεχνικές αυτομάτου ελέγχου για να ελεγχθεί η απόκριση κάθε ιδιομορφής ταλάντωσης της κατασκευής, εφόσον εξασφαλιστεί η ελεγχσιμότητά της. Από τον έλεγχο προκύπτουν παράμετροι ως προς την απόκριση (μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση) και ως προς τον ελεγκτή (απαιτούμενη ισχύς και ενέργεια, πλάτος εισόδου). Για να υπάρχει φυσικό νόημα στις παραμέτρους, πρέπει αυτές να επιστρέψουν στο πεδίο του χρόνου μέσω του μετασχηματισμού της Εξ. (2.18).

Στη συγκεκριμένη εργασία, η εξαγωγή των μητρώων (μετασχηματισμένων και μη) πραγματοποιείται μέσω του λογισμικού ANSYS με χρήση κώδικα που εισάγεται στον επιλύτη του και παρουσιάζεται στο Παράρτημα Α (Κεφ. 7). Ο υπολογισμός των ιδιοσυχνοτήτων γίνεται άμεσα στο ANSYS μέσω ήδη υπάρχουσών ρουτίνων, ενώ ο μετασχηματισμός από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο ιδιομορφών και αντίστροφα, γίνεται στο πρόγραμμα που έχει δημιουργηθεί στο λογισμικό MATLAB. Σημειώνεται πως ο μετασχηματισμός χρόνου-ιδιομορφών εκτελείται και στο ANSYS, για την επαλήθευση των αποτελεσμάτων του προγράμματος.

2.3 Θεωρία Ελέγχου

2.3.1 Μετασχηματισμός χώρου καταστάσεων

Προκειμένου να επιτευχθεί ο έλεγχος ενός συστήματος ή κατασκευής είναι χρήσιμο επιλεγμένες μεταβλητές των διαφορικών εξισώσεων που την χαρακτηρίζουν να μετατραπούν σε μεταβλητές στο χώρο καταστάσεων (state space). Ο χώρος κατάστασης του συστήματος χρησιμοποιείται προκειμένου να απλοποιηθούν οι n διαφορικές εξισώσεις δευτέρου βαθμού σε $2 \cdot n$ εξισώσεις πρώτου βαθμού. Με αυτό τον τρόπο είναι πιο εύκολη η επίλυση της δυναμικής του συστήματος υπολογιστικά.

Ταυτόχρονα, οι περισσότερες προσομοιώσεις συστημάτων και ειδικότερα κατασκευών γίνονται με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων, τα οποία έχουν ασύμφορα μεγάλο αριθμό δυναμικών εξισώσεων, καθιστώντας τη μεταφορά τους και αξιοποίηση από ένα νόμο αυτομάτου ελέγχου αδύνατη. Έτσι, ενδείκνυται η χρήση μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων για λεπτομερή μοντελοποίηση της κατασκευής και υπολογισμό ιδιοσυχνοτήτων και ιδιοδιανυσμάτων, μετασχηματισμός στο πεδίο των ιδιομορφών (Εν. 2.2) για διαγωνοποίηση των μητρώων και τελικά μεταφορά στο χώρο κατάστασης για εφαρμογή τεχνικών αυτομάτου ελέγχου.

Μέσω του μετασχηματισμού στο χώρο καταστάσεων δημιουργούνται οι πίνακες A,B,C,D για τον έλεγχο του μοντέλου. Οι δύο πρώτοι αφορούν τις διαφορικές εξισώσεις που χαρακτηρίζουν το σύστημα ενώ οι C,D συνδέουν τις μεταβλητές κατάστασης με αυτές της εξόδου ([35, 36]).

Οι σχέσεις βάσει των οποίων προκύπτουν οι αντίστοιχοι πίνακες, καθώς και οι επιλεγείσες καταστάσεις (states) παρουσιάζονται παρακάτω.

Οι μεταβλητές κατάστασης ορίζονται ως:

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{z} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{z}} \quad (2.20)$$

όπου \mathbf{x}_1 , \mathbf{x}_2 είναι ορισμένες μεταβλητές κατάστασης και

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Αντικαθιστώντας στην Εξ. (2.13) καταλήγουμε στην παρακάτω σχέση,

$$M_{modal} \cdot \dot{\mathbf{x}}_2 + C_{modal} \cdot \mathbf{x}_2 + K_{modal} \cdot \mathbf{x}_1 = \mathbf{F}_{act,modal} + \mathbf{F}_{ext,modal} \quad (2.22)$$

Λύνοντας την Εξ. (2.22) ως προς $\dot{\mathbf{x}}_2$ και δημιουργώντας διαφορική εξίσωση για το \mathbf{x}_1 , σχηματίζεται εν τέλει το σύστημα διαφορικών εξισώσεων,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M_{modal}^{-1}] \cdot [K_{modal}] & -[M_{modal}^{-1}] \cdot [C_{modal}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [M_{modal}^{-1}] \cdot \mathbf{F}_{act,modal} & [M_{modal}^{-1}] \cdot \mathbf{F}_{ext,modal} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}$$

και αναλόγως με τα μετρούμενα μεγέθη δημιουργείται ο πίνακας εξόδων για το σύστημα. Γενικά εξάγονται όλες οι μεταβλητές κατάστασης ως εξόδοι, συνεπώς,

$$\mathbf{y} = [I] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + [0] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}$$

όπου u_i οι είσοδοι στο σύστημα. Από τα παραπάνω, οι πίνακες A,B,C,D προκύπτουν:

$$A = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M_{modal}^{-1}] \cdot [K_{modal}] & -[M_{modal}^{-1}] \cdot [C_{modal}] \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [M_{modal}^{-1}] \cdot \mathbf{F}_{act,modal} & [M_{modal}^{-1}] \cdot \mathbf{F}_{ext,modal} \end{bmatrix}$$

$$C = [I]$$

$$D = [0]$$

2.3.2 Νόμος ελέγχου

2.3.2.1 Ελεγχιμότητα και παρατηρησιμότητα

Προκειμένου να εφαρμοσθεί έλεγχος πρέπει αρχικά να επιβεβαιωθεί η ελεγχιμότητα και η παρατηρησιμότητα του συστήματος. Οι σχέσεις για κάθε μία από τις ιδιότητες παρουσιάζονται στη συνέχεια, Ο πίνακας ελεγχιμότητας C προκύπτει ως,

$$C(A, B) = [B \quad A \cdot B \quad A^2 \cdot B \quad \dots \quad A^{2 \cdot v - 1} \cdot B] \quad (2.23)$$

όπου A και B είναι τα μητρώα που έχουν προκύψει από την παραπάνω μελέτη (Εν. 2.3.1) και $2 \cdot v$ είναι ο αριθμός μεταβλητών κατάστασης.

Αντιστοίχως για τον πίνακα παρατηρησιμότητας O ,

$$O(A, B) = [C \quad C \cdot A \quad C \cdot A^2 \quad \dots \quad C \cdot A^{2 \cdot v - 1}]^T \quad (2.24)$$

όπου C ο πίνακας από το χώρο καταστάσεων.

Προκειμένου να επιβεβαιωθεί η ελεγχιμότητα και παρατηρησιμότητα του συστήματος, θα πρέπει οι δύο παραπάνω πίνακες (2.23,2.24) να είναι πλήρους τάξης. Αυτό σημαίνει πως θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον $2 \cdot v$ γραμμικά ανεξάρτητες στήλες και γραμμές αντίστοιχα. Στην περίπτωση τετραγωνικών πινάκων θα πρέπει η ορίζουσα να είναι διαφορετική του μηδενός και πρακτικά να μην είναι πολύ κοντά στο μηδέν.

2.3.2.2 Γραμμικός τετραγωνικός ρυθμιστής (Linear quadratic regulator)

Ο έλεγχος οποιουδήποτε συστήματος μπορεί να γίνει εφαρμόζοντας σε αυτό συγκεκριμένες δυναμικές ιδιότητες, όπως συντελεστή απόσβεσης μεγαλύτερο από τον ήδη υπάρχοντα. Ωστόσο, σε πολλά συστήματα είναι επιθυμητή η όσο το δυνατόν βέλτιστη απόκριση, η οποία περιορίζεται κυρίως από τις δυνατότητες των φυσικών μερών του ελεγκτή και του συστήματος. Ο νόμος ελέγχου που μπορεί να επιτύχει τη καλύτερη αξιοποίηση των δυνατοτήτων του ελεγκτή σε σχέση με το σύστημα είναι ο βέλτιστος έλεγχος. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία ελεγκτή δεν τοποθετεί τους πόλους του συστήματος βάσει ορισμένων μεταβλητών όπως είναι η υπερακόντιση και ο χρόνος αποκατάστασης, δημιουργώντας περιοχές στο τόπο των ριζών όπου επιτρέπεται η τοποθέτηση αυτών - όπως γίνεται στην περίπτωση του κλασικού ελέγχου. Αντιθέτως, ορίζει βάσει μίας συνάρτησης βελτιστοποίησης επιθυμητούς στόχους για το σύστημα. Η συνάρτηση μπορεί να προϋποθέσει τη μείωση της ενέργειας ελέγχου ή/και τη μείωση αποκατάστασης του σφάλματος καταστάσεων. Αυτοί οι στόχοι εισάγονται στη συνάρτηση βελτιστοποίησης και υπολογίζονται τα κέρδη ελεγκτή για κάθε κατάσταση. Οι λόγοι χρήσης της μεθοδολογίας βέλτιστου ελέγχου έναντι κλασικού παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Σε συστήματα πολλών εισόδων - πολλών εξόδων, η τεχνική τοποθέτησης πόλων σε συγκεκριμένες θέσεις - στην οποία βασίζεται ο κλασικός έλεγχος - δεν έχει πάντα δυνατότητα να ορίσει όλες τις παραμέτρους του ελεγκτή. Αυτό συμβαίνει καθώς για $2 \cdot v$ μεταβλητές κατάστασης με m εισόδους μπορούν να οριστούν $2 \cdot v$ θέσεις πόλων αλλά τα κέρδη του ελεγκτή είναι $2 \cdot v \cdot m$ σε αριθμό. Αυτό από τη μία δίνει τη δυνατότητα να οριστούν οι υπόλοιπες παράμετροι όπως είναι επιθυμητό, ωστόσο στις περισσότερες των περιπτώσεων δεν υπάρχει ακριβής γνώση ή εμπειρία ώστε αυτό να επιτευχθεί.

Ένας σημαντικότερος λόγος είναι πως οι θέσεις των πόλων του συστήματος κλειστού βρόχου δεν είναι με ακρίβεια έως και καθόλου γνωστές. Διαλέγοντας θέσεις πόλων όσο το δυνατόν πιο μακριά από την αρχή των αξόνων είναι χρήσιμο και θα οδηγήσει σε ταχεία απόκριση, ωστόσο δεν είναι πάντα εφικτό. Οι λόγοι μπορεί να είναι είτε πως υπάρχουν φυσικοί περιορισμοί στον ελεγκτή - δεν υπάρχει διαθέσιμη τόση ενέργεια ελέγχου - ή οι πόλοι να βρεθούν σε θέσεις που προκαλούν θόρυβο στο σύστημα λόγω των υψηλών κερδών.

Τέλος, πολλά συστήματα δεν είναι πλήρως ελέγξιμα, και ενώ με τη χρήση κλασικού ελέγχου δεν θα ήταν δυνατός ο έλεγχος τους, με τη χρήση βέλτιστου ελέγχου και με λογικές απαιτήσεις ελέγχου μπορεί να επιτευχθεί μια ικανοποιητική απόκριση.

Μία ειδική περίπτωση βέλτιστου ελέγχου είναι ο ελεγκτής LQR με συνάρτηση βελτιστοποίησης

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{x}^T \cdot [Q] \cdot \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \cdot [R] \cdot \mathbf{u}) dt \quad (2.25)$$

Αυτός ελέγχει όλες τις καταστάσεις του συστήματος, δηλαδή τόσο μετατόπισης όσο και ταχύτητας, και επιδιώκει τη μείωση του σφάλματος κατάστασης του συστήματος με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση της χρησιμοποιούμενης ενέργειας ελέγχου. Μπορεί να ισχυρισθεί κανείς πως η συγκεκριμένη συνάρτηση βελτιστοποίησης δεν αντιπροσωπεύει ακριβώς το βέλτιστο αποτέλεσμα στην απόκριση κάθε φυσικού προβλήματος, ωστόσο στις περισσότερες των περιπτώσεων το φυσικό πρόβλημα έχει ιδιαίτερα σύνθετη μαθηματική έκφραση για να χρησιμοποιηθεί σε νόμο ελέγχου. Συνεπώς, χρησιμοποιείται αυτή η συνάρτηση, καθώς η βελτιστοποίηση που επιδιώκει μπορεί να εφαρμοστεί στα περισσότερα φυσικά προβλήματα.

Ο νόμος ελέγχου που βελτιστοποιεί την παραπάνω εξίσωση είναι,

$$\mathbf{u} = -[K] \cdot \mathbf{x} \quad (2.26)$$

όπου ο πίνακας K υπολογίζεται ως,

$$K = R^{-1} \cdot (B^T \cdot P(t)) \quad (2.27)$$

και ο πίνακας P πρέπει να ικανοποιεί την διαφορική εξίσωση Riccati,

$$A^T \cdot P(t) + P(t) \cdot A - P(t) \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P(t) + Q = -\dot{P}(t) \quad (2.28)$$

Ο έλεγχος LQR χρησιμοποιήθηκε καθώς ο πίνακας κέρδους παραμένει σταθερός, ανεξαρτήτως χρόνου, με αποτέλεσμα η τάξη του συστήματος κλειστού βρόχου να παραμένει ίδια με αυτή του μελετούμενου μοντέλου. Το σημαντικότερο χαρακτηριστικό αυτού του είδους ελέγχου είναι η σταθερότητά (robustness) του. Αυτό προέρχεται από το γεγονός πως ο έλεγχος LQR έχει περιθώριο κέρδους στο άπειρο, ενώ περιθώριο φάσης πάνω από τις 60 μοίρες - γεγονός που εγγυάται την ταχύτερη σύγκλιση ([37]).

Όσον αφορά τη βελτιστοποίηση που επιδιώκει η συγκεκριμένη μέθοδος, αυτή έχει στόχο την ελαχιστοποίηση της απόστασης των μεταβλητών κατάστασης από το μηδέν και ταυτόχρονα των περιορισμών της αξιοποιούμενης ενέργειας ελέγχου. Το πρώτο επιτυγχάνεται μέσω του μητρώου Q, το οποίο καθορίζει για κάθε μεταβλητή κατάστασης την ταχύτητα σύγκλισης του σφάλματος από τη μόνιμη κατάσταση με το μηδέν. Η δεύτερη συνθήκη βελτιστοποίησης καθορίζεται μέσω του μητρώου R, το οποίο ορίζει την ενέργεια που χρησιμοποιεί κάθε είσοδος του συστήματος για τον έλεγχο του. Τα μεγέθη Q,R επιλέγονται βάσει των επιθυμητών στόχων.

Οι πίνακες Q και R είναι θετικά ημιορισμένοι. Συγκεκριμένα το μητρώο Q μπορεί να επιλεγεί ως $Q = \rho \cdot [I]$ ώστε κάθε κατάσταση να βελτιστοποιείται εξίσου ή ως $Q = \rho \cdot H \cdot H^T$, όπου ρ το κέρδος του πίνακα - το οποίο ρυθμίζει την ενέργεια ελέγχου και το χρόνο αποκατάστασης σφάλματος - και H είναι ο χαμιλτονιανή του μοντέλου, ώστε η δύναμη επενέργησης να εφαρμόζεται πιο ομαλά.

Τελικά όσον αφορά τους πίνακες Q και R επιλέγεται και για τους δύο η παρακάτω μεθοδολογία για την επιλογή των τιμών τους, η οποία βασίζεται εν μέρει στη μέθοδο που χρησιμοποιεί ο Radoin στο [17]

$$Q_{ii} = \rho_0 \cdot \frac{1}{\max(x_i)^2} | i = 1 : 2 \cdot v \quad (2.29)$$

όπου ρ_0 είναι συντελεστής που καθορίζει την σύγκλιση του σφάλματος και την ενέργεια ελέγχου και $2 \cdot v$ ο αριθμός μεταβλητών κατάστασης.

$$R_{jj} = \frac{1}{\max(u_j)^2} | j = 1 : m \quad (2.30)$$

όπου m ο αριθμός των εισόδων του συστήματος

Στο μητρώο Q, τα διαγώνια στοιχεία διαιρούνται με το τετράγωνο της μέγιστης αναμενόμενης τιμής των καταστάσεων. Αυτό σημαίνει πως κάθε στοιχείο διαιρείται με τη μέγιστη αναμενόμενη τιμή του. Η διαδικασία για την εύρεση των μέγιστων τιμών πραγματοποιείται ως εξής, γίνεται προσομοίωση του μοντέλου για n ιδιοσυχνότητες και καταγράφονται οι καταστάσεις του μοντέλου και η είσοδος ελέγχου και αποθηκεύονται οι τιμές τους. Επομένως δημιουργείται ένας χάρτης με τις μέγιστες τιμές των μεταβλητών κατάστασης και των εισόδων ανάλογα με τον αριθμό των ιδιοσυχνοτήτων που μοντελοποιούνται βάσει της θεωρίας μορφικού μετασχηματισμού (Εν. 2.2). Ο συντελεστής ρ_0 επιλέγεται ώστε οι τιμές ενέργειας ελέγχου να είναι στα όρια των προδιαγραφών του εξοπλισμού που είναι διαθέσιμος. Με βάση τις τιμές που έχουν προκύψει δημιουργείται ο πίνακας Q. Αντίστοιχα, δημιουργείται το μητρώο R. Η διαδικασία αυτή γίνεται ώστε να υπολογιστούν μητρώα όπου ο συντελεστής ρ_0 δεν θα μεταβάλλεται σε μεγάλα όρια και θα είναι εύκολα αντιληπτό το αποτέλεσμα που έχει στην τελική απόκριση.

2.3.2.3 Παρατηρητές κατάστασης

Το επόμενο στάδιο στον σχεδιασμό αυτομάτου ελέγχου του συστήματος αφορά την ανάδρασή του. Για τα περισσότερα συστήματα δεν είναι δυνατή η μέτρηση όλων των μεταβλητών κατάστασης του, καθώς στις περισσότερες εφαρμογές οι αισθητήρες που χρησιμοποιούνται καταγράφουν μετατοπίσεις ή κάποιες από τις μεταβλητές κατάστασης και εν γένει όχι όλες. Η χρήση αριθμητικής παραγωγίσης για τον υπολογισμό της ταχύτητας από την μετατόπιση, εμφανίζει το πρόβλημα της ενίσχυσης των σφαλμάτων κατά τη μέτρηση. Αυτό καθιστά αναγκαία τη χρήση παρατηρητή για τις καταστάσεις του συστήματος.

Όσον αφορά την παρατήρηση των καταστάσεων υπάρχουν δύο μεθοδολογίες δημιουργίας παρατηρητών. Σύμφωνα με την πρώτη, όλες οι καταστάσεις ανεξαρτήτως αν είναι διαθέσιμες εξαρχής ή όχι εκτιμώνται από τον παρατηρητή και χρησιμοποιούνται στην ανάδραση του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή, πρόκειται για τον παρατηρητή πλήρους τάξης. Αντιθέτως ο παρατηρητής μειωμένης τάξης δεν εκτιμά όλες τις καταστάσεις, αλλά μόνο αυτές που δεν είναι άμεσα διαθέσιμες. Αυτό οδηγεί σε έναν ταχύτερο και ακριβέστερο παρατηρητή.

Παρατηρητής Πλήρους Τάξης

Ο παρατηρητής πλήρους τάξης (Σχ. 2.1) λαμβάνει την είσοδο του συστήματος και, μοντελοποιώντας το αρχικό σύστημα, εκτιμά την έξοδό του και συγκρίνει την εκτίμηση αυτή με την έξοδο του βασικού συστήματος. Για να μπορέσει ο παρατηρητής να εκτιμήσει αρκετά γρήγορα τις καταστάσεις του συστήματος, είναι επιθυμητό αυτός να είναι ταχύτερος από το σύστημα. Συγχρόνως, για να είναι δυνατή η σύγκλιση του σφάλματος μεταξύ

εκτιμώμενης και πραγματικής κατάστασης εισάγεται ένα κέρδος σε αυτό, το οποίο καθορίζει την απόκριση - δηλαδή τη ταχύτητα σύγκλισης στο μηδέν - του σφάλματος.

Αναλυτικά, θεωρώντας ένα σύστημα,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A \cdot \mathbf{x}(t) + B \cdot \mathbf{u}(t) \quad (2.31)$$

$$\mathbf{y}(t) = C \cdot \mathbf{x}(t) \quad (2.32)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.33)$$

Μπορεί να δημιουργηθεί ένας παρατηρητής ίδιας τάξης χρησιμοποιώντας τις εξόδους του παραπάνω συστήματος ώστε να εκτιμά τις καταστάσεις του, οπότε,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + B \cdot \mathbf{u}(t) \quad (2.34)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = C \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (2.35)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}_0 \quad (2.36)$$

Εν γένει τα δύο αυτά συστήματα θα έχουν διαφορετική απόκριση λόγω των διαφορετικών αρχικών συνθηκών που επιλέγονται για αυτά, συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διαφορά μεταξύ τους ώστε να υπάρχει ανάδραση στον παρατηρητή.

$$\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t) = C \cdot \mathbf{e}(t) \quad (2.37)$$

με

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (2.38)$$

Δημιουργώντας έναν ευσταθή παρατηρητή βάσει των παραπάνω προκύπτει,

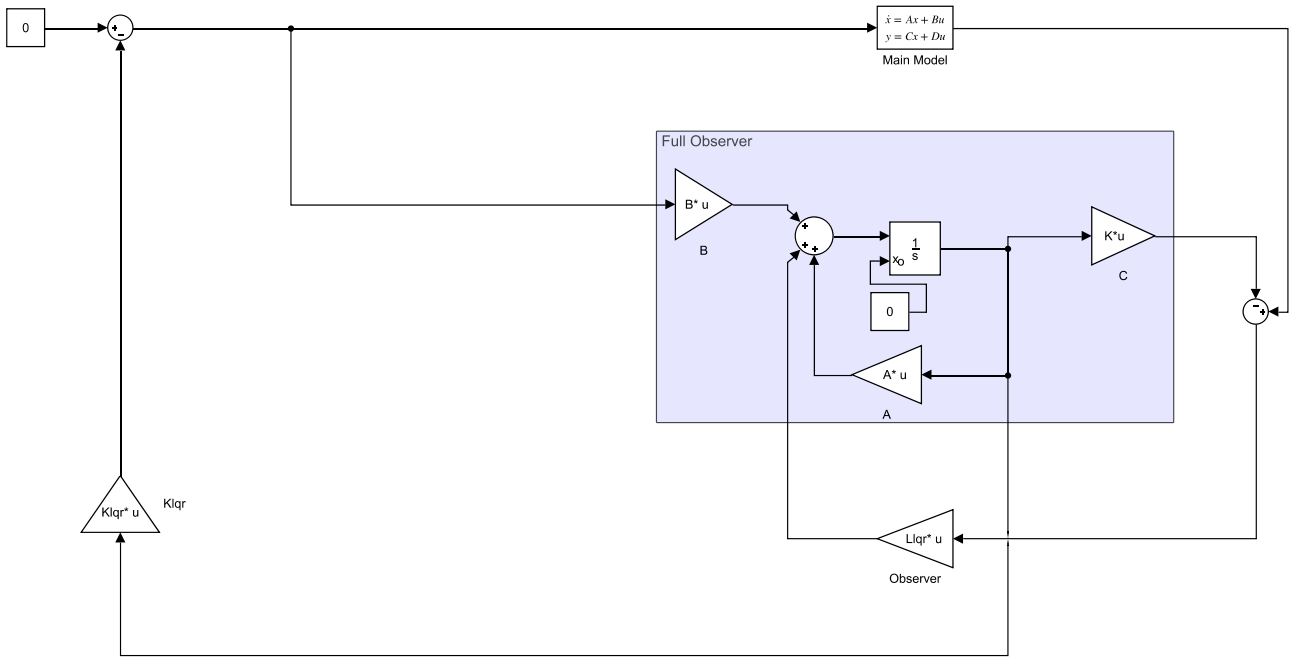
$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = A \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + B \cdot \mathbf{u}(t) + K_{obs} \cdot (\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)) = A \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + B \cdot \mathbf{u}(t) + K_{obs} \cdot C \cdot \mathbf{e}(t) \quad (2.39)$$

όπου K_{obs} αντιπροσωπεύει το κέρδος του παρατηρητή που ελέγχει τη σύγκλιση του σφάλματος των μεταβλητών κατάστασης.

Από το αρχικό σύστημα και την Εξ. (2.39) προκύπτει για το σφάλμα,

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (A - K_{obs}C) \cdot \mathbf{e}(t) \quad (2.40)$$

Ο πίνακας $A - K_{obs}C$ πρέπει να είναι ασυμπτωτικά ευσταθής, ώστε το σφάλμα να τείνει στο μηδέν ανεξάρτητα των αρχικών συνθηκών που επιλέγονται. Για να επιτευχθεί αυτό θα πρέπει το ζεύγος A, C να είναι παρατηρήσιμο, συνεπώς και το αρχικό σύστημα. Όσον αφορά το κέρδος K , αυτό βρίσκεται τοποθετώντας τους πόλους του παρατηρητή σε κατάλληλες θέσεις, οι οποίες εν γένει επιλέγονται ώστε το πραγματικό μέρος τους να είναι δέκα φορές πιο αρνητικό από αυτό του βασικού συστήματος. Αυτό γίνεται, καθώς πρέπει - για τον έλεγχο - οι εκτιμώμενες καταστάσεις να συγκλίνουν όσο το δυνατόν ταχύτερα στις πραγματικές. Για την περίπτωση απλής μέτρησης των καταστάσεων δεν απαιτείται τόσο μεγάλη ταχύτητα σύγκλισης, συνεπώς το πραγματικό μέρος επιλέγεται 2 φορές πιο αρνητικό (ταχύτερο).



Σχήμα 2.1: Παρατηρητής Πλήρους Τάξης.

Παρατηρητής Μειωμένης Τάξης

Αντιθέτως με τον παρατηρητή πλήρους τάξεως, ο μειωμένης τάξης (Σχ. 2.2) δεν προσομοιάζει όλες τις καταστάσεις του συστήματος, αλλά μόνο αυτές που δεν είναι μετρήσιμες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το σύστημά του να είναι μικρότερης τάξης από αυτό του βασικού μοντέλου, μειώνοντας την απαίτηση για υπολογιστική ισχύ, αλλά και την απαίτηση για φυσικούς αισθητήρες, καθώς δεν μετρώνται όλες οι μεταβλητές εξόδου. Οι απαραίτητες σχέσεις για τον παρατηρητή μειωμένης τάξεως παρουσιάζονται στη συνέχεια και είναι βασισμένες στη μεθοδολογία που έχει αναπτυχθεί στο [38].

Θεωρώντας πως ο πίνακας C δεν είναι πλήρους τάξεως, αλλά έχει διαστάσεις $m \times v$, πρέπει να βρεθεί συμπληρωματικός του πίνακας διαστάσεων $r = (m - v) \times v$ που θα τον μετατρέψει σε πλήρους τάξεως πίνακα.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ C_1 \end{bmatrix} = n \quad (2.41)$$

Θεωρώντας $\mathbf{p}(t) = C_1 \cdot \mathbf{x}(t)$, προκύπτει,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ C_1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}(t) \Rightarrow \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} C \\ C_1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & L_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Μία προσέγγιση των καταστάσεων είναι,

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = L \cdot \mathbf{y}(t) = \hat{\mathbf{p}}(t) \quad (2.43)$$

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του χώρου καταστάσεων του συστήματος και την Εξ. (2.43) προκύπτει,

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = \frac{d}{dt} \{C_1 \cdot \mathbf{x}(t)\} = C_1 \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) = C_1 A \mathbf{x}(t) + C_1 B u(t) = C_1 A L_1 \mathbf{p}(t) + C_1 B u(t) \quad (2.44)$$

Καθώς απαιτείται περισσότερη πληροφορία για το \mathbf{p} και το \mathbf{y} δεν μπορεί να την προσφέρει μέσω της ανάδρασης στο σύστημα του παρατηρητή, χρησιμοποιείται το $\dot{\mathbf{y}}$. Έτσι,

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = C \dot{\mathbf{x}}(t) = C A \mathbf{x}(t) + C B u(t) = C A L_1 \mathbf{p}(t) + C B u(t) + C A L \mathbf{y}(t) \quad (2.45)$$

Συνεπώς, μπορεί να δημιουργηθεί ο παρατηρητής μειωμένης τάξης για το σύστημα ως,

$$\dot{\hat{p}}(t) = C_1 A L_1 \hat{p}(t) + C_1 B u(t) + C_1 A L y(t) + K_{obs}(\dot{y}(t) - \hat{y}(t)) \quad (2.46)$$

όπου K_{obs} είναι το κέρδος του παρατηρητή. Αυτό μπορεί να βρεθεί με τοποθέτηση των πόλων του συστήματος του παρατηρητή σε k φορές πιο αρνητικές πραγματικές τιμές από αυτούς του βασικού συστήματος. Η εντολή στο MATLAB για την τοποθέτηση των πόλων είναι $place((C_1 \cdot A \cdot L_1), (C \cdot A \cdot L_1), e_{obs})$.

Στην Εξ. (2.46), εξαλείφουμε με χρήση της (2.45) το $\dot{y}(t)$ ως,

$$\dot{\hat{p}}(t) = C_1 A L_1 \hat{p}(t) + C_1 B u(t) + C_1 A L y(t) + K_{obs}(\dot{y}(t) - C A L_1 \hat{p}(t) + C B u(t) + C A L y(t)) \quad (2.47)$$

Φέρνοντας το $\dot{y}(t)$ στο αριστερό μέλος της εξίσωσης (2.47) και αλλάζοντας μεταβλητές,

$$\dot{\hat{w}}(t) = \hat{p}(t) - K_{obs} y(t) \quad (2.48)$$

Προκύπτει τελικά,

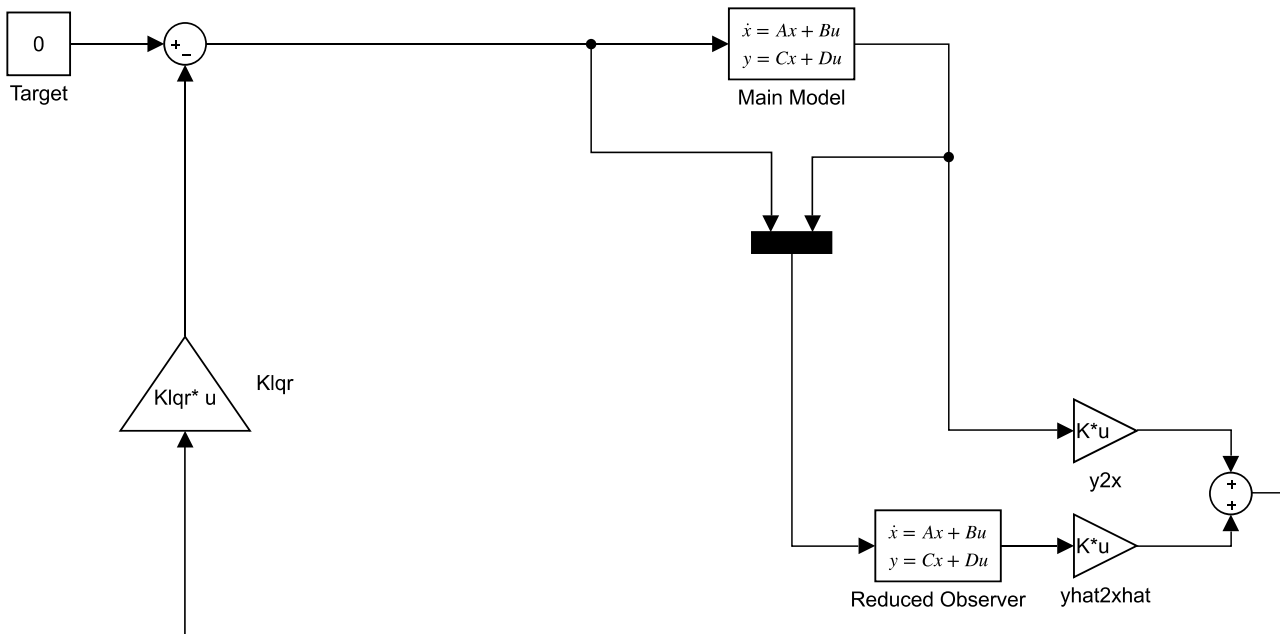
$$\dot{\hat{w}}(t) = A_w \hat{w}(t) + B_w u(t) + K_w y(t) \quad (2.49)$$

όπου,

$$A_w = (C_1 - K_{obs} C) A L_1, B_w = (C_1 - K_{obs} C) B, K_w = (C_1 - K_{obs} C) A (L + L_1 K_{obs}) \quad (2.50)$$

Οι καταστάσεις - εκτιμώμενες και μη - θα είναι λοιπόν,

$$\hat{x} = L y(t) + L_1 \hat{p}(t) = (L + L_1 K_{obs}) y(t) + L_1 \hat{w}(t) \quad (2.51)$$



Σχήμα 2.2: Παρατηρητής Μειωμένης Τάξης.

Όσον αφορά τους πίνακες που χρησιμοποιούνται στο σύστημα του παρατηρητή μειωμένης τάξης, αυτοί είναι οι $A_w, [B_w \quad K_w], I$ διαστάσεων $[2 \cdot v - m, 2 \cdot v - m], [0]$.

Οι αρχικές συνθήκες του συστήματος παρατηρητή βρίσκονται με τη σχέση, $\hat{x}(0) = (C_1^T C_1^{-1}) C_1^T \cdot y(0)$. Στην προκειμένη περίπτωση αυτές προκύπτουν μηδενικές. Ένα θέμα που εμφανίζεται στον παρατηρητή μειωμένης τάξης στις αρχικές συνθήκες αυτού, είναι πως σε αυτές προστίθεται το σφάλμα από τις μετρούμενες καταστάσεις με αποτέλεσμα οι τελικές αρχικές συνθήκες να μην αντιστοιχούν ακριβώς σε αυτές που έχουν υπολογιστεί από την προηγούμενη σχέση. Για αυτό το λόγο δοκιμάζονται αρχικές συνθήκες, οι οποίες

ακυρώνουν την διόρθωση από την ανάδραση προκειμένου να αρχίζουν από τις πραγματικές αρχικές συνθήκες. Έτσι, προκύπτει η σχέση,

$$\hat{\mathbf{x}}(0) = (C_1^T C_1^{-1}) C_1^T \cdot \mathbf{y}(0) + L_1 K \mathbf{y}(0) \quad (2.52)$$

Αυτές οι δύο αρχικές συνθήκες ελέγχονται ως προς την τελική απόκριση του συστήματος και τα αποτελέσματα ενδεικτικά για ένα σύστημα παρουσιάζονται στο Σχ. 2.3,



Σχήμα 2.3: Σύγκριση αρχικών συνθηκών παρατηρητή μειωμένης τάξης.

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα 2.3, η δεύτερη σχέση αρχικών συνθηκών καταφέρνει να αντισταθμίσει την ανάδραση του συστήματος. Δηλαδή η απόκριση ξεκινάει από το μηδέν όπως έχει οριστεί, ενώ στην άλλη περίπτωση έχει διαφορετικό σημείο εκκίνησης. Προφανώς ο χρόνος αποκατάστασης του συστήματος παρατηρητή μειωμένης τάξης, ώστε να συγκλίνει με το πραγματικό δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τους πόλους του συστήματος. Ωστόσο, το σφάλμα κατά τη διάρκεια σύγκλισης είναι πολύ μικρότερο στη δεύτερη περίπτωση. Συνεπώς, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί η δεύτερη σχέση αρχικών συνθηκών.

Ανακεφαλαιώνοντας, ο νόμος ελέγχου που χρησιμοποιείται είναι ο LQR, στον οποίο επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση μίας αντικειμενικής συνάρτησης (2.25), αφού επιβεβαιωθεί η ελεγχσιμότητα του συστήματος. Αυτή εξαρτάται από τις μεταβλητές κατάστασης και την ενέργεια εισόδου του ελεγκτή, ενώ η επιρροή κάθε ενός καθορίζεται με το συντελεστή ρ_0 . Ο ελεγκτής αυτός θα χρησιμοποιηθεί σε επόμενα κεφάλαια για τον έλεγχο απόκρισης δοκού και πλάκας. Καθώς, στα συστήματα δεν είναι δυνατόν εν γένει να μετρώνται όλες οι μεταβλητές κατάστασης, παρουσιάζεται και μεθοδολογία σχεδιασμού παρατηρητή, μετά τον έλεγχο παρατηρησιμότητας του συστήματος. Αυτός, χρησιμοποιείται στην ανάδραση του συστήματος κλειστού βρόχου.

Στην περίπτωση της εργασίας, ο μετασχηματισμός στο χώρο καταστάσεων και η εξέταση ελεγχσιμότητας και παρατηρησιμότητας εκτελούνται στο πρόγραμμα MATLAB που έχει δημιουργηθεί. Ο LQR και οι παρατηρητές πλήρους και μειωμένης τάξης σχεδιάστηκαν στο πρόγραμμα του MATLAB χρησιμοποιώντας κάποιες βασικές βιβλιοθήκες και ρουτίνες του.

2.4 Θεωρία Πιεζοηλεκτρικών Στοιχείων

2.4.1 Αρχή λειτουργίας πιεζοηλεκτρικών υλικών

Πιεζοηλεκτρικά υλικά χαρακτηρίζονται αυτά τα οποία έχουν την ικανότητα να μετατρέπουν μηχανική παραμόρφωση σε ηλεκτρικό πεδίο και αντίστροφα. Αυτή η ιδιότητά τους προκύπτει μέσω του ευθέως και αντίστροφου πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Συγκεκριμένα ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο χαρακτηρίζεται η μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική και αντίστροφα είναι η ανάποδη διαδικασία. Οι πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες εμφανίζονται είτε σε κάποιους φυσικούς κρυστάλλους - quartz - ή σε τεχνητά υλικά με πόλωση όπως είναι τα κεραμικά (PZT) και τα πολυμερή (PVDF). Η πόλωση σε αυτά καθορίζει τον τρόπο που επιδρά η μηχανική ή ηλεκτρική επενέργηση στο υλικό.

Αναλυτικά οι καταστατικές εξισώσεις που περιγράφουν το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο αναλύονται στη συνέχεια,

$$S = s_e \cdot T + d^T \cdot E \quad (2.53)$$

και

$$D = d \cdot T + \epsilon_T \cdot E \quad (2.54)$$

όπου στις δύο παραπάνω εξισώσεις, S είναι ο ταυστής των παραμορφώσεων [m/m] και T των τάσεων [N/m²]. D είναι η πυκνότητα φορτίου [C/m²] και E [N/C] είναι το ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο όπως στην περίπτωση ενός πυκνωτή συνδέεται με τη διαφορά δυναμικού ως

$$E = \frac{\Delta\phi}{\Delta h} \quad (2.55)$$

με φ [V] διαφορά δυναμικού κατά τη διεύθυνση πόλωσης του πιεζοηλεκτρικού υλικού. Τέλος, d είναι ο πιεζοηλεκτρικός πίνακας [C/N], s είναι μητρώο ελαστικότητας [m²/N] και ε είναι η διηλεκτρική σταθερά του υλικού [F/m].

Όσον αφορά τα σύμβολα s_e είναι η ελαστικότητα για μηδενικό ηλεκτρικό πεδίο στο υλικό και αντιστοίχως ε_T είναι για σταθερή τασικό πεδίο.

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν με κατάλληλους μετασχηματισμούς βάσει ιδιοτήτων του υλικού να εκφραστούν με άλλα μεγέθη όπως διαφορά δυναμικού με παραμόρφωση,

$$S = s_D \cdot T + g^T \cdot D \quad (2.56)$$

$$E = -g \cdot T + \epsilon_T^{-1} \cdot D \quad (2.57)$$

$$g = \epsilon_T^{-1} \cdot d \quad (2.58)$$

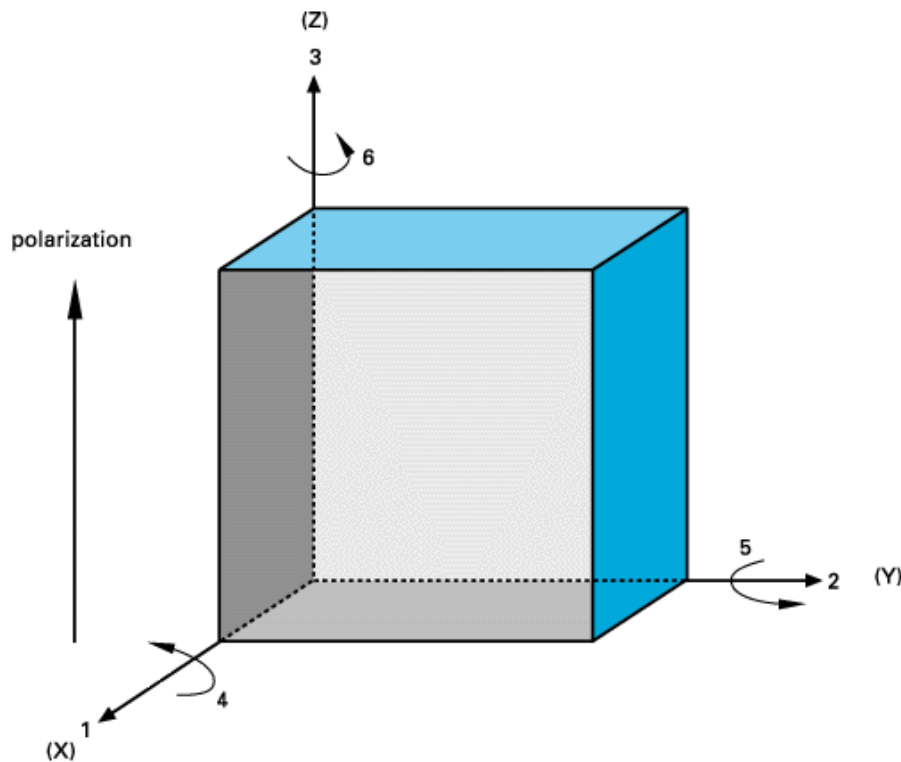
όπου το E σχετίζεται με τη διαφορά δυναμικού Δφ όπως φαίνεται παραπάνω και g είναι πιεζοηλεκτρική σταθερά [m²/C]. Οι χαρακτηριστικές εξισώσεις (2.53,2.54) μπορούν να εκφραστούν επίσης μετασχηματίζοντας το d ως,

$$d = \frac{e}{C} \quad (2.59)$$

$$T = s_{C_E} \cdot S - e_T \cdot E \quad (2.60)$$

$$D = e \cdot S + \epsilon_S \cdot E \quad (2.61)$$

όπου e είναι ο πιεζοηλεκτρικός πίνακας [C/m²]. Οι άξονες και η διεύθυνση πόλωσης παρουσιάζονται στο Σχ. 2.4



Orthogonal system describing the properties of a poled piezoelectric ceramic. Axis 3 is the poling direction

Σχήμα 2.4: Διάγραμμα αξόνων πιεζοηλεκτρικού στοιχείου και διεύθυνση πόλωσης.

Μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικών στοιχείων σε πεπερασμένα στοιχεία

Σε περίπτωση μοντελοποίησης πιεζοηλεκτρικού υλικού με πεπερασμένα στοιχεία (Π.Σ), οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται σε αυτό το στοιχείο θα είναι στη γενική τους μορφή οι εξής,

$$\begin{bmatrix} K_{qq} & K_{qv} \\ K_{qv}^T & -K_{vv} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} q \\ V \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{qq} & 0 \\ 0 & -C_{vv} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \dot{V} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{qq} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{V} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix} \quad (2.62)$$

όπου K_{qq} είναι το μητρώο που αντιστοιχεί στην ελαστική σταθερά, K_{vv} , το μητρώο που αντιστοιχεί στη διηλεκτρική σταθερά, K_{qv} , το μητρώο που αντιστοιχεί στη πιεζοηλεκτρική σταθερά, C_{qq} το μητρώο μηχανικής απόσβεσης, C_{vv} , το μητρώο του συντελεστή ηλεκτρικών απωλειών και M_{qq} το μητρώο μάζας. Τα F και Q είναι τα διανύσματα των εξωτερικών μηχανικών και ηλεκτρικών φορτίσεων αντίστοιχα. q είναι οι βαθμοί ελευθερίας μετατοπίσεων, ταχυτήτων και επιταχύνσεων, ενώ V είναι για το ηλεκτρικό δυναμικό.

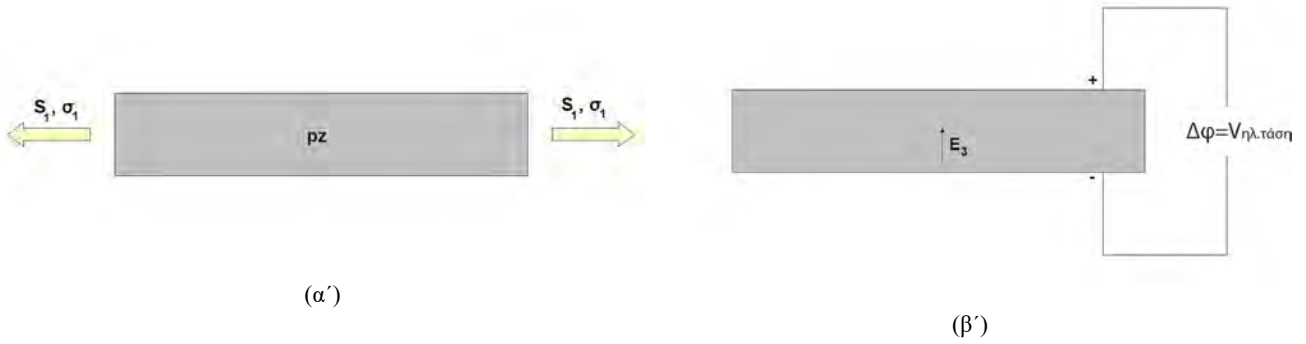
Εφαρμογή πιεζοηλεκτρικών στοιχείων σε κατασκευές

Τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία χρησιμοποιούνται στις κατασκευές με δύο κύριες λειτουργίες: ως αισθητήρες και ως επενεργητές.

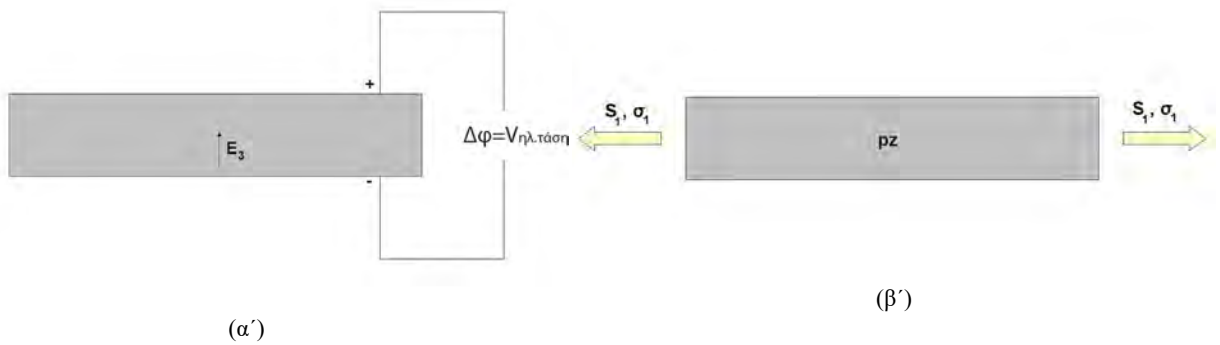
Αξιοποιώντας το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο λειτουργούν ως αισθητήρες, δηλαδή δέχονται μηχανικές παραμορφώσεις (strain) S ή τάσεις (stress) T, οι οποίες μετατρέπονται σε ηλεκτρικό πεδίο έντασης E και αντιστοίχως ηλεκτρικό δυναμικό ϕ κατά το πάχος του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου, εφόσον αυτό έχει πολωθεί κατά το πάχος του κατά τη διαδικασία παραγωγής του (Σχ.2.5). Συνδέοντας, ακροδέκτες στις δύο επιφάνειες κατά τη διεύθυνση πόλωσης του πιεζοηλεκτρικού καταγράφεται η ηλεκτρική τάση $\Delta\phi$ και εν συνεχεία η απόκριση της κατασκευής όσον αφορά τις παραμορφώσεις ή τάσεις.

Στην αντίθετη περίπτωση, τα πιεζοηλεκτρικά λειτουργούν ως επενεργητές στην κατασκευή, εφαρμόζοντας ηλεκτρική τάση $\Delta\phi$ κατά την διεύθυνση πόλωσης και παρατηρώντας παραμορφώσεις στην κατασκευή, που στην περίπτωση οριακών συνθηκών ή άλλων φορτίων μεταφράζονται σε μηχανικές τάσεις (Σχ. 2.6).

Στην περίπτωση που τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία είναι σε μορφή πλακιδίων μικρού πάχους αναφέρονται ως επιθέματα (piezoelectric patches). Η χρήση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων ως επενεργητών επεκτείνεται



Σχήμα 2.5: Ευθύ Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο. α' Αίτιο. β' Αποτέλεσμα.



Σχήμα 2.6: Αντίστροφο Πιεζοηλεκτρικό Φαινόμενο. α' Αίτιο. β' Αποτέλεσμα.

στις κατασκευές, ώστε να μπορούν να εφαρμοστούν καμπτικές παραμορφώσεις σε τμήματα δομικών στοιχείων - όπως σε δοκούς, πλάκες ή κελύφη - μέσω θλιπτικών και εφελκυστικών τάσεων (Σχ. 2.7).

Πιεζοηλεκτρική Πολύστρωτη Δομή	Πολικότητα Διεγερτών	Πιεζοελαστική Παραμόρφωση
	$\Phi^U = +$ Volts $\Phi^L = -$ Volts	
	$\Phi^U = -$ Volts $\Phi^L = +$ Volts	
	$\Phi^U = +$ Volts $\Phi^L = +$ Volts	
	$\Phi^U = -$ Volts $\Phi^L = -$ Volts	

Σχήμα 2.7: Κάμψη πλάκας με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.

Τέλος, αξιοποιώντας και τις δύο παραπάνω ιδιότητες των πιεζοηλεκτρικών - αισθητήρας και επενεργητής - μπορούν να σχεδιαστούν προσαρμοζόμενες κατασκευές (adaptive structures), όπου ταυτόχρονα να

παρακολουθείται η παραμόρφωσή τους μέσω των αισθητήρων και να εφαρμόζονται κατάλληλες φορτίσεις μέσω των επενεργητών για να την ελέγξουν. Τα πλεονεκτήματα αυτών των στοιχείων έναντι άλλων επενεργητών - servo-κινητήρες - και αισθητήρων - μηχανοσυστήματα (strain gauges) - είναι το μικρό βάρος και μέγεθος που τα χαρακτηρίζει, η ταχύτατη απόκρισή τους και η ευκολία εγκατάστασης σε κατασκευές, καθώς μπορούν να συναρμολογηθούν ακόμα και ανάμεσα σε στρώσεις σύνθετων υλικών.

2.4.2 Μοντελοποίηση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων (patches)

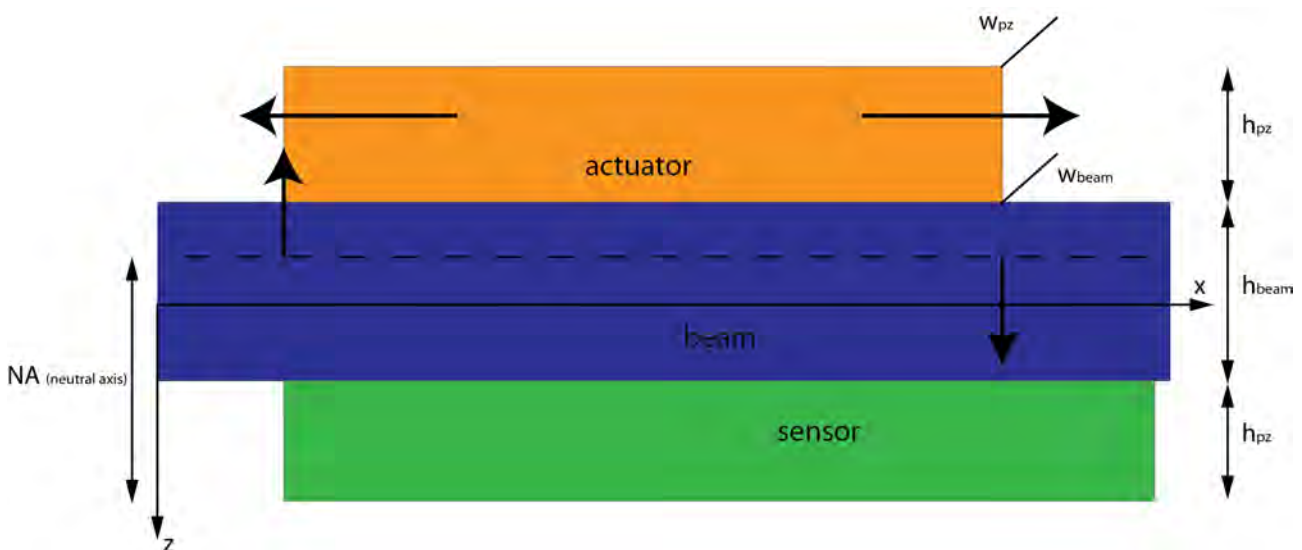
Τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία πάνω σε κατασκευές μπορούν να μοντελοποιηθούν είτε ως συζευγμένα συστήματα όπου οι καταστατικές εξισώσεις τους θα επιλύονται δυναμικά και συγχρόνως ή ως ανεξάρτητα στοιχεία τα οποία θα λειτουργούν ως επενεργητές ή/και αισθητήρες, χωρίς να επηρεάζουν τις εξισώσεις ισορροπίας μέσω των καταστατικών εξισώσεών τους.

Η προκειμένη ανάλυση αφορά τη δεύτερη περίπτωση της αποσυζευγμένης μελέτης, καθώς δεν είναι αναγκαία η μέγιστη ακρίβεια απόκρισης της κατασκευής. Ο τρόπος που μοντελοποιούνται οι επενεργητές και οι αισθητήρες σε ένα τέτοιο σύστημα είναι μέσω ισοδύναμων ροπών και ως αισθητήρες παραμόρφωσης, αντίστοιχα. Αυτό σημαίνει πως τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα τα οποία λειτουργούν ως επενεργητές αντικαθίστανται στο σύστημα και στις εξισώσεις ισορροπίας αυτού με εξωτερικά φορτία και συγκεκριμένα, ροπές που εφαρμόζονται από ζεύγη δυνάμεων. Οι ροπές αυτές μέσω των καταστατικών Εξ. (2.54) (βλ. Εν. 2.4.2.2), μετατρέπονται σε ηλεκτρική τάση που πρέπει να ασκείται στους ακροδέκτες τους. Οι αισθητήρες δεν μοντελοποιούνται, αλλά μετρώντας τις παραμορφώσεις της κατασκευής και πάλι, μέσω της καταστατικής εξίσωσης (2.53) υπολογίζεται η διαφορά δυναμικού που εμφανίζεται. Σημειώνεται πως στη δυναμική του συστήματος συνυπολογίζεται η μάζα και η ελαστικότητα των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων.

2.4.2.1 Υπολογισμός ουδέτερου άξονα κατά την κάμψη κατασκευής με επενεργητή και αισθητήρα

Προκειμένου να δημιουργηθεί μία σχέση που να συνδέει το ζεύγος δυνάμεων που ασκείται από τον επενεργητή με την ηλεκτρική τάση που πρέπει να εφαρμόζεται στους ακροδέκτες του, είναι απαραίτητος ο υπολογισμός του ουδέτερου άξονα στην περίπτωση της δοκού και της ουδέτερης επιφάνειας στην περίπτωση της πλάκας.

Και στις δύο περιπτώσεις, για τον υπολογισμό θεωρείται πως το συναρμολόγημα είναι σύνθετο υλικό με την ενδιάμεση στρώση να είναι η κατασκευή, ανεξαρτήτως υλικού - στην συγκεκριμένη περίπτωση σύνθετο και οι άλλες δύο στρώσεις είναι τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα επενεργητή και αισθητήρα (Σχ. 2.8).



Σχήμα 2.8: Μερικό μοντέλο συναρμολογήματος δοκού - Εφαρμογή Δυνάμεων Επενεργητή.

Όσον αφορά τη δοκό, σε αυτή γίνεται η παραδοχή πως κατά τον άξονα του πλάτους δεν υπάρχουν παραμορφώσεις, με αποτέλεσμα η εύρεση του ουδέτερου άξονα αναλυτικά να γίνεται μέσω ισορροπίας ροπών σε 1 επίπεδο.

Σύμφωνα με το Σχ. 2.8, η θέση του ουδέτερου άξονα είναι στο σημείο όπου το άθροισμα των ροπών είναι ίσο με μηδέν.

$$\int_{s\text{ens},\text{film}} T_{x,\text{sens}} dA + \int_{\text{beam}} T_{x,\text{beam}} dA + \int_{s\text{ens},\text{film}} T_{x,\text{act}} dA = 0 \quad (2.63)$$

Οι δείκτες στα ολοκληρώματα σηματοδοτούν ολοκλήρωση στη διατομή κάθε τεμαχίου του συναρμολογήματος - sens,film είναι για το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα του αισθητήρα. Θεωρώντας τη διαμήκη τάση να μεταβάλλεται γραμμικά βάσει της απόστασης από τον ουδέτερο άξονα, από την παραπάνω σχέση προκύπτει,

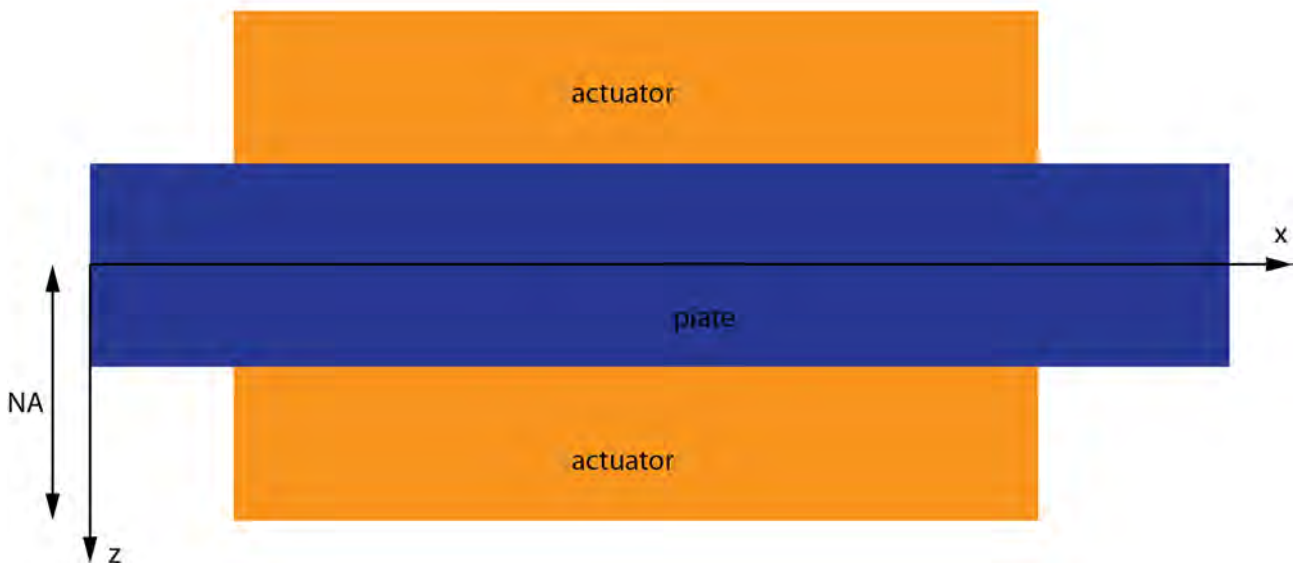
$$E_{1,\text{sens}} \cdot w_{pz} \cdot \int_{NA-h_{pz}}^{NA} z dz + E_{1,\text{beam}} \cdot w_{\text{beam}} \cdot \int_{-(h_{\text{beam}}-NA+h_{pz})}^{NA-h_{pz}} z dz + E_{1,\text{act}} \cdot w_{pz} \cdot \int_{-(h_{\text{beam}}-NA+2 \cdot h_{pz})}^{h_{\text{beam}}-NA+h_{pz}} z dz = 0 \quad (2.64)$$

όπου E είναι η σταθερά ελαστικότητας Young κατά το διαμήκη άξονα (x) στον αισθητήρα, τη δοκό και τον επενεργητή, αντίστοιχα, w_{pz} , h_{pz} , w_{beam} , h_{beam} είναι το πλάτος και το πάχος των πιεζοηλεκτρικών φιλμ και της δοκού αντιστοίχως. NA είναι η απόσταση του ουδέτερου άξονα από το κατώτερο σημείο της διατομής όπως φαίνεται στο Σχ. 2.8.

Επιλύοντας την εξίσωση (2.64) στο λογισμικό Wolfram Mathematica χρησιμοποιώντας συμβολικούς χαρακτήρες προκύπτει η παρακάτω τελική σχέση για τη θέση του ουδέτερου άξονα.

$$NA = \frac{E_{1,\text{beam}} \cdot h_{\text{beam}}^2 \cdot w_{\text{beam}} + 2 \cdot E_{1,\text{beam}} \cdot h_{\text{beam}} \cdot w_{\text{beam}} \cdot h_{pz}}{2 \cdot (E_{1,\text{beam}} \cdot h_{\text{beam}} \cdot w_{\text{beam}} + E_{1,\text{act}} \cdot h_{pz} \cdot w_{pz} + h_{pz} \cdot w_{pz} \cdot E_{1,\text{sens}})} + \frac{2 \cdot E_{1,\text{act}} \cdot h_{\text{beam}} \cdot h_{pz} \cdot w_{pz} + 3 \cdot E_{1,\text{act}} \cdot h_{pz}^2 \cdot w_{pz} + h_{pz}^2 \cdot w_{pz} \cdot E_{1,\text{sens}}}{2 \cdot (E_{1,\text{beam}} \cdot h_{\text{beam}} \cdot w_{\text{beam}} + E_{1,\text{act}} \cdot h_{pz} \cdot w_{pz} + h_{pz} \cdot w_{pz} \cdot E_{1,\text{sens}})} \quad (2.65)$$

Για την περίπτωση πλάκας ή κελύφους, η δημιουργία αναλυτικής σχέσης για την ουδέτερη επιφάνεια είναι πιο σύνθετη αφού υφίστανται φορτία κατά 2 διευθύνσεις, πλάτος και μήκος. Για να ξεπεραστεί αυτό το ζήτημα και προκειμένου να ασκείται μεγαλύτερη επενέργηση στην πλάκα επιλέγεται οι επενεργητές να τοποθετούνται συμμετρικά στο επίπεδο xy και ως προς τον άξονα z, ώστε η ουδέτερη επιφάνεια να βρίσκεται ακριβώς στο μέσο του πάχους (Σχ. 2.9).



Σχήμα 2.9: Μερικό μοντέλο συναρμολογήματος πλάκας.

2.4.2.2 Σχέση ροπής – ηλεκτρικής τάσης πιεζοηλεκτρικών επενεργητών

Περίπτωση Δοκού

Για τη δοκό, μετά τον υπολογισμό της θέσης του ουδέτερου άξονα, συνέχεια έχει ο υπολογισμός της διαμήκου μηχανικής τάσης που προκαλείται από την ηλεκτρική τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του πιεζοηλεκτρικού. Αυτή προκύπτει με επεξεργασία της Εξ. (2.61) ως εξής. Θεωρώντας στην (2.61), $D = 0$ αφού δεν εφαρμόζεται ηλεκτρικό φορτίο στα πιεζοηλεκτρικά και συγκεντρώνοντας τις σταθερές e, ϵ σε μία προκύπτει

$$S = -d \cdot E \quad (2.66)$$

Η (2.55) γίνεται,

$$E = \frac{\Delta\phi}{h_{pz}} \quad (2.67)$$

και για τις μηχανικές τάσεις κατά τη διεύθυνση x ισχύει,

$$S_x = \frac{T_x}{E_{1,act}} \quad (2.68)$$

οπότε από τις (2.66)-(2.68) προκύπτει

$$T_x = E_{1,act} \cdot \frac{d}{h_{pz}} \cdot \Delta\phi \quad (2.69)$$

Από την Εξ. (2.70) υπολογίζεται η ροπή που ασκείται στη δοκό ως η ολοκλήρωση της μηχανικής τάσης που ασκείται από τον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή στην δοκό. Αυτή η μηχανική τάση που εφαρμόζεται στο επίθεμα, προκαλεί ροπή στην δοκό κατά τη διεύθυνση x.

$$M_f = \int_{-(h_{beam}-NA+2\cdot h_{pz})}^{h_{beam}-NA+h_{pz}} T_x \cdot w_{pz} \cdot z \, dz \quad (2.70)$$

Προκειμένου να μετατραπεί αυτή η ροπή σε δύναμη επενεργητή χρησιμοποιείται ζεύγος δυνάμεων που εφαρμόζεται στα άκρα του. Έτσι,

$$F_{act} = \frac{M_f}{l_{act}} \quad (2.71)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις (2.69)-(2.71) προκύπτει η σχέση μεταξύ δύναμης που ασκεί ο επενεργητής και ηλεκτρική τάση που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες αυτού.

$$\Delta\phi = \frac{F_{act} \cdot l_{act}}{E_{1,act} \cdot d \cdot (h_{beam} - NA + \frac{h_{act}}{2} + h_{sens}) \cdot w_{act}} \quad (2.72)$$

Περίπτωση Πλάκας

Στην περίπτωση της πλάκας, ο υπολογισμός αναλυτικής σχέσης μεταξύ δύναμης και διαφοράς δυναμικού είναι πιο σύνθετος και υπολογιστικά απαιτητικός. Αυτό συμβαίνει καθώς, ενώ στην περίπτωση της δοκού οι φορτίσεις λόγω ηλεκτρικού δυναμικού εφαρμόζονται κατά τον έναν άξονα, στη πλάκα η φόρτιση ασκείται κατά δύο άξονες με διαφορετικό μέτρο ελαστικότητας ανά άξονα (διεύθυνση), αφού το υλικό είναι ανισότροπο. Έτσι ο υπολογισμός της ασκούμενης μηχανικής τάσης και κατ' επέκταση της απαιτούμενης ηλεκτρικής τάσης είναι δυσκολότερος. Η λύση σε πολλές περιπτώσεις είναι να δημιουργούνται προσεγγιστικές συναρτήσεις βάσει πειραματικών δεδομένων ή αναλύσεων πεπερασμένων στοιχείων για τη σχέση μεταξύ των δύο παραπάνω μεγεθών. Στη παρούσα μελέτη έχουν αναπτυχθεί και οι δύο μεθοδολογίες ως επιβεβαίωση της αναλυτικής λύσης.

Όσον αφορά την αναλυτική μέθοδο αυτή βασίζεται στην ανάλυση που έχει γίνει στο [25] και μετέπειτα στα [39] και [40].

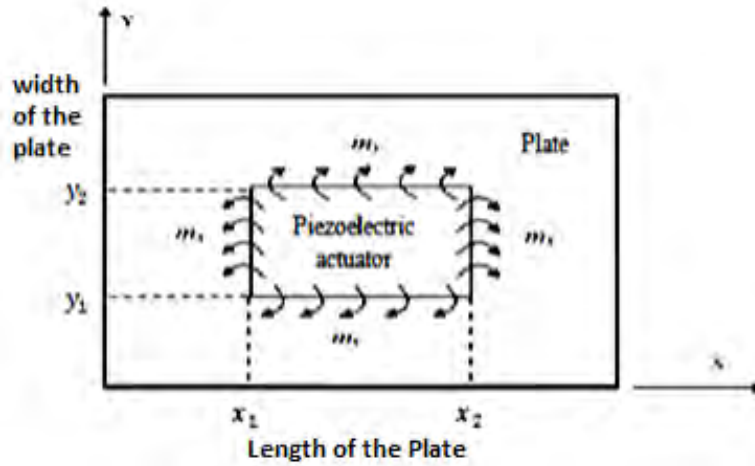
Κάποιες παραδοχές που πρέπει να γίνουν είναι πως οι παραμορφώσεις που εφαρμόζουν στην πλάκα οι επενεργητές δεν επηρεάζονται από τις οριακές συνθήκες της πλάκας, καθώς αυτοί απέχουν τουλάχιστον δέκα

φορές το πάχος τους από τις ακμές της πλάκας. Αυτό σημαίνει πως οι παραμορφώσεις κατά τους δύο άξονες θεωρούνται ίσες. Επίσης, τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα έχουν εγκατασταθεί συμμετρικά στις δύο επιφάνειες της πλάκας και το συναρμολόγημα θεωρείται κατά προσέγγιση ισότροπο. Τέλος, τα επιθέματα θεωρούνται πακτωμένα πάνω στην πλάκα χωρίς συνδετικό υλικό, το οποίο όμως μπορεί να μοντελοποιηθεί σε επόμενα στάδια επέκτασης της μελέτης.

Θεωρώντας τις παραμορφώσεις που προκαλούν οι επενεργητές,

$$S_{x,act} = S_{y,act} = S_{act} = \frac{d \cdot \Delta\phi}{h_{act}} \quad (2.73)$$

όπου d είναι η πιεζοηλεκτρική σταθερά. Για τα πιεζοηλεκτρικά υλικά που μελετήθηκαν ισχύει ότι $d_{31} = d_{32} = d$.



Σχήμα 2.10: Ροπές επενεργητή πλάκας.

Οι παραμορφώσεις του σύνθετου υλικού λόγω της καμπτικής φόρτισης είναι,

$$S_{x,plate} = Z \cdot k_x \quad S_{y,plate} = Z \cdot k_y \quad S_{xy,plate} = Z \cdot k_{xy} \quad (2.74)$$

όπου Z η απόσταση κάθε στρώσης από την ουδέτερη επιφάνεια και k_i οι καμπυλότητες της στρώσης. Οι καμπτικές τάσεις για την j στρώση του σύνθετου υλικού στην πλάκα προκύπτουν ως εξής,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^j = Z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^j \begin{Bmatrix} x \\ y \\ xy \end{Bmatrix}^j \quad (2.75)$$

όπου, τα παραπάνω μεγέθη προκύπτουν από την θεωρία σύνθετων υλικών [41]. Σε περίπτωση ισότροπων πλακών με γωνίες στρώσεις 90° τα \bar{Q}_{16} και \bar{Q}_{26} ισούνται με μηδέν([41]). Συνεπώς, οι καμπτικές τάσεις για κάθε στρώση στην πλάκα προκύπτουν,

$$T_x^j = Z[\bar{Q}_{11}^{(j)} \cdot k_x + \bar{Q}_{12}^{(j)} \cdot k_y] \quad (2.76)$$

$$T_y^j = Z[\bar{Q}_{12}^{(j)} \cdot k_x + \bar{Q}_{22}^{(j)} \cdot k_y] \quad (2.77)$$

$$T_{xy}^j = Z\bar{Q}_{66}^{(j)} \cdot k_{xy} \quad (2.78)$$

και οι καμπτικές τάσεις στους επενεργητές [25],

$$T_{x,act} = \frac{E_{1,act}}{1 - \nu_{act}^2} [Zk_x + \nu_{act}Zk_y - (1 + \nu_{act}S_{act})] \quad (2.79)$$

$$T_{y,act} = \frac{E_{1,act}}{1 - \nu_{act}^2} [Zk_y + \nu_{act}Zk_x - (1 + \nu_{act}S_{act})] \quad (2.80)$$

με ν_{act} ο λόγος Poisson των επενεργητών

Ολοκληρώνοντας τις τάσεις ως προς το μέσο επίπεδο προκύπτει η ισορροπία ροπών για το συναρμολόγημα,

$$\int_{-\frac{h_{plate}}{2}}^{\frac{h_{plate}}{2}} T_{x,plate} Z dZ + \int_{-\frac{h_{plate}}{2}-h_{act}}^{-\frac{h_{plate}}{2}} T_{x,act} Z dZ + \int_{\frac{h_{plate}}{2}}^{\frac{h_{plate}}{2}+h_{act}} T_{x,act} Z dZ = 0 \quad (2.81)$$

$$\int_{-\frac{h_{plate}}{2}}^{\frac{h_{plate}}{2}} T_{y,plate} Z dZ + \int_{-\frac{h_{plate}}{2}-h_{act}}^{-\frac{h_{plate}}{2}} T_{y,act} Z dZ + \int_{\frac{h_{plate}}{2}}^{\frac{h_{plate}}{2}+h_{act}} T_{y,act} Z dZ = 0 \quad (2.82)$$

Εν τέλει, οι παραπάνω εξισώσεις ισορροπίας προκύπτουν,

$$[(D_{11})_{plate} + 2(D_{11})_{act}]k_x + [(D_{12})_{plate} + 2(D_{12})_{act}]k_y = (1 + \nu_{act})2(B_{11})_{act}S_{act} \quad (2.83)$$

$$[(D_{12})_{plate} + 2(D_{12})_{act}]k_x + [(D_{22})_{plate} + 2(D_{22})_{act}]k_y = (1 + \nu_{act})2(B_{11})_{act}S_{act} \quad (2.84)$$

$$(D_{11})_{act} = (D_{22})_{act} = \frac{1}{3} \frac{E_{1,act}}{1 - \nu_{act}^2} \left[\left(\frac{h_{plate}}{2} + h_{act} \right)^3 - \frac{h_{plate}^3}{2} \right] \quad (2.85)$$

$$(D_{12})_{act} = \frac{1}{3} \frac{\nu_{act} E_{1,act}}{1 - \nu_{act}^2} \left[\left(\frac{h_{plate}}{2} + h_{act} \right)^3 - \frac{h_{plate}^3}{2} \right] \quad (2.86)$$

$$(B_{11})_{act} = \frac{1}{2} \frac{E_{1,act}}{1 - \nu_{act}^2} \left[\left(\frac{h_{plate}}{2} + h_{act} \right)^2 - \frac{h_{plate}^2}{2} \right] \quad (2.87)$$

και τα μεγέθη για την πλάκα $(D_{11})_{plate}$, $(D_{22})_{plate}$, $(D_{12})_{plate}$ προκύπτουν από τη θεωρία σύνθετων υλικών.

Τελικά οι ροπές που ασκούνται από τους επενεργητές στην πλάκα είναι (Σχ. 2.10),

$$M_x = C_1 \cdot S_{act} \quad (2.88)$$

και

$$M_y = C_2 \cdot S_{act} \quad (2.89)$$

$$C_1 = [A_1(D_{11})_{plate} + A_2(D_{12})_{plate}] \quad C_2 = [A_1(D_{12})_{plate} + A_2(D_{22})_{plate}] \quad (2.90)$$

$$A_1 = \frac{(B_{11})_{act}(1 + \nu_{act})}{(D_{11})_{plate} + (D_{11})_{act}} + [(D_{12})_{plate} + (D_{12})_{act}] \cdot \frac{- (B_{11})_{act}((D_{11})_{plate} + (D_{11})_{act})(1 + \nu_{act}) + (B_{11})_{act}((D_{12})_{plate} + (D_{12})_{act})(1 + \nu_{act})}{\{[(D_{11})_{plate} + (D_{11})_{act}][-(D_{12})_{plate} + (D_{12})_{act}]^2 + ((D_{11})_{plate} + (D_{11})_{act})((D_{22})_{plate} + (D_{22})_{act})\}} \quad (2.91)$$

$$A_2 = \frac{- (B_{11})_{act}((D_{11})_{plate} + (D_{11})_{act})(1 + \nu_{act}) + (B_{11})_{act}((D_{12})_{plate} + (D_{12})_{act})(1 + \nu_{act})}{-((D_{12})_{plate} + (D_{12})_{act})^2 + ((D_{11})_{plate} + (D_{11})_{act})((D_{22})_{plate} + (D_{22})_{act})} \quad (2.92)$$

Από τις παραδοχές και τις σχέσεις (2.73), (2.88) και (2.89) μπορεί να θεωρηθεί για τις καμπτικές ροπές,

$$M_y = \frac{C_2}{C_1} \cdot M_x \quad (2.93)$$

για τα ζεύγη δυνάμεων

$$M_x = F_{act,x} \cdot l_{act} \quad (2.94)$$

$$M_y = F_{act,y} \cdot w_{act} \quad (2.95)$$

Τελικά, για την σχέση ηλεκτρικής τάσης με ζεύγος δυνάμεων, προκύπτει

$$\Delta\phi = F_{act,x} \cdot l_{act} \cdot \frac{h_{act}}{C_1 \cdot d} \quad (2.96)$$

ενώ για τα ισοδύναμα ζεύγη δυνάμεων,

$$F_{act,y} = \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{l_{act}}{w_{act}} \cdot F_{act,x} \quad (2.97)$$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της προσεγγιστικής συνάρτησης για τη σχέση μεταξύ εφαρμοζόμενης ηλεκτρικής τάσης $\Delta\Phi$ και ασκούμενης δύναμης από τους επενεργητές $F_{act,x}$, $F_{act,y}$, αυτή χαρακτηρίζεται από γραμμική συμπεριφορά, καθώς εξαρτάται από γεωμετρικά δεδομένα και ιδιότητες υλικού. Μια παρατήρηση που μπορεί να γίνει, είναι πως στην περίπτωση του πιεζοηλεκτρικού συντελεστή, αυτός δεν ακολουθεί στην πραγματικότητα γραμμική συμπεριφορά, ωστόσο θεωρείται έτσι για απλοποίηση του προβλήματος.

Πρέπει να σχολιαστεί πως σε κάθε περίπτωση διαφορετικής πλάκας, υλικού ή πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων η συγκεκριμένη μεθοδολογία θα πρέπει να επαναλαμβάνεται. Στη γενική της μορφή η διαδικασία έχει ως εξής.

Εφόσον, δεν υπάρχουν πειραματικά δεδομένα για ροπές και ηλεκτρικές τάσεις στους επενεργητές, όπως στην περίπτωση που μελετάται στην παρούσα εργασία, θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος προσδιορισμού σχέσης ηλεκτρικού δυναμικού - ροπών με πεπερασμένα στοιχεία.

Σε μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, έχοντας αναθέσει σωστές ιδιότητες υλικού και διαστάσεις στις γεωμετρίες, εφαρμόζεται μοναδιαίο ζεύγος δυνάμεων στις θέσεις που αντιστοιχούν οι επενεργητές πάνω στην πλάκα και καταμετράται η μετατόπιση του κέντρου της πλάκας. Αντίστοιχα, εφαρμόζεται μοναδιαία ηλεκτρική τάση στους ακροδέκτες των μοντελοποιημένων επενεργητών και καταγράφεται αντίστοιχα η μετατόπιση στο κέντρο της πλάκας. Με την παραδοχή πως οι ισοδύναμες ροπές έχουν ίδιο αποτέλεσμα (effect) με την επενεργούμενη ηλεκτρική τάση ως προς το παραμορφωμένο σχήμα της πλάκας, υπολογίζεται ο λόγος των δύο μετατοπίσεων ώστε να προκύψει μια σχέση μεταξύ ηλεκτρικής τάσης - ροπής.

Η διαδικασία για τις επιμέρους περιπτώσεις καθώς και η σύγκριση μεταξύ των δύο μεθόδων θα παρουσιαστούν σε επόμενη ενότητα (βλ. Εν. 4.5).

2.4.2.3 Σχέση παραμορφώσεων - ηλεκτρικής τάσης πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων

Για τη μέτρηση των παραμορφώσεων και την παρατήρηση της απόκρισης της κατασκευής χρησιμοποιούνται πιεζοηλεκτρικά επιθέματα που λειτουργούν ως αισθητήρες, τόσο στη δοκό όσο και στην πλάκα. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι σχέσεις για τον υπολογισμό της ηλεκτρικής τάσης που εμφανίζεται στους ακροδέκτες των αισθητήρων.

Αρχικά, ο υπολογισμός των παραμορφώσεων στην κατασκευή εξαρτάται από τις μεταβλητές κατάστασης θέσης που έχουν οριστεί για αυτή. Σε αρκετές περιπτώσεις, και ανάλογα με τον τύπο του πεπερασμένου στοιχείου που χρησιμοποιείται κατά τη μοντελοποίηση της κατασκευής, καταγράφονται οι γωνίες που έχουν οι κόμβοι μεταξύ τους, ενώ σε άλλες είναι μόνο διαθέσιμη η μετατόπισή τους κατά κάθε άξονα. Στην πρώτη περίπτωση, λαμβάνοντας αυτές τις γωνίες και παραγωγίζοντας ως προς την επιθυμητή διεύθυνση προκύπτει η καμπυλότητα της κατασκευής. Ειδάλλως, θα πρέπει οι μετατοπίσεις κατά τον κατακόρυφο άξονα του δομικού στοιχείου να παραγωγιστούν δύο φορές προς την επιθυμητή κατεύθυνση για να προκύψει η καμπυλότητα σε κάθε σημείο.

Για γνωστές γωνίες σε κάθε σημείο,

$$k_x = \frac{d\phi_x}{dx} \quad (2.98)$$

$$k_y = \frac{d\phi_y}{dy} \quad (2.99)$$

όπου ϕ_x και ϕ_y , οι γωνίες που σχηματίζουν οι κόμβοι του πλέγματος μεταξύ τους και k_x και k_y , οι καμπυλότητες σε κάθε σημείο.

Για γνωστές μετατοπίσεις σε κάθε σημείο,

$$k_x = \frac{d^2 u}{dx^2} \quad (2.100)$$

$$k_y = \frac{d^2 u}{dy^2} \quad (2.101)$$

όπου u η κατακόρυφη μετατόπιση κάθε κόμβου.

Μία παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι πως αν οι παραμορφώσεις του δομικού στοιχείου είναι μεγάλες θα πρέπει η παραγωγή να λάβει υπόψη και ανώτερης τάξης παραγώγους μετατοπίσεων και γωνιών περιστροφής (γεωμετρική μη γραμμικότητα), ώστε να είναι ακριβές το αποτέλεσμα.

Μετά τον υπολογισμό της καμπυλότητας σε κάθε σημείο η παραμόρφωση (strain) σε αυτό προκύπτει ως,

$$S_x = Z \cdot k_x \quad (2.102)$$

$$S_y = Z \cdot k_y \quad (2.103)$$

όπου Z η απόσταση αυτού από τον ουδέτερο άξονα ή επίπεδο του συναρμολογήματος. Τέλος, η ηλεκτρική τάση του αισθητήρα προκύπτει ως εξής:

Μετασχηματίζοντας τις Εξ. (2.53) και (2.54) προκύπτει η σχέση,

$$E = -q \cdot S + \epsilon_s^{-1} \cdot D \quad (2.104)$$

Θεωρώντας την πυκνότητα φορτίου στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο μηδενικό, τότε $D = 0$ και

$$E = \frac{\Delta \phi}{\Delta z} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{h_{sens}} \quad (2.105)$$

όπου $\phi_1 = 0$, καθώς ο ένας ακροδέκτης είναι συνδεδεμένος με την ηλεκτρική τάση αναφοράς. Η Εξ. (2.104) γίνεται βάσει των παραπάνω,

$$\Phi(x, y) = -\frac{h_{sens}}{\epsilon_{33}} \cdot (e_{31} \cdot S_x + e_{32} \cdot S_y + e_{33} \cdot S_z) \quad (2.106)$$

όπου S_x, S_y οι παραμορφώσεις που έχουν υπολογιστεί προηγουμένως και ϵ_{33}, e_{3i} ιδιότητες του υλικού - η πρώτη είναι η διηλεκτρική σταθερά και οι υπόλοιπες οι συντελεστές του πιεζοηλεκτρικού τανυστή στις διευθύνσεις 1, 2 και 3 (2.4). Το $S_z = 0$ αφού το πάχος του επιθέματος είναι πολύ μικρό για να εμφανίζονται παραμορφώσεις κατά αυτό.

Από τους παραπάνω υπολογισμούς προκύπτει η ηλεκτρική τάση στην επιφάνεια του αισθητήρα, ωστόσο στους ακροδέκτες εμφανίζεται μία τιμή ηλεκτρικής τάσης. Για αυτό το λόγο γίνεται η παραδοχή πως το δυναμικό στον ακροδέκτη ισούται με το μέσο όρο του δυναμικού στην επιφάνεια του αισθητήρα. Έτσι,

$$v_{sens} = \int_0^{l_{sens}} \int_0^{w_{sens}} \Phi(x, y) dy dx \quad (2.107)$$

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάστηκαν οι καταστατικές εξισώσεις που διέπουν τη λειτουργία των πιεζοηλεκτρικών υλικών ως επενεργητών και αισθητήρων. Επίσης συνδέθηκε μέσω αλγεβρικής εξίσωσης για κάθε περίπτωση το αίτιο με το αποτέλεσμα:

- επενεργητής: αίτιο ηλ. τάση - αποτέλεσμα ροπή ως ζεύγος δυνάμεων
- αισθητήρας: αίτιο μηχανική παραμόρφωση - αποτέλεσμα ηλεκτρική τάση

Στη συνέχεια οι παραπάνω αλγεβρικές εξισώσεις θα συνδυαστούν με την τεχνική αυτομάτου ελέγχου που παρουσιάστηκε στην Εν. 2.3 προκειμένου να ελεγχθεί η δυναμική απόκριση κατασκευών από σύνθετο υλικό με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα

Όλες οι εξισώσεις που παρουσιάστηκαν για τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα υπολογίζονται στο πρόγραμμα που δημιουργήθηκε για την παρούσα εργασία. Ο υπολογισμός του ουδέτερου άξονα, η σχέση ροπής-ηλεκτρικής τάσης επενεργητών και παραμόρφωσης-ηλεκτρικής τάσης αισθητήρων επιλύθηκαν αναλυτικά χρησιμοποιώντας και το λογισμικό Wolfram Mathematica, ωστόσο ο υπολογισμός τους γίνεται στο πρόγραμμα του MATLAB.

2.5 Πίνακας Ιδιότητες Υλικών

Στον Πιν. 2.1 παρουσιάζονται τα υλικά που θα χρησιμοποιηθούν καθόλη τη διάρκεια της μελέτης τόσο για τις υπολογιστικές προσομοιώσεις όσο και για οποιαδήποτε πειραματικά ή βιβλιογραφικά δεδομένα.

Πίνακας 2.1: Πίνακας Ιδιοτήτων Υλικών.

Ιδιότητες Υλικών	Σύνθετο Υλικό	Επικρουστήρας	Πιεζοηλεκτρικά Υλικά	
	Gr/Epoxy	Structural Steel	PIC 255	PVDF
Πυκνότητα Υλικού [kg/m^3]	1578	7850	7800	1780
Μηχανικές Ιδιότητες				
E_{11} [GPa]	120.00	200.00	62.1	3.00
E_{22} [GPa]	7.90	200.00	62.1	3.00
E_{33} [GPa]	7.90	200.00	48.3	6.00
G_{23} [GPa]	5.50	76.92	21	1.00
G_{13} [GPa]	5.50	76.92	23.3	1.00
G_{12} [GPa]	5.50	76.92	23.3	1.00
ν_{12}	0.30	0.30	0.33	0.3
ν_{13}	0.30	0.30	0.43	0.3
ν_{23}	0.30	0.30	0.43	0.3
Πιεζοηλεκτρικές Ιδιότητες				
d_{31} [10^{-12} m/V]	-	-	-180	-23
d_{32} [10^{-12} m/V]	-	-	-180	-23
d_{33} [10^{-12} m/V]	-	-	398	30
d_{36} [10^{-12} m/V]	-	-	0	0
d_{15} [10^{-12} m/V]	-	-	691	33
d_{24} [10^{-12} m/V]	-	-	691	33
Διηλεκτρικές Ιδιότητες				
ϵ_{11} [10^{-12} Farad/m]	31	1129	13082	106000
ϵ_{22} [10^{-12} Farad/m]	27	1129	13082	106000
ϵ_{33} [10^{-12} Farad/m]	27	1129	11530	106000

3. Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου σε Δοκό

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύεται ο έλεγχος δοκού σύνθετου υλικού μέσω πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων (patches) επενεργητή και αισθητήρα. Για αυτό χρησιμοποιούνται οι μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν στο Κεφ. 2. Αρχικά αναλύονται οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων και μετασχηματισμός στο πεδίο ιδιοσυχνοτήτων ώστε να παραχθούν κατάλληλα μητρώα για την υπόλοιπη μελέτη. Ακολουθεί ο μετασχηματισμός σε μεταβλητές κατάστασης και ο έλεγχος του συστήματος, ενώ στο τέλος επιβεβαιώνεται το μοντέλο με διάφορες μεθόδους.

Όσον αφορά το φυσικό πρόβλημα, εφαρμόζονται αρχικές συνθήκες εγκάρσιας μετατόπισης στο ελεύθερο άκρο μονόπακτης δοκού και επιδιώκεται ο μηδενισμός της ελεύθερης ταλάντωσής της. Ο έλεγχος της ελεύθερης ταλάντωσης της δοκού σύνθετου υλικού επιτυγχάνεται με πιεζοηλεκτρικό επενεργητή στη μία της πλευρά και αναγνώριση της μετατόπισης μέσω αισθητήρα πιεζοηλεκτρικού στην άλλη.

Η ανάλυση του παραπάνω προβλήματος περιλαμβάνει την ανάπτυξη μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων του φυσικού προβλήματος με τις κατάλληλες διαστάσεις και ιδιότητες υλικού, ώστε να μπορέσει να αναπαραστήσει όσο το δυνατόν καλύτερα το φυσικό σύστημα για μετέπειτα αξιοποίηση. Στη συνέχεια, ακολουθεί η δημιουργία και επεξεργασία μητρώων της δυναμικής του συστήματος, όπου αναλύεται η διαδικασία για την παραγωγή αυτών μέσω του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, καθώς και οι μέθοδοι για την επεξεργασία τους. Ως επόμενο βήμα, ο νόμος ελέγχου που χρησιμοποιείται στο μοντέλο προσαρμόζεται στο συγκεκριμένο πρόβλημα και αναλύονται οι επιμέρους ρυθμίσεις του. Συνδυαστικά, προσομοιώσεις ολόκληρου του συστήματος αυτομάτου ελέγχου χρησιμοποιούνται για έλεγχο των αποτελεσμάτων, καλύτερη κατανόηση των επιμέρους ρυθμίσεων και παραμέτρων του συστήματος και μοντελοποίηση συγκεκριμένων συνθηκών. Τέλος, επαληθεύεται η τεχνική μοντελοποίησης που ακολουθήθηκε, μέσω συγκρίσεων με προβλέψεις μοντέλων πεπερασμένων στοιχείων.

Η κατασκευή και ρύθμιση του νόμου ελέγχου της δοκού γίνεται μέσω του λογισμικού MATLAB, ενώ η δημιουργία των μητρώων και η τελική επιβεβαίωση του ελέγχου γίνεται μέσω του λογισμικού ANSYS.

3.2 Μοντέλο Δοκού

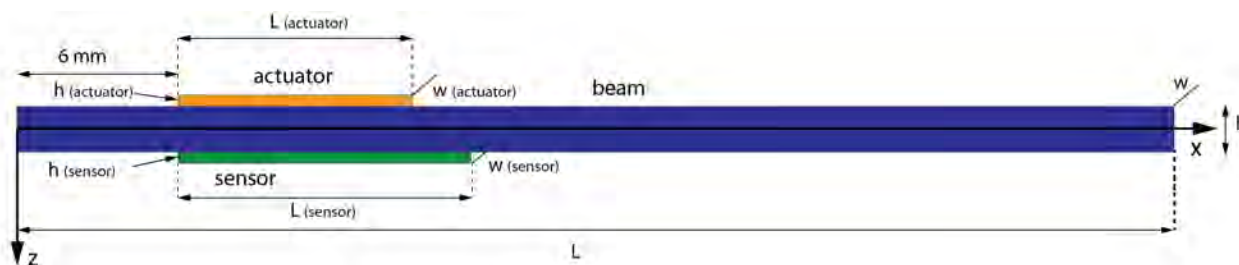
3.2.1 Γεωμετρία και υλικό συναρμολογήματος

Στη μελέτη χρησιμοποιήθηκε δοκός με διαστάσεις 152 mm επί 35 mm και πάχος 1 mm (Σχ. 3.1) με το ελεύθερο μήκος της να είναι 130 mm. Συγκεντρωμένα τα στοιχεία για τις διαστάσεις της καθώς και για το υλικό και τις διαφορετικές μηχανικές ιδιότητες του παρουσιάζονται στους Πιν. 3.1 και 2.1 αντίστοιχα.

Τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα για τη δοκό τοποθετούνται σε κάθε πλευρά της με τον επενεργητή σε θέση 6 mm από το πακτωμένο άκρο. Αυτός έχει μήκος 26 mm το πλάτος του καλύπτει όλη τη δοκό ενώ το πάχος του είναι 0.1 mm. Ο αισθητήρας τοποθετείται σε απόσταση 6 mm από το πακτωμένο άκρο ενώ οι διαστάσεις του είναι: μήκος 40 mm, πλάτος 16 mm και 0.04 mm για το πάχος του. Τα υλικά των επιθεμάτων είναι PIC 255 και PVDF αντίστοιχα. Τα επιθέματα τοποθετήθηκαν όσο το δυνατόν πιο κοντά στο πακτωμένο άκρο - ιδιαίτερα ο αισθητήρας - καθώς εκεί εμφανίζονται οι μεγαλύτερες παραμορφώσεις και εν συνεχεία η ηλεκτρική τάση στους ακροδέκτες του. Σημειώνεται πως δεν μοντελοποιείται - προς το παρόν - η κόλλα ανάμεσα στους επενεργητές και αισθητήρες και τη δοκό, αφού θεωρήθηκε πως δεν επιφέρει σημαντικές διαφορές στη μοντελοποίηση. Το υλικό και οι διαστάσεις κάθε πιεζοηλεκτρικού στοιχείου καταγράφονται στους Πιν. 2.1 και 3.1 αντίστοιχα.

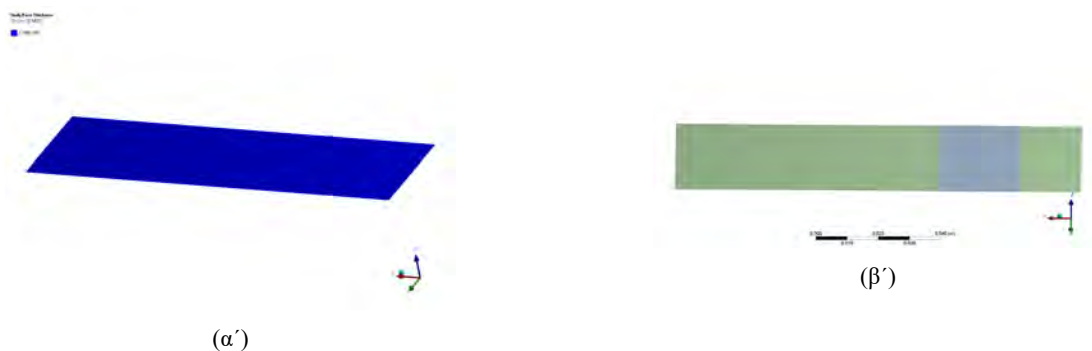
Πίνακας 3.1: Πίνακας Δεδομένων Συναρμολογήματος Δοκού.

	Δοκός		
	Πιεζοηλεκτρικά Στοιχεία		
		Επενεργητής	Αισθητήρας
Διαστάσεις			
Μήκος (L) [m]	0.152	0.026	0.04
Ελευθέρο Μήκος (L_{fr}) [m]	0.130	-	-
Πλάτος (w) [m]	0.035	0.035	0.016
Πάχος (h) [m]	0.001	1.00E-04	4.00E-05
Κατανομή Στρώσεων	[0]	-	-
Συντελεστές απόσβεσης			
Rayleigh			
a	13.3	-	-
b	$5.04 \cdot 10^{-7}$	-	-



Σχήμα 3.1: Μοντέλο Δοκού.

Η μοντελοποίηση που έγινε στη γεωμετρία - ειδικά για την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων - ήταν μία επιφάνεια με τις αντίστοιχες διαστάσεις της δοκού, στην οποία τοποθετούνται πακτωμένα τα επιθέματα, βλ. Σχ. 3.2. Ταυτόχρονα, το κατάλληλο υλικό εισάγεται για κάθε μέρος του συναρμολογήματος, ενώ για την περίπτωση της δοκού κάθε στρώση μοντελοποιείται στην κατάλληλη γωνία ώστε να προκύψουν οι επιθυμητές ιδιότητες (Σχ. 3.3).



Σχήμα 3.2: Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων. α' Γεωμετρία Δοκού - ισομετρική όψη. β' Γεωμετρία Συναρμολογήματος Δοκού - κάτοψη.

ACP Model
13-Oct-18 17:10
Selection:
MP - ModelingPly,1



Σχήμα 3.3: Διάταξη ινών σύνθετου υλικού.

3.2.2 Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων

Στο μοντέλο του συναρμολογήματος δοκού που έχει δημιουργηθεί για τα πεπερασμένα στοιχεία απαιτείται η παραγωγή πλέγματος κόμβων όπως έχουν οριστεί (βλ. Εν. 2.1) για περαιτέρω ανάλυση.

Στην προκειμένη περίπτωση ιδιαίτερο βάρος δόθηκε στο είδος των στοιχείων που χρησιμοποιούνται στο πλέγμα, καθώς η πυκνότητα αυτού μπορεί να ρυθμιστεί μετέπειτα. Συγκεκριμένα, για το μέγεθος του πλέγματος, ο τρόπος που επηρεάζει την υπολογιστική ανάλυση είναι μέσω του μεγέθους των μητρώων που παράγονται - κάνοντας το μοντέλο υπολογιστικά πιο απαιτητικό - και μέσω της ακρίβειας που επιτυγχάνεται στην πρόβλεψη της απόκρισης. Όσον αφορά το είδος των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν για το πλέγμα της γεωμετρίας, αυτά ήταν δύο, βασισμένα στον αριθμό των κόμβων κάθε στοιχείου.

Αναλυτικά, τα δύο είδη στοιχείων ήταν το τετρακομβικό στοιχείο πλάκας και το οχτακομβικό (Σχ. 3.4). Και στα δύο στοιχεία, οι κόμβοι διαθέτουν ως βαθμούς ελευθερίας τρεις μετατοπίσεις κατά τους αντίστοιχους άξονες και τρεις περιστροφές γύρω από αυτούς. Το συγκεκριμένο είδος στοιχείου είναι κατάλληλο για να μοντελοποιεί σύνθετα υλικά με παραμορφώσεις κατά το πάχος τους - εφόσον είναι αρκετά μικρές - καθώς βασίζεται σε θεωρία πρωτοβάθμιας διατμητικής παραμόρφωσης. Τέλος, η προσθήκη ενδιάμεσων κόμβων προσφέρει το πλεονέκτημα καλύτερης μοντελοποίησης της γεωμετρίας - στην προκειμένη περίπτωση δεν είναι σύνθετη, συνεπώς δεν είναι απαραίτητο - και μεγαλύτερη ακρίβεια στην ανάλυση, η οποία επιτυγχάνεται και με αύξηση του αριθμού των στοιχείων.

SHELL181

4-Node Structural Shell

4 nodes 3-D space

DOF: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

(α')

SHELL281

8-Node Structural Shell

8 nodes 3-D space

DOF: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

(β')

Σχήμα 3.4: Είδη στοιχείων πλέγματος. α' Τετρακομβικό στοιχείο - HLPT. β' Οχτακομβικό στοιχείο - FSPT.

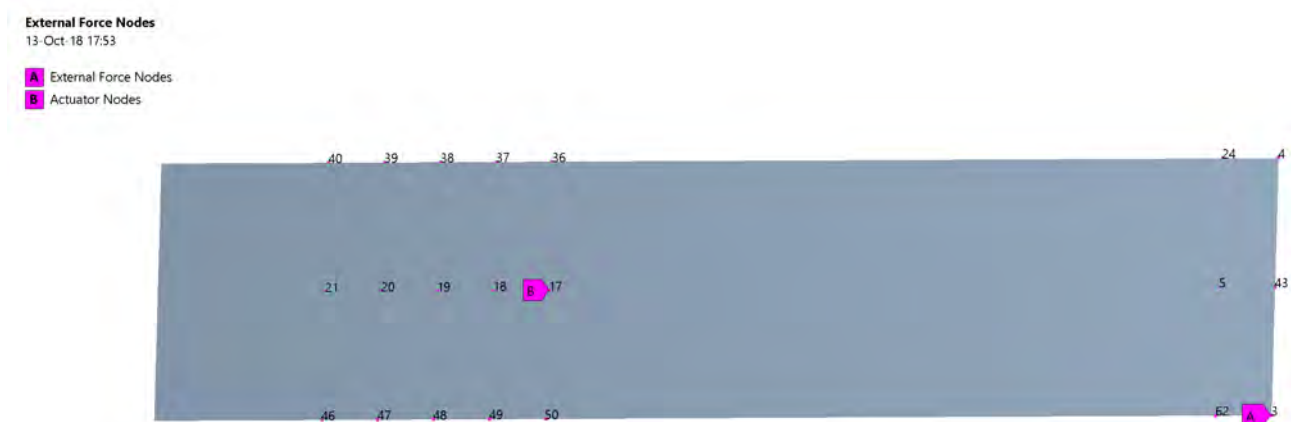
Τελικά, και για τα δύο στοιχεία επιλέχθηκε να δημιουργηθούν 23 στοιχεία κατά το μήκος και 2 κατά το πλάτος ενώ για τα επιθέματα επενεργητή και αισθητήρα, 2 κατά το πλάτος και 4 και 6, αντίστοιχα, κατά το μήκος.

3.2.3 Επενεργητές, αισθητήρες και αρχικές συνθήκες μοντέλου

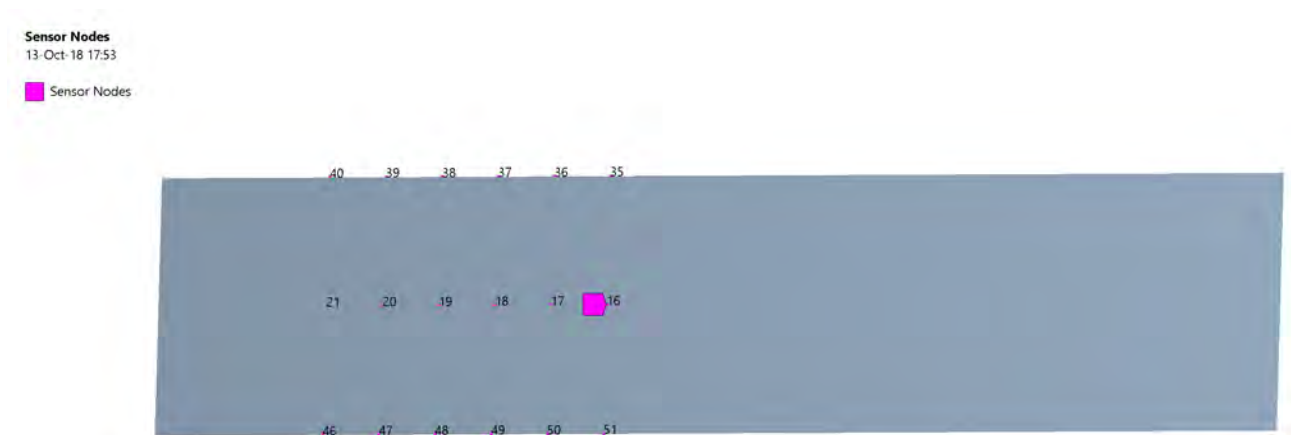
Τα επιθέματα επενεργητών και αισθητήρων πάνω στη δοκό έχουν μοντελοποιηθεί ως παθητικά στοιχεία. Αυτό σημαίνει επηρεάζουν το σύστημα μόνο στα μητρώα μάζας και ελαστικότητας. Έτσι για τον επενεργητή εφαρμόζονται ισοδύναμες ροπές στις άκρες του, με τις οποίες σε δεύτερο χρόνο υπολογίζεται η ηλεκτρική τάση σε αυτόν, ενώ ο αισθητήρας καταγράφει τις παραμορφώσεις της δοκού και αντίστοιχα υπολογίζεται σε δεύτερο χρόνο η ηλεκτρική τάση στους ακροδέκτες του.

Συγχρόνως, παρέχεται η δυνατότητα να εφαρμοστούν εξωτερικές φορτίσεις στο μοντέλο ανεξάρτητες από τον έλεγχο του. Αυτές μπορεί να αντιπροσωπεύουν μία σταθερή δύναμη που ασκείται στο συναρμολόγημα ή μια κρούση που μπορεί να συμβεί πάνω στη δοκό. Για το λόγο αυτό, ορίζονται κατ' εκτίμηση ορισμένοι κόμβοι στη δοκό στους οποίους μπορεί να εφαρμοστούν εξωτερικά φορτία. Η θέση αυτών είναι επιλεγμένη τυχαία και μπορεί να αλλάξει ώστε να μοντελοποιήσει κανονική συνθήκη.

Οι κόμβοι όπου ασκείται η επενέργηση καθώς και η εξωτερική δύναμη παρουσιάζονται στο Σχ. 3.5, όπου στο ελεύθερο άκρο είναι οι κόμβοι εξωτερικής φόρτισης (A) και προς το πακτωμένο άκρο του επενεργητή (B). Αντίστοιχα φαίνονται και οι κόμβοι του αισθητήρα στο Σχ. 3.6.



Σχήμα 3.5: Κόμβοι επενεργητή και εξωτερικής δύναμης.

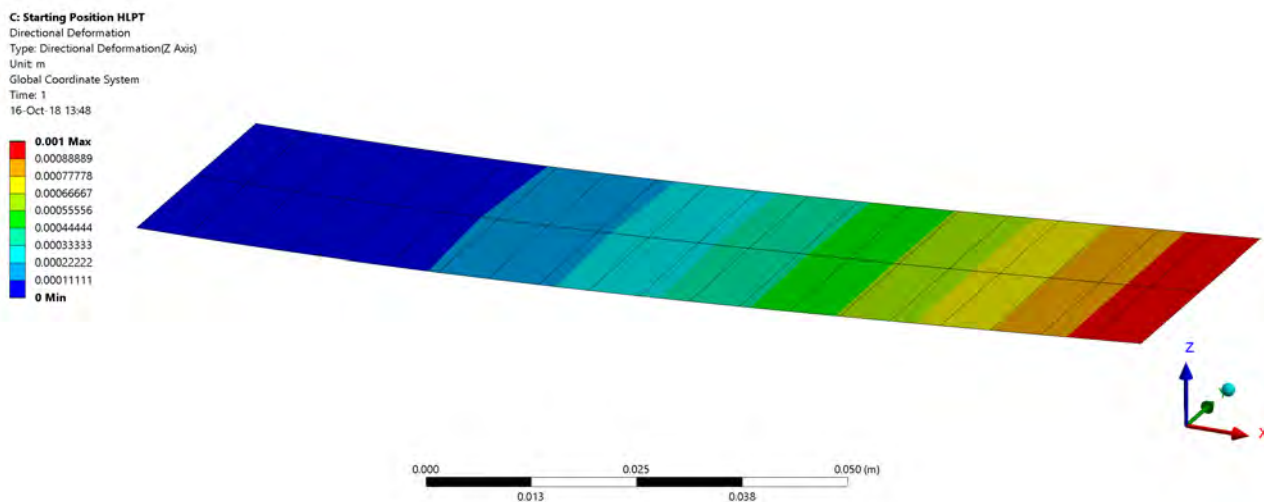


Σχήμα 3.6: Κόμβοι αισθητήρα.

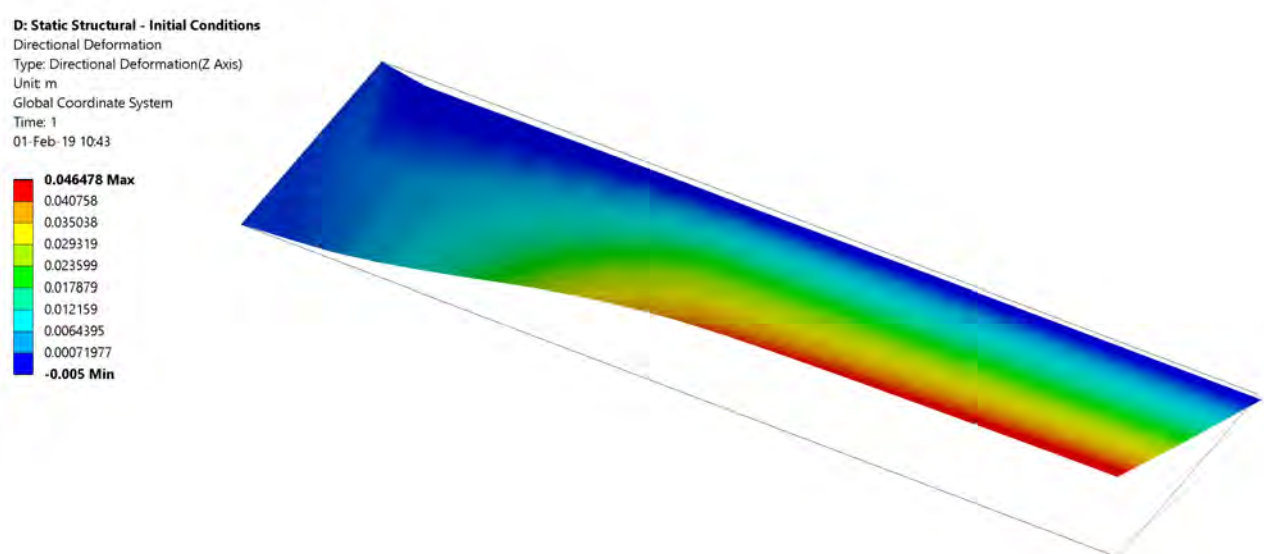
Εκτός από τον ορισμό των φορτίσεων στο μοντέλο, δεδομένου πως πρόκειται για ένα δυναμικό σύστημα, πρέπει να οριστούν οι οριακές και αρχικές του συνθήκες. Οι οριακές συνθήκες του συγκεκριμένου συστήματος είναι η πάκτωση στη μία άκρη της δοκού, ωστόσο θα μπορούσε σε διαφορετική περίπτωση να εφαρμόζονται διαφορετικές συνθήκες, όπως πάκτωση και άρθρωση, ώστε να μοντελοποιείται διαφορετικό φυσικό πρόβλημα.

Στην περίπτωση των αρχικών συνθηκών, απαιτείται περισσότερη ανάλυση. Στο βασικό πρόβλημα, εφαρμόζεται μοναδιαία κατακόρυφη μετατόπιση του άκρου της δοκού, η οποία μέσω συντελεστή μπορεί να μεταβάλει το πλάτος της (Σχ. 3.7). Ωστόσο, στο μοντέλο υπάρχει η δυνατότητα να εφαρμοστούν πιο σύνθετες αρχικές συνθήκες οι οποίες δεν έχουν απλή αναλυτική μορφή ώστε να αξιοποιηθεί από το μοντέλο ελέγχου (Σχ. 3.8). Για να γίνει αυτό ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία με χρήση πεπερασμένων στοιχείων.

Έχοντας μοντελοποιήσει το φυσικό πρόβλημα με πεπερασμένα στοιχεία, μπορούν να οριστούν σε κάθε κόμβο οι τιμές των βαθμών ελευθερίας ανεξάρτητα μεταξύ τους. Έτσι στην περίπτωση σύνθετων αρχικών συνθηκών εφαρμόζονται σε κάθε κόμβο διαφορετικές μετατοπίσεις και περιστροφές, με την προϋπόθεση πως αυτές αντιστοιχούν σε κάποιο σχήμα που διατηρείται η συνέχεια τουλάχιστον πρώτης παραγώγου. Προφανώς, μπορούν να οριστούν και γενικότερες συνθήκες για ομάδες κόμβων όπως μετατόπιση κατά άξονα μίας ακμής της δοκού. Αφού οριστούν τα παραπάνω, επιλύεται το στατικό πρόβλημα μέσω λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων ώστε να προκύψουν οι αρχικές τιμές για όλους τους κόμβους στους κόμβους. Αυτές μπορούν να καταγραφούν σε ένα αρχείο το οποίο εισάγεται στο μοντέλο που έχει δημιουργηθεί προς έλεγχο στο MATLAB.



Σχήμα 3.7: Βασικές αρχικές συνθήκες προβλήματος: Μετατοπίσεις -ισομετρική όψη.

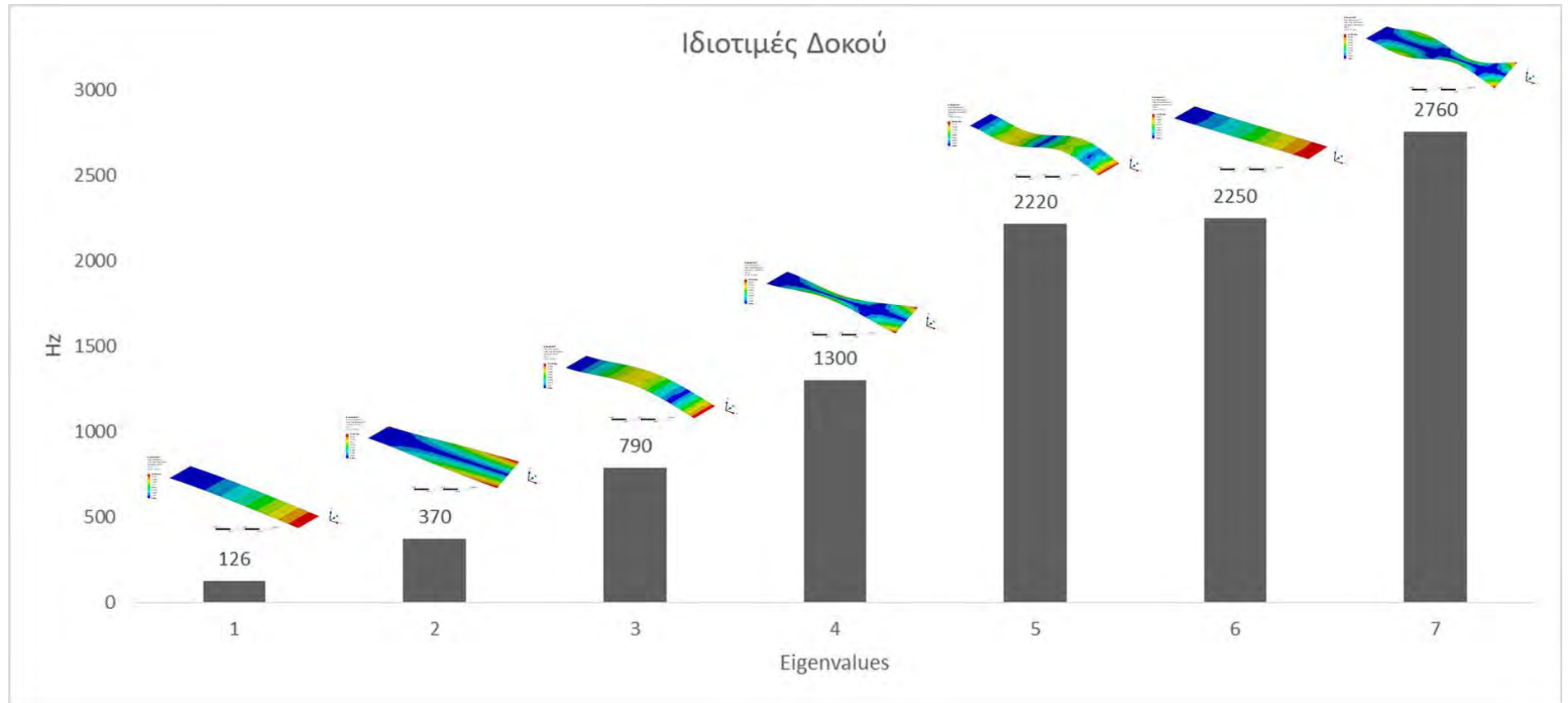


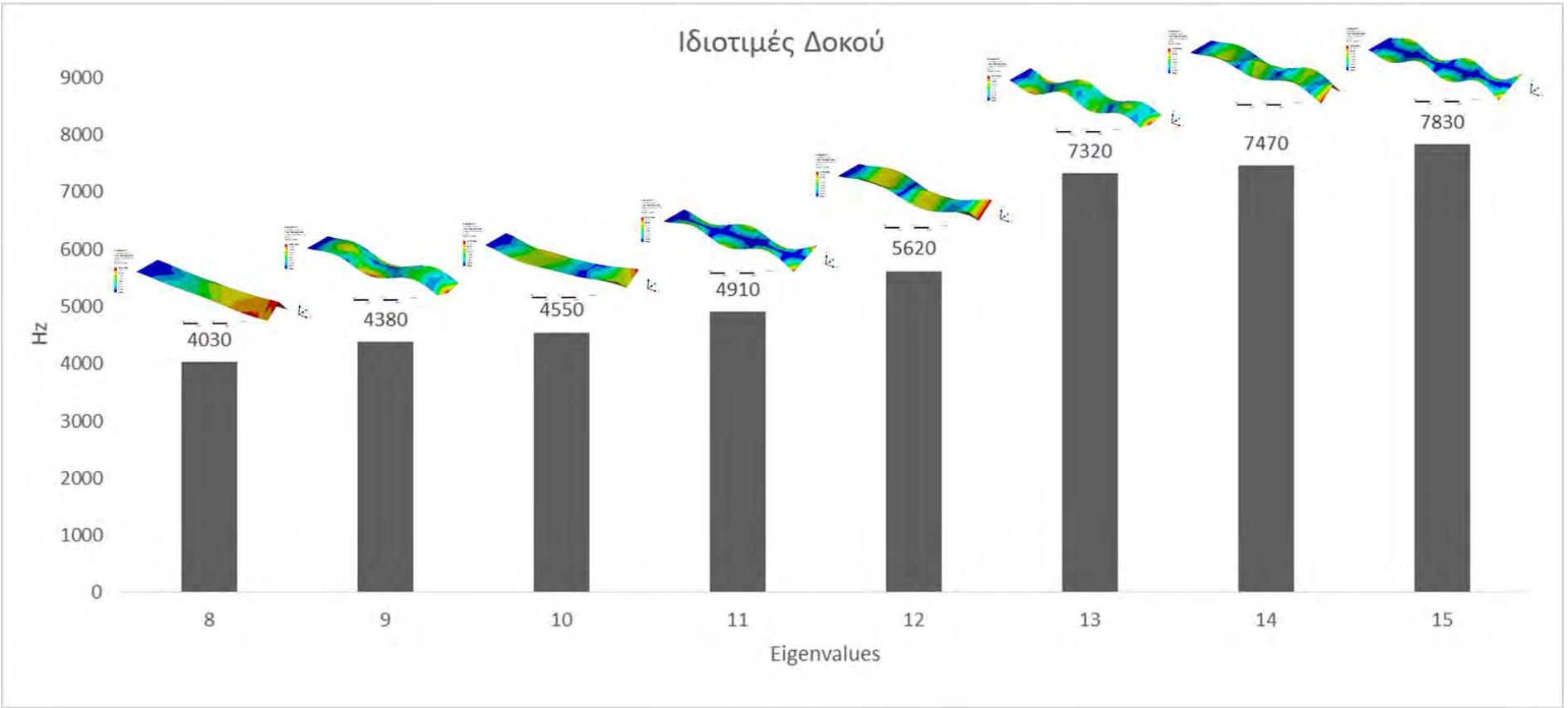
Σχήμα 3.8: Παράδειγμα σύνθετων αρχικών συνθηκών - ισομετρική όψη.

3.3 Ανάλυση Ιδιοσυχνοτήτων με Π.Σ - Παραγωγή Μητρώων

Όπως έχει διατυπωθεί σε προηγούμενες ενότητες (βλ. Εν. 2.2, Εν. 2.3) είναι αναγκαίο να υπολογισθούν οι ιδιοσυχνότητες του συναρμολογήματος, ώστε να μπορέσουν να εξαχθούν τα μητρώα μάζας, ελαστικότητας και απόσβεσης για το υπόλοιπο της μελέτης.

Επομένως, ως πρώτο βήμα γίνεται ανάλυση των ιδιοσυχνοτήτων του συναρμολογήματος, στην οποία καταγράφονται οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές της κατασκευής. Η μεθοδολογία για αυτό φαίνεται στο θεωρητικό υπόβαθρο που έχει αναπτυχθεί παραπάνω (βλ. Εν. 2.1.1) και τα τελικά αποτελέσματα από αυτή την ανάλυση παρουσιάζονται στη συνέχεια. Κατά σειρά παρουσιάζονται οι 15 ιδιοσυχνότητες συμπεριλαμβανομένων και των στρεπτικών της πακτωμένης δοκού (Σχ. 3.9α', Σχ. 3.9β').





Σχήμα 3.9: α' Διάγραμμα 1ης με 7ης ιδιοσυχνότητας δοκού. β' Διάγραμμα 8ης με 15ης ιδιοσυχνότητας δοκού.

(β')

Για το μοντέλο επιλέχθηκαν οι 15 ιδιοσυχνότητες καθώς θεωρούνται αρκετές ώστε να γίνει ακριβής δυναμική ανάλυση μετά το μορφικό μετασχηματισμό χωρίς να είναι υπολογιστικά ασύμφορη. Στην πράξη, μπορούν να χρησιμοποιηθούν λιγότερες καθώς κάποιες από αυτές είναι στρεπτικές - οι οποίες δεν ελέγχονται με τη παρούσα διάταξη - και μετά την 6η ιδιοσυχνότητα είναι πλέον πολύ μεγάλες για να έχουν σημαντικό ποσοστό της ενέργειας του συστήματος.

Σε συνδυασμό με την ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων καταχωρείται κώδικας στον επιλύτη (solver) του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων, ώστε να γίνει υπολογισμός και εξαγωγή σε αρχείο των μητρώων του μοντέλου. Αυτά είναι τα μητρώα μάζας, δυσκαμψίας και απόσβεσης, καθώς και τα ιδιοδιανύσματα από την παραπάνω ανάλυση και ένας πίνακας μετασχηματισμού των συντεταγμένων των μητρώων από αυτές που χρησιμοποιεί ο επιλύτης σε συντεταγμένες κόμβων που έχουν οριστεί από το χρήστη. Ο τελευταίος πίνακας είναι αμιγώς βοηθητικός στη μελέτη και δεν είναι απαραίτητος για τον αυτόματο έλεγχο της δοκού. Τα παραπάνω μητρώα είναι τα μη κανονικοποιημένα, τα οποία σχηματίζονται από το λογισμικό βάσει των βαθμών ελευθερίας των κόμβων του πλέγματος επί τον αριθμό των κόμβων και χρησιμοποιούνται στην ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων.

Εκτός από εξαγωγή μητρώων, στην συγκεκριμένη μελέτη υπολογίζονται τα κανονικοποιημένα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας, όπως αυτά έχουν οριστεί στην Εν. 2.1 (βλ. Εξ. (2.9)). Αυτό προτιμάται καθώς είναι συντομότερο να γίνει ο υπολογισμός στο ίδιο λογισμικό από το να γίνει εξαγωγή των πλήρων μητρώων (όπως αυτά προκύπτουν από το μοντέλο ΠΣ πριν το μετασχηματισμό τους στο χώρο των ιδιοδιανυσμάτων), των οποίων οι διαστάσεις είναι ιδιαίτερα μεγάλες. Η διαδικασία για τον υπολογισμό των κανονικοποιημένων μητρώων βασίζεται στο μορφικό μετασχηματισμό που έχει παρουσιαστεί στις εξισώσεις (2.9),(2.10) και (2.11).

Τα μητρώα M,K και C που υπολογίστηκαν από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων πρέπει να επικυρωθούν ως προς την εγκυρότητα και ακρίβεια τους. Αυτό μπορεί να γίνει συγκρίνοντας αυτά με μητρώα αντίστοιχου υλικού και γεωμετρίας τα οποία έχουν υπολογιστεί με άλλη μέθοδο καθώς και από άλλο λογισμικό. Για αυτό επιλέγονται τρεις διαφορετικές μέθοδοι για την επιβεβαίωση των μητρώων.

Η πρώτη είναι μέσω των ιδιοσυχνοτήτων και τη θεωρία. Όσον αφορά το κανονικοποιημένο μητρώο μάζας πρέπει να έχει μοναδιαία στοιχεία διαγωνίου και μηδενικά τα υπόλοιπα, το οποίο επιβεβαιώνεται ελέγχοντάς το. Αντίστοιχα, σύμφωνα με τη θεωρία, το κανονικοποιημένο μητρώο ελαστικότητας έχει στη κύρια διαγώνιο το τετράγωνο της ιδιοσυχνότητας του συναρμολογήματος. Συνεπώς έχοντας εξάγει αυτά για την πακτωμένη δοκό επιβεβαιώνεται και το μητρώο ελαστικότητας.

Μία δεύτερη μεθοδολογία για την επιβεβαίωση των μητρώων είναι ο επανυπολογισμός τους μέσω άλλου λογισμικού βάσει των πλήρων μητρώων μάζας και δυσκαμψίας πριν αυτά μετασχηματιστούν στο χώρο των ιδιομορφών. Αυτό γίνεται ώστε να ελεγχθεί η διαδικασία υπολογισμού των κανονικοποιημένων μητρώων. Μετά το μορφικό μετασχηματισμό μέσω του λογισμικού MATLAB ελέγχονται τα δύο μητρώα και επιβεβαιώνεται η ισότητα των στοιχείων τους.

Τέλος, η καταλληλότερη και πιο έγκυρη λύση είναι ο έλεγχος των υπολογισμένων μητρώων μέσω βιβλιογραφίας. Συγκεκριμένα στο [42] υπολογίζονται τα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας του συναρμολογήματος μέσω των αντίστοιχων μητρώων για τις στρώσεις του σύνθετου υλικού και τη θεωρία συνέχειας των διατμητικών τάσεων στις στρώσεις. Χρησιμοποιώντας αυτή τη μεθοδολογία παράγονται τα αντίστοιχα μητρώα και ελέγχονται με αυτά που προέκυψαν από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων.

Από τις παραπάνω διαδικασίες επιβεβαιώνεται η ακρίβεια των υπολογισμών που έχουν γίνει από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων (ANSYS) και το MATLAB με την παρούσα μεθοδολογία.

Μία επιπλέον παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι πως το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων εξάγει τα μητρώα μάζας και δυσκαμψίας χωρίς τους πακτωμένους βαθμούς ελευθερίας ενώ τα ιδιοδιανύσματα περιέχουν αυτούς, όπως και οι πίνακες με τις συντεταγμένες των κόμβων του μοντέλου. Συνεπώς, θα πρέπει να γίνει επεξεργασία των παραπάνω ώστε να συμπίπτουν στην συνέχεια της μελέτης. Επίσης, θα πρέπει να μετασχηματιστούν τα μητρώα βάσει του πίνακα συντεταγμένων που έχει εξαχθεί από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ώστε να αντιστοιχούν σωστά ιδιοδιανύσματα σε κάθε σειρά και στήλη των μητρώων.

Ο κώδικας που αναπτύχθηκε για την εξαγωγή των μητρώων μάζας, δυσκαμψίας και ιδιοδιανυσμάτων από το ANSYS παρατίθεται στο Παράρτημα Α (Appendix_A).

3.4 Σχηματισμός και Επεξεργασία Μητρώων

Αφού παραχθούν όλα τα απαραίτητα μητρώα και αποθηκευθούν στα αντίστοιχα αρχεία τους, υφίστανται επεξεργασία στο MATLAB, ώστε να γίνουν τα απαραίτητα βήματα για το σχεδιασμό του συστήματος

αυτομάτου ελέγχου. Προς το παρόν πρέπει να αναγνωστούν τα προαναφερθέντα αρχεία, να γίνει επεξεργασία των δεδομένων τους και να παραχθούν ορισμένα μητρώα απαραίτητα για την ανάλυση, όπως αναλύθηκε στην Εν. 2.3.

Όσον αφορά τη διαδικασία ανάγνωσης και αποθήκευσης των δεδομένων από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων στο MATLAB, οι συντελεστές των βαθμών ελευθερίας των κόμβων (μετατοπίσεις και γωνίες περιστροφής) στο ANSYS έχουν αριθμημένες τιμές βάσει της θέσης τους στο μητρώο, συνεπώς διαβάζονται πρώτα οι συντεταγμένες στον πίνακα και μετά η τιμή για την αντίστοιχη θέση. Στη συνέχεια, οι πίνακες αποθηκεύονται με τον πλέον ευνοϊκό τρόπο, ώστε να επιταχύνεται η διαδικασία ανάγνωσής τους σε νέες εκτελέσεις του προγράμματος. Αντίστοιχα εισάγονται και αποθηκεύονται οι υπόλοιποι πίνακες. Συγκεκριμένα για την επεξεργασία των μητρώων, θα πρέπει από ορισμένα μητρώα να αφαιρεθούν οι βαθμοί ελευθερίας που αντιστοιχούν στους πακτωμένους ή περιορισμένους κόμβους. Αυτό γίνεται βρίσκοντας τους κόμβους που είναι πακτωμένοι (ή περιορισμένοι) στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και χρησιμοποιώντας τον αύξοντα αριθμό τους αφαιρούνται οι αντίστοιχες γραμμές και οι στήλες του μητρώου.

Μία σημείωση για τη διαδικασία είναι πως, ως δεδομένα στον κώδικα του MATLAB εισάγονται οι βαθμοί ελευθερίας των στοιχείων, οι θέσεις των πιεζοηλεκτρικών – επενεργητή και αισθητήρα –, στοιχεία για τις ιδιότητες των πιεζοηλεκτρικών και της πλάκας καθώς και η θέση εφαρμογής της πιθανής εξωτερικής δύναμης. Αυτά τα δεδομένα χρησιμοποιούνται καθ' όλη τη διαδικασία.

Ως επόμενο στάδιο είναι αναγκαίο να δημιουργηθούν τα μητρώα αρχικών συνθηκών, το μητρώο ισοδύναμης ροπής επενεργητή και εξωτερικής φόρτισης - κανονικοποιημένα και μη - καθώς και τα μητρώα αντίστροφου μορφικού μετασχηματισμού αισθητήρα.

Όσον αφορά το διάνυμα αρχικών συνθηκών για το μοντέλο, η διαδικασία είναι απλή. Το αρχείο που έχει εξαχθεί από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων περιέχει τους αύξοντες αριθμούς των κόμβων καθώς και τις μετατοπίσεις τους κατά κάθε άξονα. Χρησιμοποιώντας και πάλι τον πίνακα αντιστοίχισης των κόμβων με τη θέση στο μητρώο, οι μετατοπίσεις για κάθε άξονα τοποθετούνται στην κατάλληλη θέση. Από εκεί βάσει της θεωρίας του μορφικού μετασχηματισμού (βλ. Εξ. (2.17)) ο πίνακας μετασχηματίζεται σε κανονικοποιημένος.

Το μητρώο ισοδύναμης ροπής για τον επενεργητή έχει πιο σύνθετη διαδικασία παραγωγής. Καταρχήν, οι κόμβοι που αντιστοιχούν στον επενεργητή καταγράφονται γνωρίζοντας τις διαστάσεις του και τη θέση εγκατάστασης του πάνω στο μοντέλο. Ταυτόχρονα, δημιουργούνται μητρώα με τον αύξοντα αριθμό των κόμβων του επενεργητή και τις συντεταγμένες κάθε κόμβου. Σε αυτά τα μητρώα αντιστοιχίζονται ποσοστά δύναμης, όπως αναλύεται στην Εν. 3.4.1, αναλόγως της θέσης του κόμβου και σχηματίζεται μη κανονικοποιημένος πίνακας δύναμης ελέγχου. Πολλαπλασιαζόμενος με τα ιδιοδιανύσματα μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο μετασχηματισμό χώρου καταστάσεων (βλ. Εξ. (2.13)).

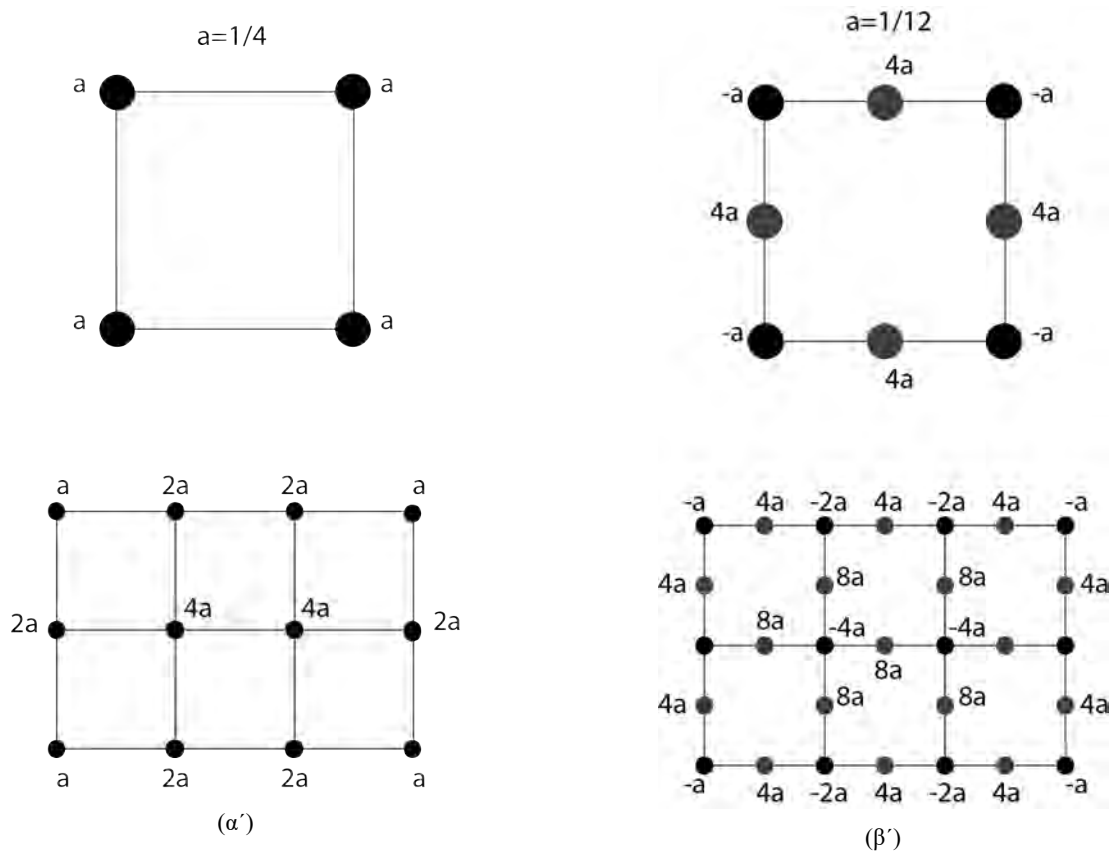
Αντίστοιχη διαδικασία ακολουθείται για τον πίνακα εξωτερικής φόρτισης με διαφορές όσον αφορά τις θέσεις των κόμβων, καθώς έχουν επιλεγεί άλλες θέσεις σε σχέση με τον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή, και τα ποσοστά δύναμης που αντιστοιχούν σε αυτούς.

3.4.1 Κατανομή δυνάμεων σε κόμβους πεπερασμένου στοιχείου

Στη θεωρία πεπερασμένων στοιχείων και αντίστοιχα στη συγκεκριμένη εφαρμογή, η εφαρμοζόμενη δύναμη σε κόμβους δεν κατανέμεται ίσα σε κάθε ένα από αυτούς αλλά μοιράζεται βάσει καθορισμένων συναρτήσεων μορφής, οι οποίες καθορίζονται εξ' ορισμού για κάθε στοιχείο. Έτσι μοναδιαία δύναμη θα διανέμεται όπως φαίνεται στο Σχ. 3.10, αναλόγως του είδους του στοιχείου που χρησιμοποιείται.

Σε ένα τετρακομβικό στοιχείο μοναδιαία δύναμη διανέμεται σε τέταρτα, ενώ όταν εμπλέκεται παραπάνω από ένα στοιχείο, αυτό γίνεται με το άθροισμα των συντελεστών του μοναδικού στοιχείου διαιρώντας με τον αριθμό των στοιχείων.

Μία παρατήρηση που αφορά το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι πως δεν απαιτείται μοναδιαία δύναμη, καθώς εν τέλει ο ελεγκτής θα καθορίσει το μέτρο του συνόλου αυτής, ωστόσο επιλέγεται τόση για διευκόλυνση των υπολογισμών. Τελικά η εφαρμοζόμενη μοναδιαία δύναμη θα πολλαπλασιαστεί με το μέτρο της που θα προκύψει από τον ελεγκτή.



Σχήμα 3.10: Διαχωρισμός μοναδιαίας δύναμης σε 1 στοιχείο και σε πλέγμα 3 × 3 στοιχείων, αντίστοιχα. α' Τετρακομβικό στοιχείο. β' Οχτακομβικό στοιχείο.

Στα πάνω σχήματα το a είναι αυτό που αναγράφεται, στα κάτω ωστόσο υπολογίζεται βάσει του αριθμού των στοιχείων. Έτσι,

Για το Σχ. 3.10α'

$$a = \frac{1}{4 \cdot N} \tag{3.1}$$

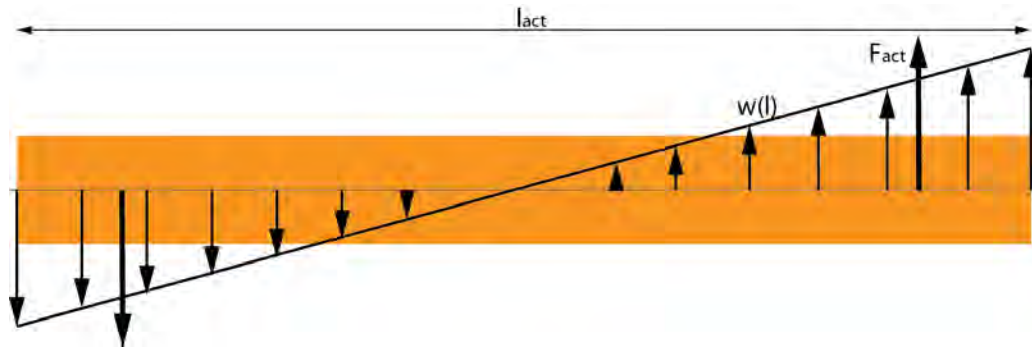
Για το Σχ. 3.10β'

$$a = \frac{1}{12 \cdot N} \tag{3.2}$$

όπου N είναι ο αριθμός των στοιχείων πλέγματος που μοιράζεται η δύναμη.
 Σύμφωνα με τα παραπάνω γίνεται ο διαχωρισμός της εξωτερικής δύναμης που εφαρμόζεται στο μοντέλο. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω για την περίπτωση της δύναμης επενεργητή απαιτούνται ορισμένες μετατροπές. Ο επενεργητής όπως έχει αναφερθεί παραπάνω (βλ. Εν. 2.4.2) μοντελοποιείται ως ισοδύναμη ροπή ή ζεύγος δυνάμεων, επομένως δεν απαιτείται να μοιραστεί η δύναμη σε όλους τους κόμβους του επενεργητή αλλά μόνο σε αυτούς που βρίσκονται στα άκρα του. Έτσι σε περίπτωση που επιλεγθεί αυτή η μοντελοποίηση σε κάθε ακραίο κόμβο αντιστοιχεί το ποσοστό που φαίνεται στα παραπάνω διαγράμματα αναλόγως του είδους στοιχείου. Στην περίπτωση της δοκού επιλέγεται ταυτόχρονα - ώστε η κατανομή του ζεύγους δυνάμεων να είναι ομαλότερη - να διανεμηθεί η δύναμη με τριγωνική κατανομή στους κόμβους του επενεργητή. Με τελικό αποτέλεσμα η κατανομή μοναδιαίας δύναμης και αντίστοιχα τα ποσοστά κάθε κόμβου να προκύπτουν ως υπέρθεση της τριγωνικής κατανομής στη διανομή που έχει παρουσιαστεί στα διαγράμματα 3.10α' και 3.10β'.

3.4.1.1 Τριγωνική κατανομή ζεύγους δυνάμεων επενεργητή

Προκειμένου η εφαρμογή του ζεύγους δυνάμεων του επενεργητή να είναι πιο ομαλή χωρίς απότομη αλλαγή φορτίων αυτή γίνεται τριγωνική κατανομή όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχ. 3.11.



Σχήμα 3.11: Τριγωνική κατανομή ζεύγους δυνάμεων επενεργητή.

όπου l_{act} είναι το μήκος του φιλμ επενεργητή.

Για τον υπολογισμό αυτό θεωρείται πως στο μέσο του μήκους του επενεργητή η δύναμη θα είναι μηδενική και στη συνέχεια η ροπή που θα ασκείται από το ζεύγος δυνάμεων θα πρέπει να ισούται με τη ροπή που θα ασκείται από την τριγωνική κατανομή. Συνεπώς,

$$\int_{-\frac{l_{act}}{2}}^{\frac{l_{act}}{2}} w(l) \cdot l dl = F_{act} \cdot l_{act} \quad (3.3)$$

όπου w αντιπροσωπεύει την κατανομή δύναμης με μονάδες μέτρησης SI N/m και F_{act} η δύναμη που εφαρμόζεται για τον έλεγχο της δοκού. Το w υπολογίζεται ως,

$$w(l) = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{act}}{l} \quad (3.4)$$

Τελικά από την παραπάνω διαδικασία δημιουργούνται δύο διανύσματα διαστάσεων $n \times 1$ ως μη κανονικοποιημένα και 15×1 για μετασχηματισμένα, όπου 15 είναι οι ιδιοσυχνότητες στις οποίες έχει αναλυθεί το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων. Αυτά τα μητρώα εισάγονται στο δεύτερο μέλος της δυναμικής εξίσωσης του συναρμολογήματος (βλ. Εξ. (2.13)).

3.4.2 Μητρώο αντίστροφου μορφικού μετασχηματισμού αισθητήρα

Στην περίπτωση του αισθητήρα το μητρώο που πρέπει να σχηματιστεί είναι αυτό που θα μετατρέπει τις παραμορφώσεις στους κόμβους του αισθητήρα από μορφικές συντεταγμένες σε φυσικές (βλ. Εξ. (2.18)). Για να γίνει αυτό χρησιμοποιούνται, όπως φαίνεται στην Εν. 2.2.2, τα ιδιοδιανύσματα του μοντέλου ως έχουν. Σε κάθε γραμμή του πίνακα μετασχηματισμού, αποθηκεύεται η γραμμή του ιδιοδιανύσματος που αντιστοιχεί σε κάθε κόμβο του αισθητήρα. Έτσι σχηματίζεται ένας πίνακας με ιδιοδιανύσματα στις θέσεις των κόμβων του αισθητήρα και μηδενικά στοιχεία οπουδήποτε αλλού (Πιν. 3.5). Αυτό πολλαπλασιαζόμενο με τις τιμές που προκύπτουν από τις προσομοιώσεις του μοντέλου, υπολογίζει τις φυσικές παραμορφώσεις. Η ηλεκτρική τάση του αισθητήρα υπολογίζεται μέσω της σχέσης (2.106) και (2.107).

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & x_{i,1} & & & & & & \\ & & & & x_{i,2} & & & & & & \\ & & & & x_{i,3} & & & & & & \\ & & & & x_{i,4} & & & & & & \\ & & & & x_{i,5} & & & & & & \\ & & & & x_{i,6} & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

όπου P ο πίνακας για μετασχηματισμό από μορφικές σε φυσικές συντεταγμένες και x_i, n είναι το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στον υπ' αριθμό i κόμβο του αισθητήρα, στο n βαθμό ελευθερίας του (3 μετατοπίσεις, 3 στροφές γύρω από άξονα).

Με τον ίδιο τρόπο δημιουργείται ένας αντίστοιχος πίνακας μετασχηματισμού για έναν κόμβο στο ελεύθερο άκρο της δοκού ώστε να καταγραφεί η απόκριση του για έλεγχο των αποτελεσμάτων.

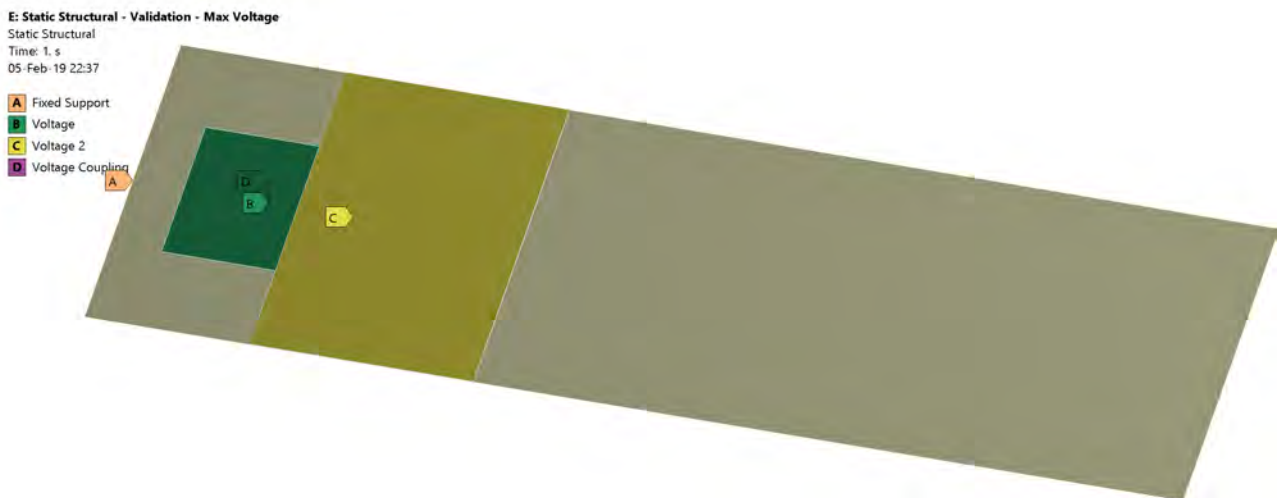
3.5 Υπολογιστική Επαλήθευση Μοντέλου Επαγόμενης Πιεζοηλεκτρικής Παραμόρφωσης

Στην παρούσα ενότητα, εξετάζεται η αρχή λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών και του μοντέλου της δοκού, μέσω προσομοίωσης πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό γίνεται ώστε να επιβεβαιωθεί υπολογιστικά η ορθότητα της μοντελοποίησης του φυσικού προβλήματος και συγκεκριμένα να επαληθευτεί η μεθοδολογία μοντελοποίησης επενέργησης του πιεζοηλεκτρικού επιθέματος μέσω σύγκρισης με το ANSYS. Ταυτόχρονα, παρουσιάζονται ορισμένες ιδιότητες του μοντέλου και ενδεχόμενες ρυθμίσεις που μπορούν να γίνουν στη διάταξη του. Η δοκός που χρησιμοποιήθηκε είναι αυτή του Πιν. 3.1.

3.5.1 Υπολογιστική επαλήθευση επαγόμενης παραμόρφωσης μέσω ηλεκτρικής τάσης επενεργητή

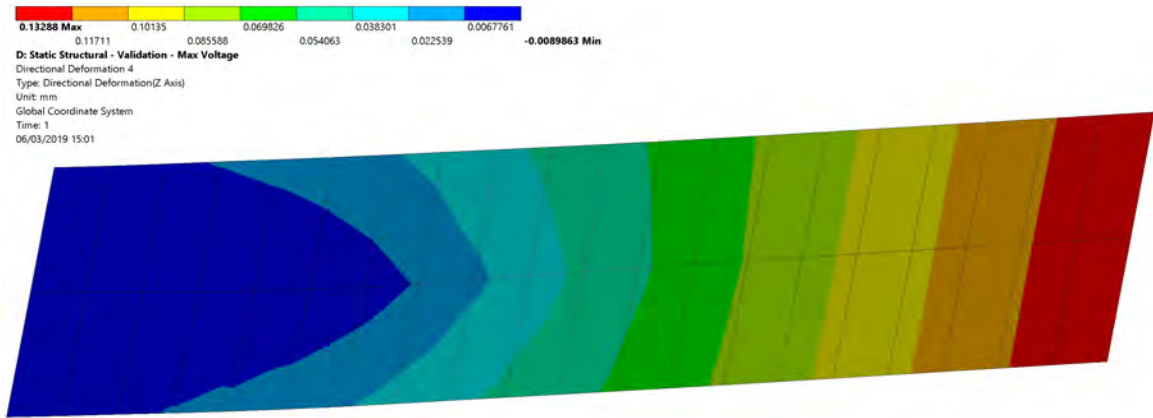
Στο πρώτο στάδιο της μελέτης εξετάζεται η εφαρμογή ηλεκτρικής τάσης στον επενεργητή μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Έτσι παρουσιάζεται η μετατόπιση του άκρου της δοκού, οι παραμορφώσεις που εμφανίζονται στη δοκό καθώς και η ηλεκτρική τάση που δημιουργείται στον ακροδέκτη του αισθητήρα.

Οι οριακές συνθήκες του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζονται στο Σχ. 3.12. Σε αυτό, είναι εμφανές πως η δοκός είναι πακτωμένη στο ένα άκρο (πορτοκαλί χρώμα) ενώ τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα έχουν έναν ακροδέκτη συνδεδεμένο στη τάση αναφοράς (πράσινο χρώμα). Στον επενεργητή εφαρμόζεται ηλεκτρική τάση ίση με 218 Volts (κίτρινο χρώμα), ως η μέγιστη τάση που μπορεί να εφαρμοστεί από τις προδιαγραφές.



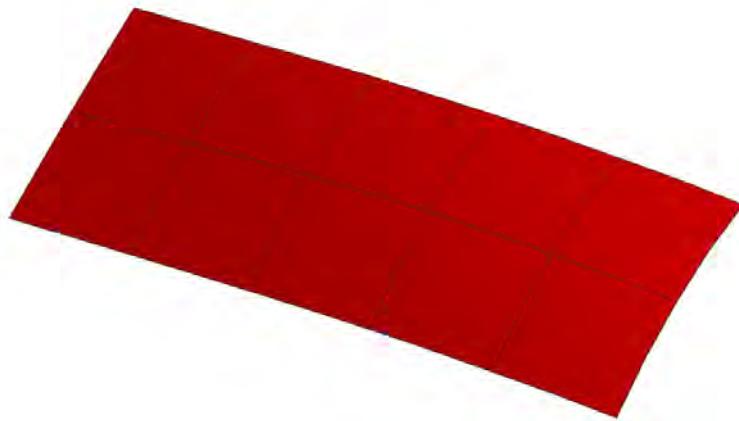
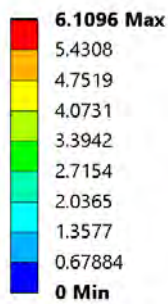
Σχήμα 3.12: Οριακές συνθήκες μοντέλου δοκού - μέγιστη ηλεκτρική τάση.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης φαίνονται στο Σχ. 3.13 και είναι με τη σειρά, μέγιστη μετατόπιση ελεύθερου άκρου δοκού 0.13288 mm, 0.0061096 V τάση αισθητήρα και 0.00022587 mm μέγιστη ισοδύναμη παραμόρφωση.

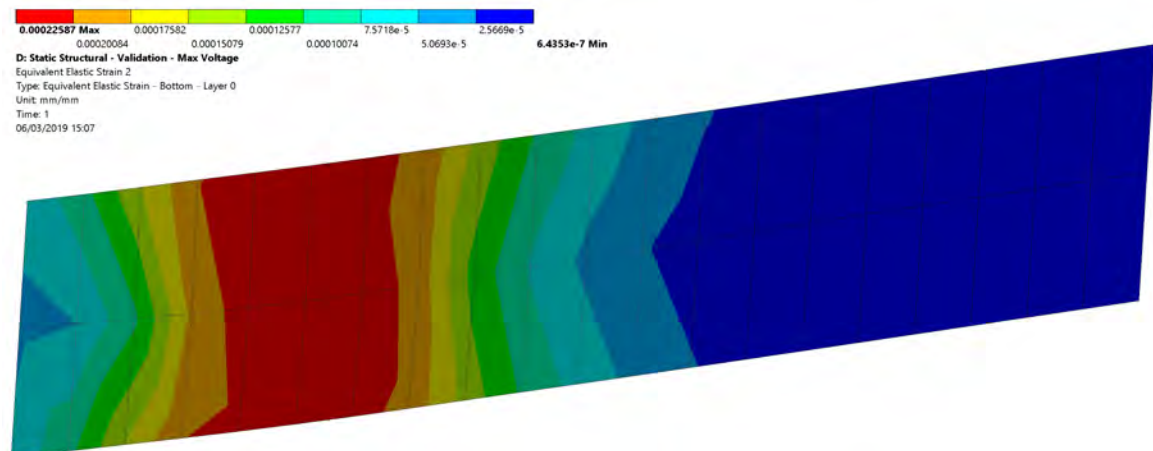


(α')

D: Static Structural - Validation - Max Voltage
 Voltage
 Expression: VOLT
 Unit: mV
 Time: 1
 06/03/2019 14:43



(β')



(γ')

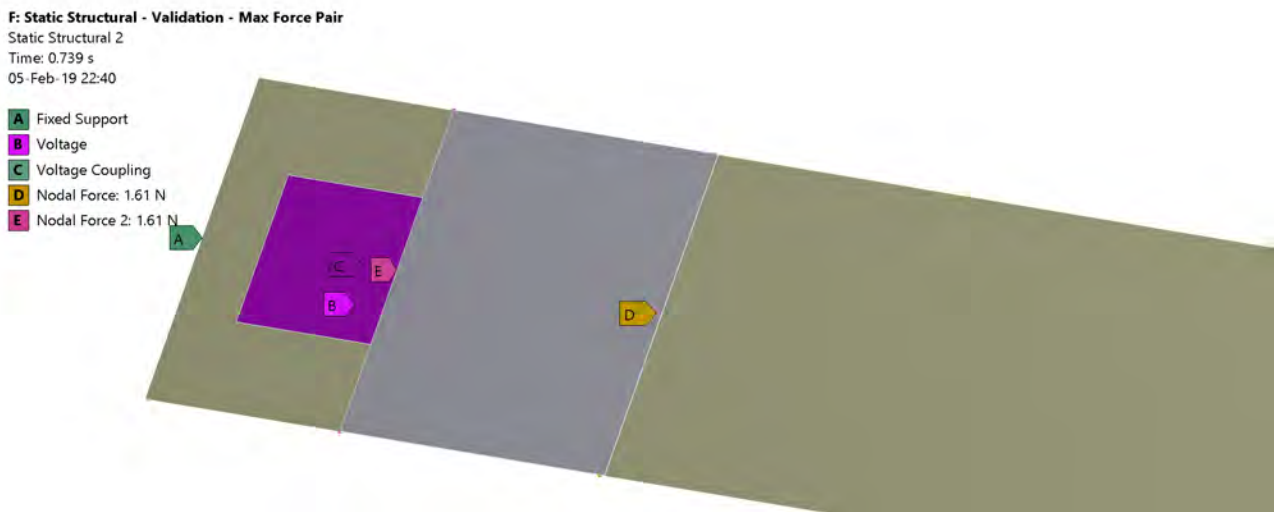
Σχήμα 3.13: Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης.

3.5.2 Υπολογιστική επαλήθευση επαγόμενης παραμόρφωσης μέσω ισοδύναμου ζεύγους δυνάμεων

Σε συνδυασμό με την παραπάνω ανάλυση, μελετήθηκε η περίπτωση της μέγιστης δύναμης που προέκυψε από τη προσομοίωση του συστήματος. Αυτό έγινε ώστε να συγκριθούν τα αποτελέσματα από τις δύο περιπτώσεις και να επιβεβαιωθεί αν ισχύει η παραδοχή που έχει γίνει για τις ισοδύναμες ροπές.

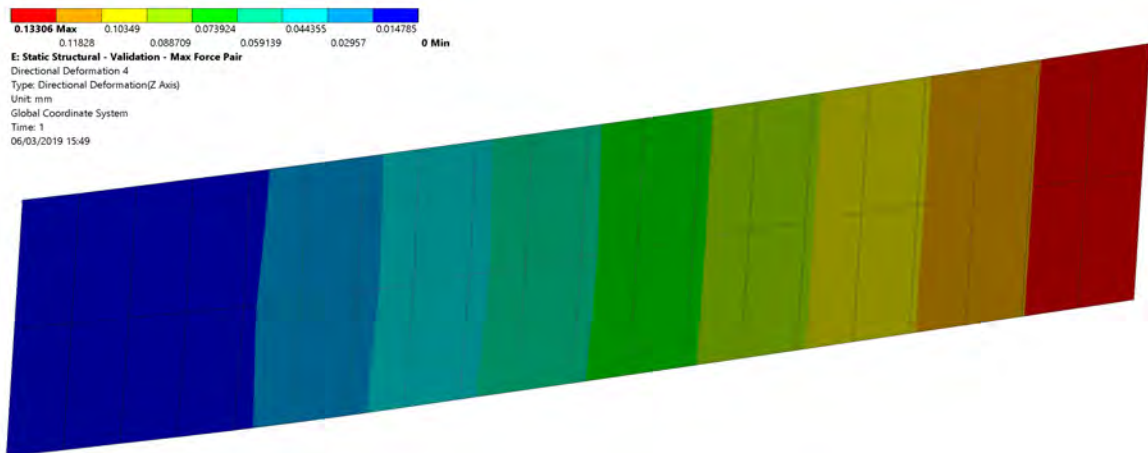
Οι οριακές συνθήκες (Σχ. 3.14) είναι παρόμοιες με την παραπάνω ανάλυση (Σχ. 3.12) με τις διαφορές πως ο πιεζοηλεκτρικός επενεργητής λειτουργεί ως παθητικό στοιχείο, ενώ στα άκρα του ασκούνται αντίθετες δυνάμεις - ώστε να δημιουργηθεί ζεύγος δυνάμεων - μέτρου 2.18 N, το οποίο προκύπτει από την Εξ. (2.72).

Μία παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι πως στο πρόγραμμα που σχεδιάστηκε σε προηγούμενη Εν. 3.4.1.1 είχε χρησιμοποιηθεί τριγωνική κατανομή για τη δύναμη. Ωστόσο, για αυτή τη περίπτωση έγινε εφαρμογή στα άκρα του επενεργητή της ισοδύναμης δύναμης για λόγους ευκολίας μοντελοποίησης στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων.



Σχήμα 3.14: Οριακές συνθήκες μοντέλου δοκού - μέγιστη ισοδύναμη ροπή.

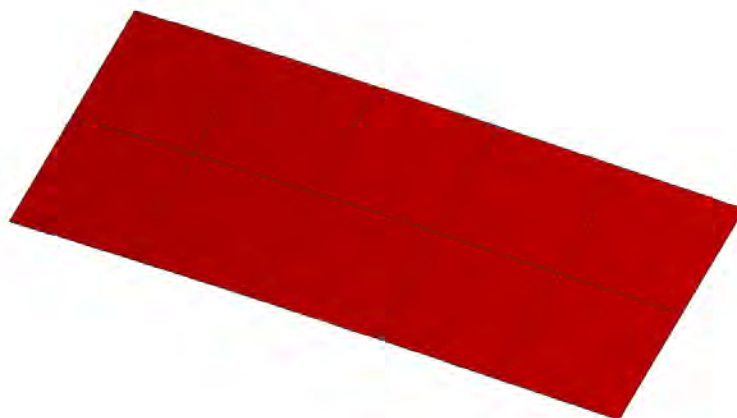
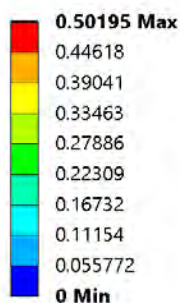
Τα αποτελέσματα της ανάλυσης παρουσιάζονται στη συνέχεια και θα ακολουθήσει η σύγκριση τους και η αξιολόγηση της με τα παραπάνω. Στο Σχ. 3.15, οι τιμές με τη σειρά είναι για τη μέγιστη μετατόπιση του ελεύθερου άκρου 0.13306 mm, 0.00050195 Volts για το ηλεκτρικό δυναμικό αισθητήρα και $4.1554 \cdot 10^{-5}$ μέγιστη ισοδύναμη παραμόρφωση.



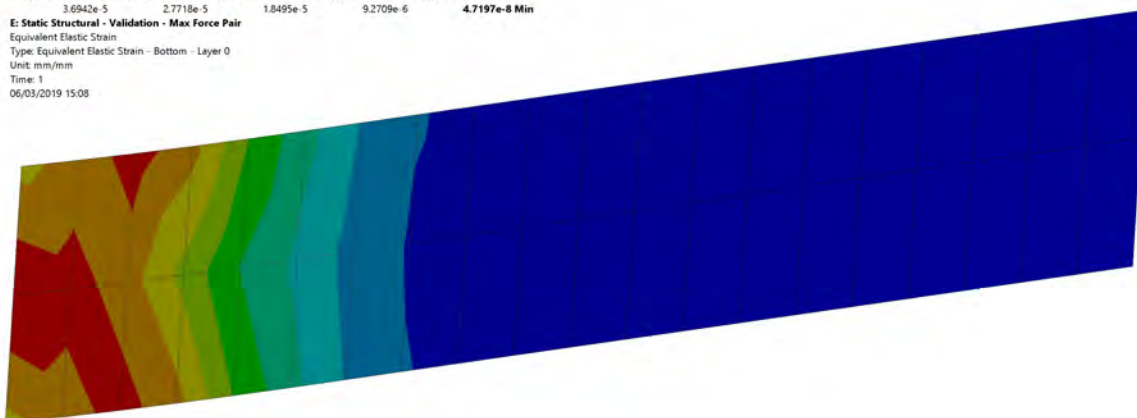
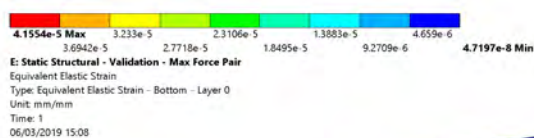
(α')

E: Static Structural - Validation - Max Force Pair

Voltage
Expression: VOLT
Unit: mV
Time: 1
06/03/2019 14:42



(β')



(γ')

Σχήμα 3.15: Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης.

3.5.3 Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων

Από τα αποτελέσματα των Σχ. 3.13 και 3.15 μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα πως όσον αφορά την απόκριση της δοκού, η παραδοχή που έχει γίνει για την ισοδύναμη ροπή και την ηλεκτρική τάση στους ακροδέκτες του επενεργητή είναι σωστή. Αυτή επιβεβαιώνεται από το γεγονός πως η μετατόπιση και στις δύο περιπτώσεις κατά το κάθετο άξονα στη δοκό είναι $1.02 \cdot 10^{-4}$ mm. Επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί αυτή η παραδοχή για τη μοντελοποίηση του συστήματος.

Όσον αφορά την υπολογιζόμενη ηλεκτρική τάση στον αισθητήρα σε αυτή προκύπτουν διαφορετικές τιμές. Αυτό εξηγείται σε συνδυασμό με τα Σχ. 3.15γ' και 3.13γ' περί ισοδύναμης παραμόρφωσης στη δοκό. Δεδομένου πως ο αισθητήρας μετατρέπει τη παραμόρφωση σε ηλεκτρικό δυναμικό στους ακροδέκτες του, η διαφορά που εμφανίζεται στις κατανομές των παραμορφώσεων μπορεί να εξηγήσει τη διαφορετική τιμή ηλεκτρικής τάσης στον αισθητήρα. Ο λόγος που εμφανίζεται διαφορά παραμορφώσεων ανάμεσα στις δύο περιπτώσεις, οφείλεται στο τρόπο που παραμορφώνει τη δοκό το πιεζοηλεκτρικό επίθεμα και το ζεύγος δυνάμεων (Σχ. 3.16). Συγκεκριμένα, εφαρμόζοντας ηλεκτρική τάση στο πρώτο συστέλλεται κατά τη μία - κάθετη στη διεύθυνση πόλωσης - διεύθυνση του και διαστέλλεται κατά την άλλη, οπότε είναι πιο έντονα τοπικά φαινόμενα επαγόμενης παραμόρφωσης. Αντιθέτως, το ζεύγος δυνάμεων ασκεί άμεσα ροπή στη δοκό κατά ένα μόνο

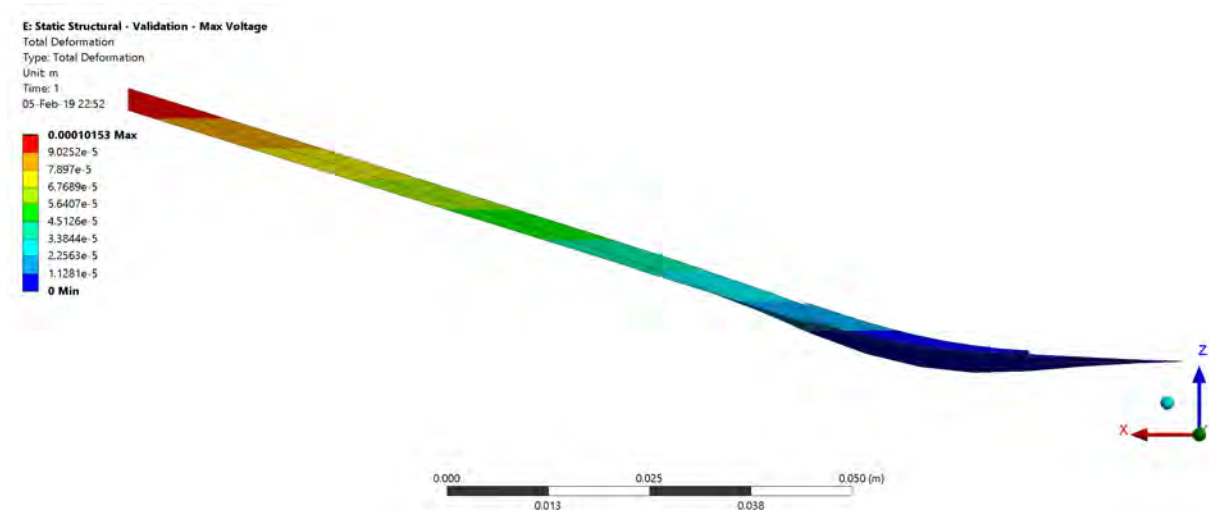
άξονα, η οποία με τη σειρά της προκαλεί παραμορφώσεις. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα στη πρώτη περίπτωση να εμφανίζονται επιπλέον τοπικές παραμορφώσεις σε άλλες διευθύνσεις της δοκού, οι οποίες καταγράφονται από τον πιεζοηλεκτρικό αισθητήρα. Οι διαφορές αυτές δεν επηρεάζουν τον έλεγχο ταλαντώσεων της δοκού, καθώς υπολογίζονται σε δεύτερο χρόνο, ενώ μπορούν να εξαχθούν ποιοτικά συμπεράσματα για την απόκριση βάσει αυτών. Με βελτίωση του μοντέλου επενέργησης και καταγραφής παραμορφώσεων στη δοκό, τα αποτελέσματα θα πλησιάζουν περισσότερο τα αναμενόμενα.

Τέλος, σε σχέση με τις παραμορφώσεις που εμφανίζονται στη δοκό μπορούν να επιλεγθούν οι βέλτιστες θέσεις τοποθέτησης των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και ιδιαίτερα του αισθητήρα. Έτσι για τον επενεργητή χρειάζεται να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στο πακτωμένο άκρο για να προκαλείται μεγαλύτερο βέλος κάμψης στο άκρο της δοκού. Αντιστοίχως από τα σχήματα ισοδύναμης παραμόρφωσης (Σχ. 3.15γ' και Σχ. 3.13γ') είναι εμφανές πως οι μέγιστες τιμές αυτής είναι κοντά στη πάκτωση της δοκού, συνεπώς εκεί πρέπει να βρίσκεται ο αισθητήρας. Από τα παραπάνω συνεπάγεται πως έχει γίνει σωστή επιλογή στη διάταξη των επιθεμάτων με σκοπό τη βέλτιστη επίδοση του αυτομάτου ελέγχου.

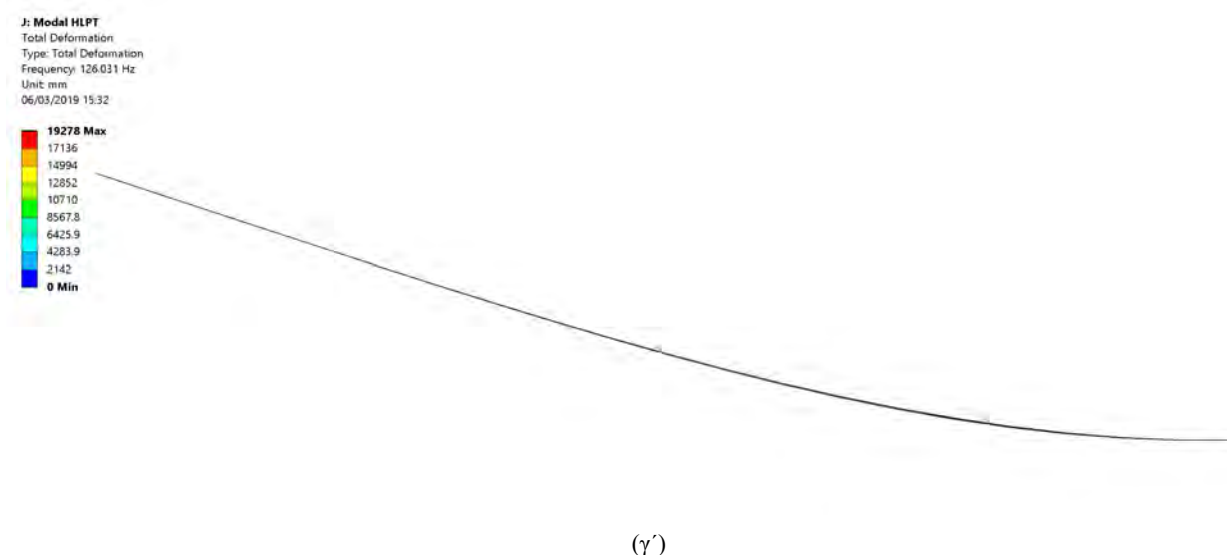
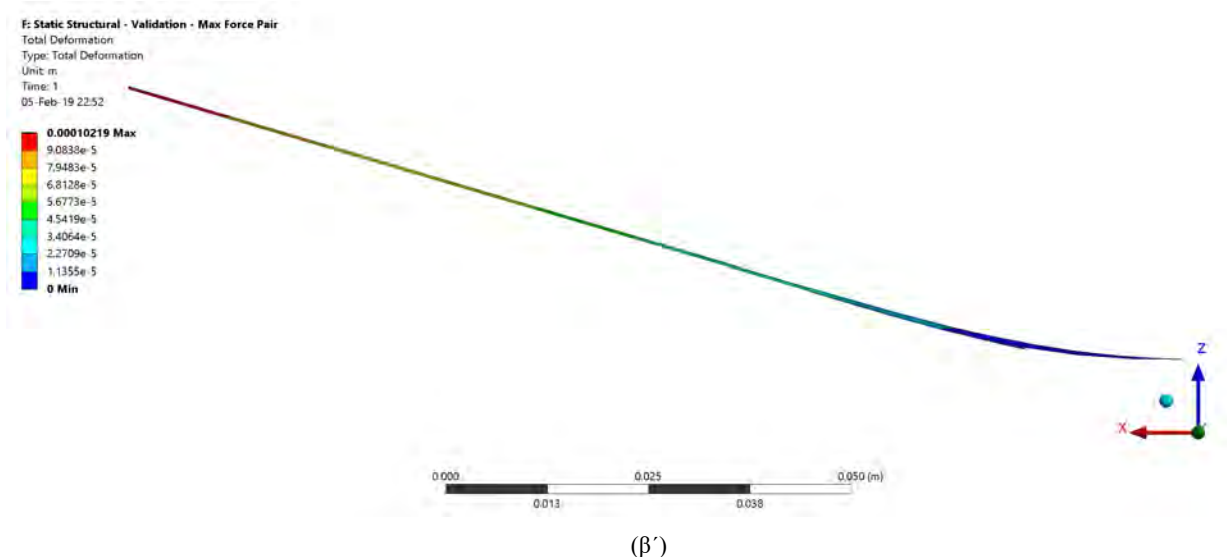
3.5.4 Σύγκριση μορφής παραμορφωμένης δοκού

Από τις παραπάνω μελέτες και την εξήγηση για τις παραμορφώσεις στις δύο περιπτώσεις φόρτισης της δοκού, είναι εμφανές πως το σχήμα της δοκού είναι διαφορετικό στη μοντελοποίηση από ότι στη πραγματικότητα. Έτσι μπορούμε να αναλύσουμε τις διάφορες μορφές που αποκτά αυτό. Αναλυτικά, παρουσιάζεται η μορφή της δοκού όταν εφαρμόζεται ηλεκτρική τάση στον επενεργητή της, όταν εφαρμόζεται ισοδύναμη ροπή στις άκρες αυτού και η 1η ιδιομορφή της, καθώς αυτή πλησιάζει τις άλλες δύο περιπτώσεις.

Στο Σχ. 3.16α' η δοκός κάμπτεται και κατά τις άλλες διευθύνσεις, ειδικά στο σημείο όπου βρίσκεται ο επενεργητής, λόγω του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Αντιθέτως στη περίπτωση του Σχ. 3.16β' δεν υπάρχει κάμψη της δοκού κατά τη δεύτερη διεύθυνση. Στο μοντέλο που δημιουργήθηκε για αυτόματο έλεγχο, θα μπορούσε να μοντελοποιηθεί μία αντίστοιχη κάμψη κατά το δευτερεύοντα άξονα, ωστόσο δεν μεταβάλλει σημαντικά τα αποτελέσματα και το μοντέλο θα γινόταν πολύ σύνθετο ώστε να είναι εύχρηστο. Τέλος, παρουσιάζεται η 1η ιδιομορφή της δοκού (Σχ. 3.16γ') ως σύγκριση του σχήματος με τις δύο παραπάνω περιπτώσεις και εμφανώς πλησιάζει περισσότερο στη δεύτερη. Συνεπώς, ο έλεγχος σύμφωνα με το μοντέλο είναι πιο εύκολος από την πραγματικότητα, καθώς επηρεάζονται περισσότερο οι ιδιομορφές του μοντέλου με την παραδοχή της ισοδύναμης ροπής, χωρίς να ασκούνται επιπλέον ταλαντώσεις ή παραμορφώσεις κατά άλλη διεύθυνση.



(α')



Σχήμα 3.16: Σύγκριση μορφής δοκού για διαφορετική επενέργηση. α' Δοκός με ηλεκτρική τάση επενεργητή - Πρόσοψη. β' Δοκός με ισοδύναμη ροπή - Πρόσοψη. γ' Δοκός στη 1η ιδιομορφή - Πρόσοψη.

3.6 Υπολογιστική Επαλήθευση Μοντέλου Επαγόμενης Πιεζοηλεκτρικής Ηλεκτρικής Τάσης

Για την επαλήθευση της έγκυρης μοντελοποίησης του συναρμολογήματος και συγκεκριμένα των αισθητήρων του, μελετήθηκε εξαναγκασμένη ταλάντωση δοκού, όπου χρησιμοποιήθηκε ταυτόχρονα μοντελοποίηση μέσω του προγράμματος που έχει δημιουργηθεί, προσομοίωση σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων και πειραματική διαδικασία. Μέσω αυτής συγκρίνονται τα αποτελέσματα απόκρισης του ελεύθερου άκρου και σημαντικότερα της ηλεκτρικής τάσης που εμφανίζεται στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο του αισθητήρα.

3.6.1 Επαλήθευση εξαναγκασμένης ταλάντωσης

3.6.1.1 Πειραματική διάταξη

Όσον αφορά τη διάταξη του συναρμολογήματος (Σχ. 3.17) που χρησιμοποιήθηκε, το υλικό της δοκού φαίνεται στο πίνακα διαρρύθμισης της (Πιν. 3.1) , ενώ αυτή ήταν πακτωμένη στο ένα άκρο της και το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο του επενεργητή ήταν προσκολλημένο στη μία της πλευρά όπως έχει ήδη παρουσιαστεί. Σε αυτή τη περίπτωση, ωστόσο, δεν λειτουργεί ως επενεργητής αλλά ως αισθητήρας και στους ακροδέκτες του

μετράται η διαφορά δυναμικού. Κοντά στο άλλο άκρο της είχε προσαρμοσθεί στοιχείο επιβολής ταλάντωσης (shaker), το οποίο εφάρμοζε μετατόπιση με σταθερό πλάτος και συχνότητα.



Σχήμα 3.17: Πειραματική διάταξη εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

Συγκεκριμένα, κατά τη πειραματική διαδικασία ο επενεργητής (shaker) ασκούσε σταθερή μετατόπιση με συχνότητα 10 Hz ή περίπου 62.83 rad/s. Επειδή η μετατόπιση δεν μπορούσε να καταγραφεί με κάποιο τρόπο, μετρώντας την ηλεκτρική τάση που απαιτούσε ο ταλαντωτής από την πηγή τροφοδοσίας ήταν δυνατό να προσδιοριστεί η δύναμη που ασκούσε αυτός στο συναρμολόγημα. Έτσι προκύπτει δύναμη πλάτους 2.5 N, σύμφωνα με την ηλεκτρική τάση τροφοδοσίας. Επίσης, καταγράφονταν η ηλεκτρική τάση που εμφανιζόταν στους ακροδέκτες του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου, που λειτουργούσε ως αισθητήρας (Σχ. 3.19β'), ώστε να επιβεβαιωθούν τα αποτελέσματα της υπολογιστικής μελέτης.

3.6.1.2 Υπολογιστική προσομοίωση εξαναγκασμένης ταλάντωσης

Για τη προσομοίωση του μοντέλου στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων αλλά και τη μοντελοποίηση του μέσω του προγράμματος που έχει δημιουργηθεί απαιτούνται ορισμένα δεδομένα τα οποία εξάγονται από τη παρακάτω διαδικασία.

Όσο αφορά το πρόγραμμα του MATLAB, έγιναν σε αυτό ορισμένες μετατροπές ώστε, οι αρχικές συνθήκες που εφαρμόζονται στο μοντέλο να είναι μηδενικής μετατόπισης - καθώς το πείραμα έτσι εκτελέστηκε - και να εφαρμόζεται κοντά στο άκρο του περιοδική δύναμη συγκεκριμένου πλάτους και συχνότητας 10 Hz. Αυτό μπορεί να φανεί στο μοντέλο SIMULINK (Σχ. 3.22) όπου η εξωτερικά ασκούμενη δύναμη έχει την επιλογή να εισαχθεί ή από αρχείο κειμένου με τιμές είτε να είναι περιοδική.

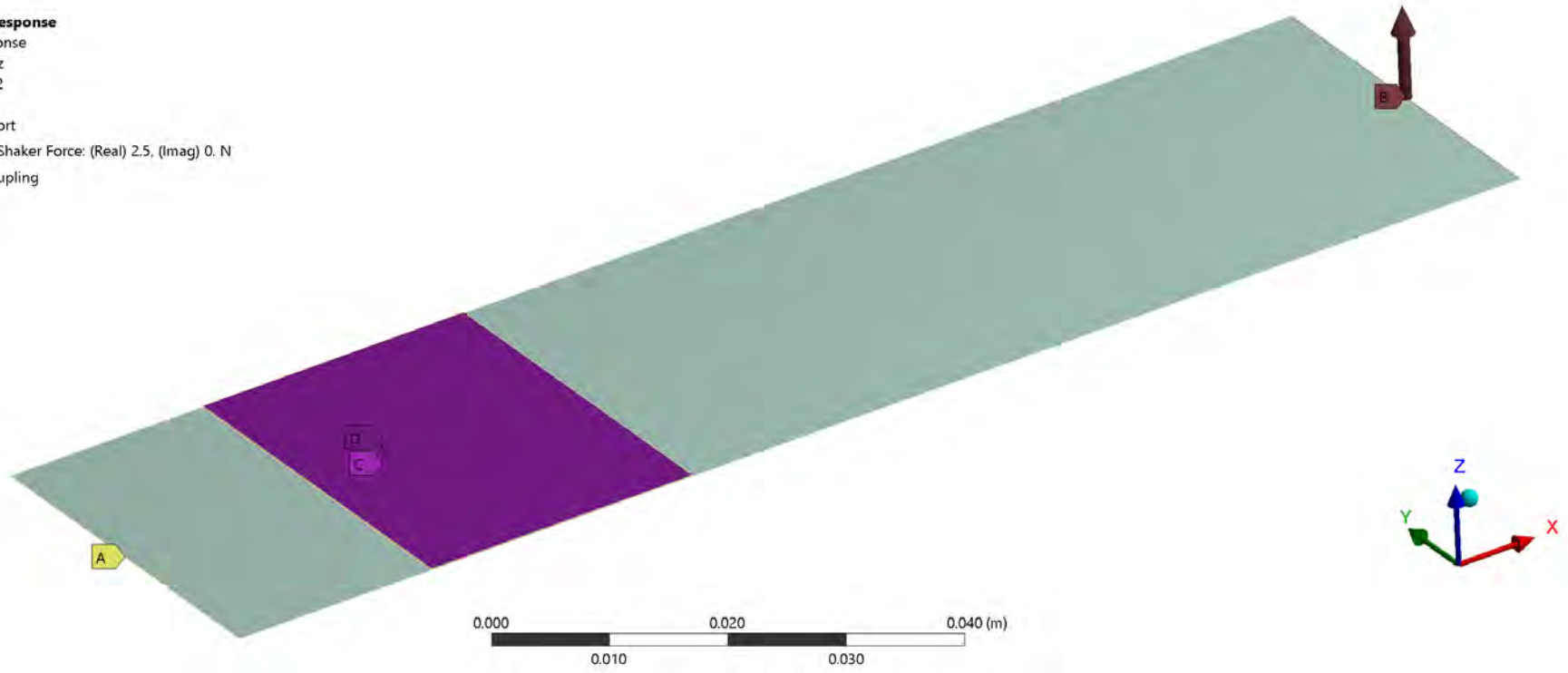
Ο επενεργητής ταλάντωσης στο παρόν πείραμα μπορεί να θεωρηθεί πηγή μετατόπισης, συνεπώς η δύναμη που υπολογίζεται είναι αντίδραση στη ταλάντωση από την ελαστικότητα της πλάκας και δεν είναι η πραγματική δύναμη που θα πρέπει να ασκηθεί στο μοντέλο SIMULINK για να προκύψει η ίδια μετατόπιση. Αυτό συμβαίνει καθώς η απόσβεση που εφαρμόζεται στο σύστημα επηρεάζει το τελικό πλάτος ταλάντωσης αν αυτή έχει αίτιο δύναμη. Για να βρεθεί λοιπόν η πραγματική δύναμη που πρέπει να ασκεί ο επενεργητής, στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων πραγματοποιήθηκε εξαναγκασμένη ταλάντωση με δύναμη πλάτους 2.5 N και συχνότητα 10 Hz, αλλά χωρίς απόσβεση (βλ. Σχ. 3.18α'). Έτσι προκύπτει η πραγματική μετατόπιση του ταλαντωτή για το πείραμα και έχει πλάτος $3.25 \cdot 10^{-3}$ m ή 3.25 mm (βλ. Σχ. 3.18β'). Αυτή η τιμή εισάγεται ξανά στο λογισμικό χρησιμοποιώντας άλλες οριακές συνθήκες, με δοκό πακτωμένη στο ένα άκρο της και κανονική απόσβεση (Πιν. 3.1, Εν. 3.9.1.1) και εφαρμόζοντας στη θέση του ταλαντωτή μετατόπιση $3.25 \cdot 10^{-3}$ m (βλ. Σχ. 3.18γ'). Ταυτόχρονα ως αποτέλεσμα εξάγεται η δύναμη αντίδρασης στο σημείο αυτό ώστε να προκύψει η πραγματική εφαρμοζόμενη δύναμη του επενεργητή στη δοκό με απόσβεση, η οποία έχει πλάτος 5.67 N (βλ. Σχ. 3.18δ'). Εφαρμόζοντας αυτή τη δύναμη ως επενεργούσα με συχνότητα 10 Hz στο μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων (βλ. Σχ. 3.18ε') και στο προαναφερθέν πρόγραμμα εξάγονται τα αποτελέσματα ηλεκτρικής τάσης στον αισθητήρα και η απόκριση της δοκού (βλ. Σχ. 3.18ζ').

Όπως είναι εμφανές από τα Σχ. 3.19α', Σχ. 3.19β', οι δύο μοντελοποιήσεις στα αντίστοιχα λογισμικά έχουν πολύ μικρές διαφορές μεταξύ τους οι οποίες οφείλονται σε σφάλματα στρογγυλοποίησης και κυρίως στο γεγονός πως στο πρόγραμμα του MATLAB (Σχ. 3.19α') δεν μοντελοποιούνται όλες οι ιδιοσυχνότητες αλλά μόνο η πρώτη. Αν χρησιμοποιηθούν στο μοντέλο περισσότερες ιδιοσυχνότητες τότε οι αποκλίσεις θα μειωθούν. Όσον αφορά τη σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα (Σχ. 3.19β') φαίνεται πως και τα δύο μοντέλα πλησιάζουν πολύ κοντά στις πειραματικές τιμές. Αυτό σημαίνει πως η μοντελοποίηση και στις δύο περιπτώσεις - τουλάχιστον όσον αφορά τη παθητική απόκριση - είναι σωστή και πλησιάζει πολύ κοντά στη πραγματικότητα. Συμπερασματικά, μπορούμε να εμπιστευτούμε τα αποτελέσματα των δύο λογισμικών όσον αφορά τη μοντελοποίηση του φυσικού συστήματος.

(a)

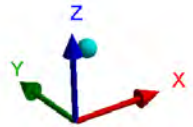
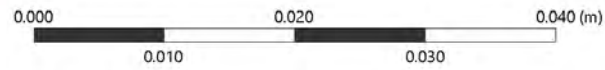
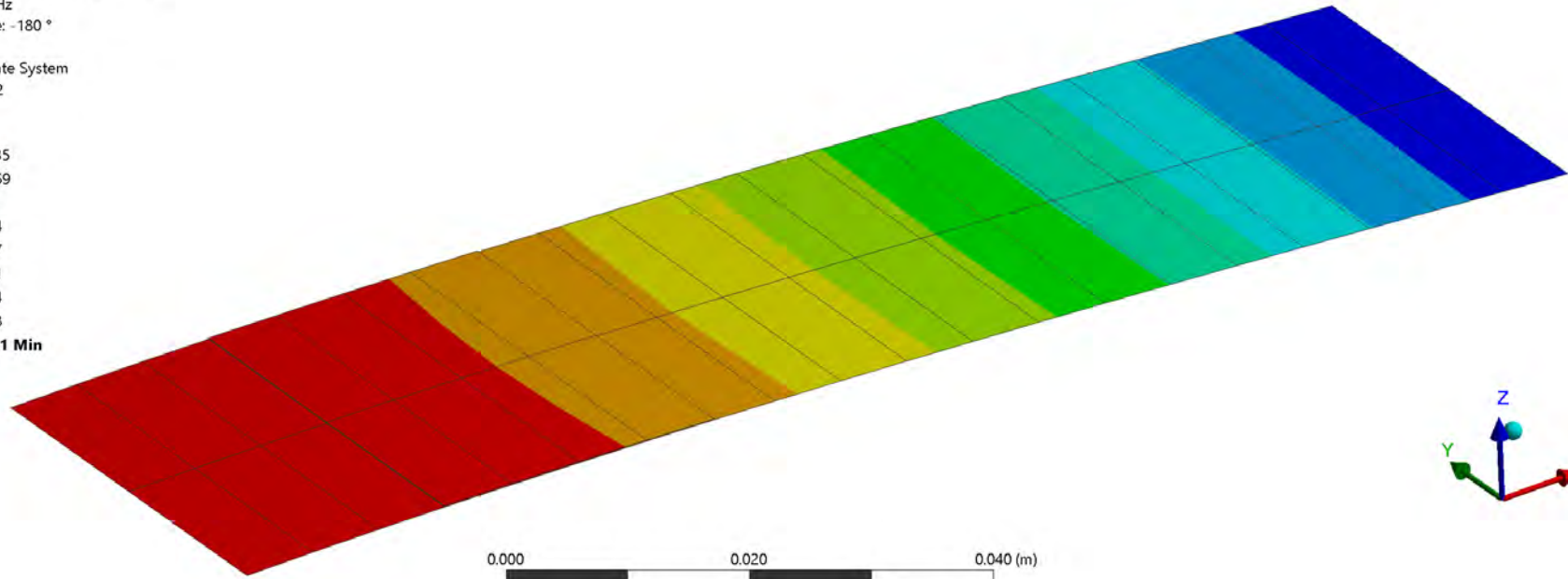
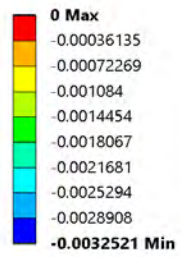
G: Harmonic Response
Harmonic Response
Frequency: 0. Hz
06-Feb-19 14:52

- A** Fixed Support
- B** Calculated Shaker Force: (Real) 2.5, (Imag) 0. N
- C** Voltage Coupling
- D** Voltage



(b)

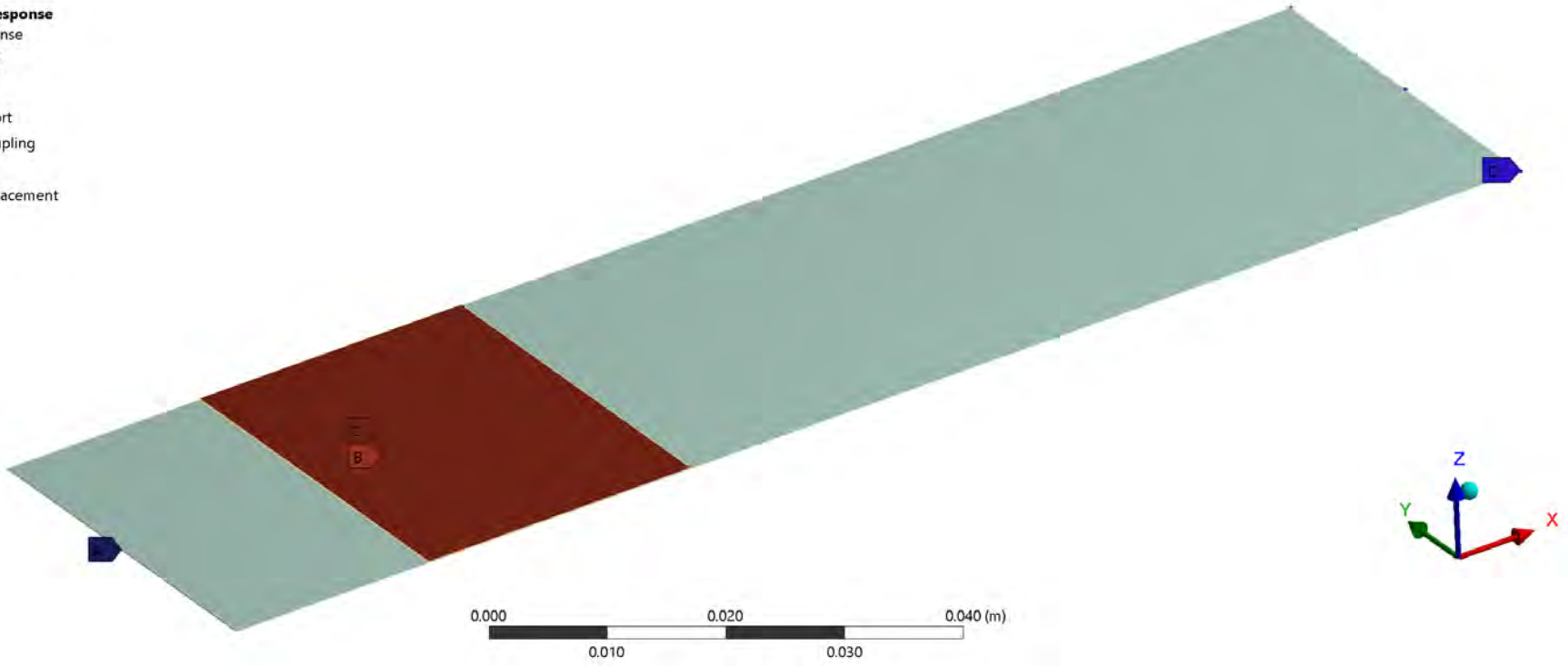
G: Harmonic Response
Directional Deformation
Type: Directional Deformation(Z Axis)
Frequency: 10. Hz
Sweeping Phase: -180 °
Unit: m
Global Coordinate System
06-Feb-19 14:52



(A)

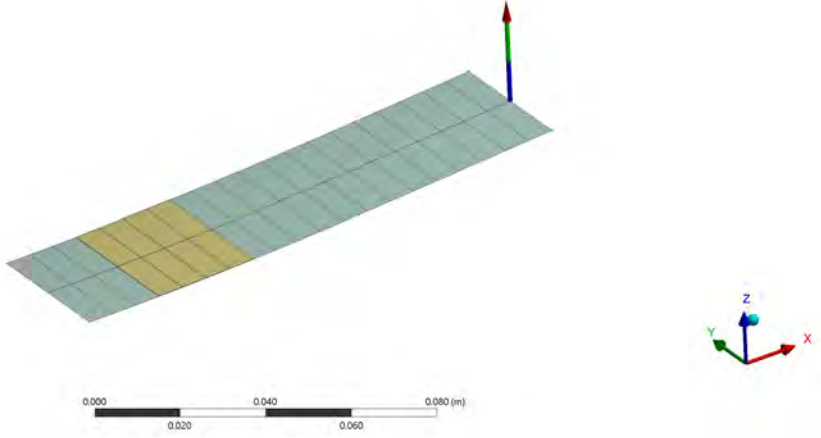
G: Harmonic Response
Harmonic Response
Frequency: 0. Hz
06-Feb-19 14:53

- Fixed Support
- Voltage Coupling
- Voltage
- Skaker Displacement



(8)

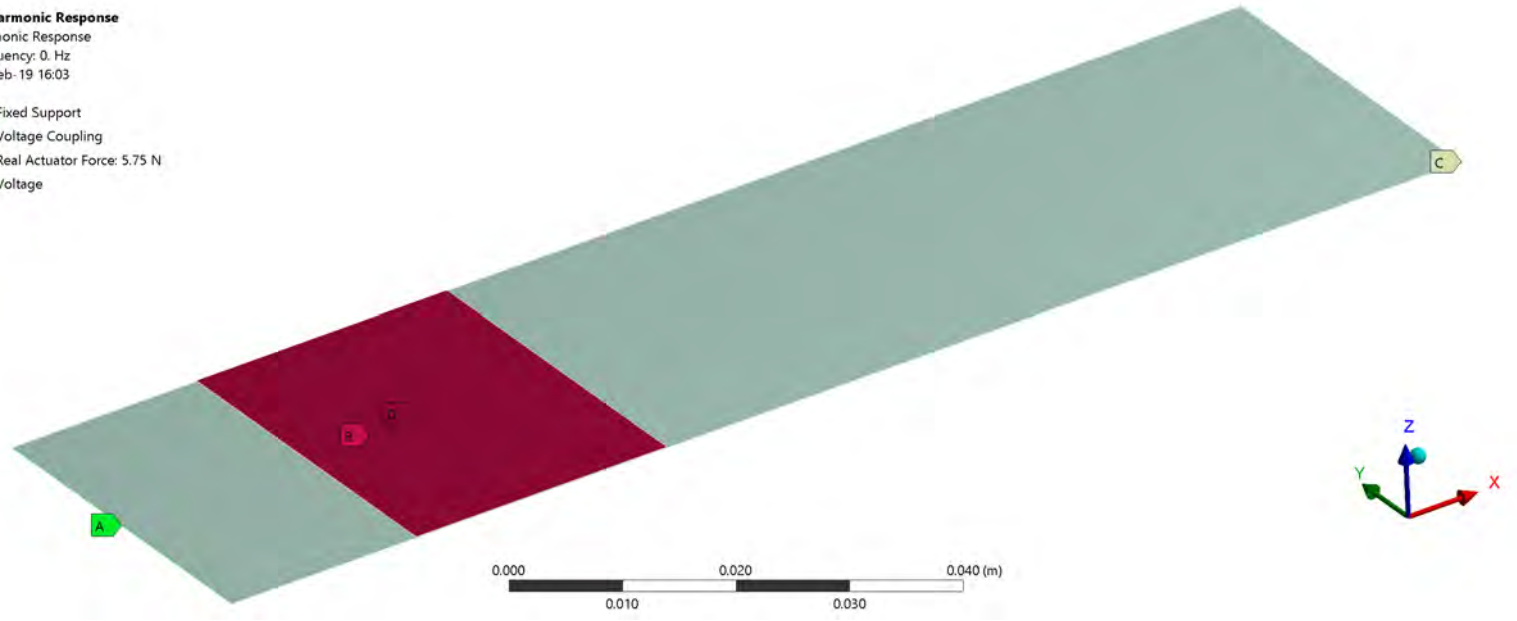
G: Harmonic Response
Force Reaction
Frequency: 10. Hz
06-Feb-19 14:58

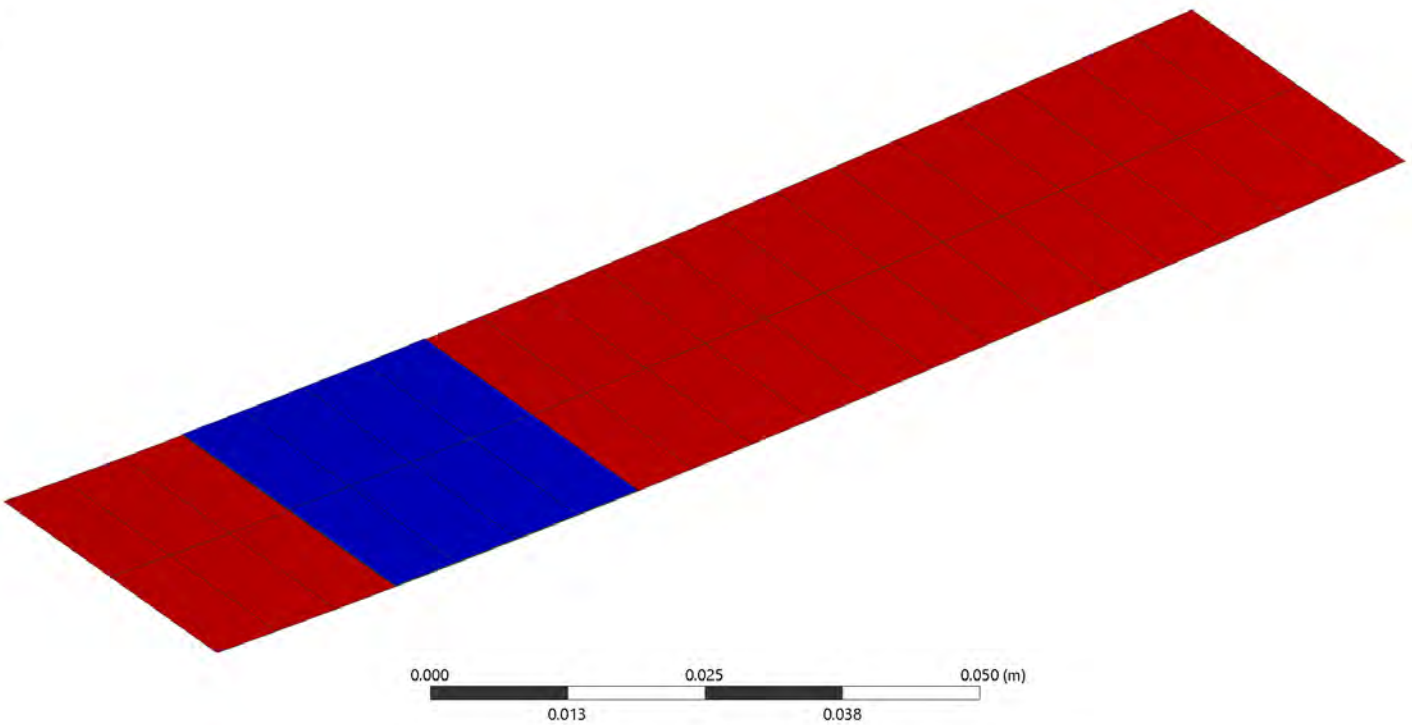
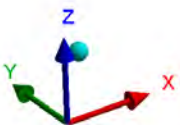


(3)

G: Harmonic Response
Harmonic Response
Frequency: 0. Hz
06-Feb-19 16:03

- A** Fixed Support
- B** Voltage Coupling
- C** Real Actuator Force: 5.75 N
- D** Voltage

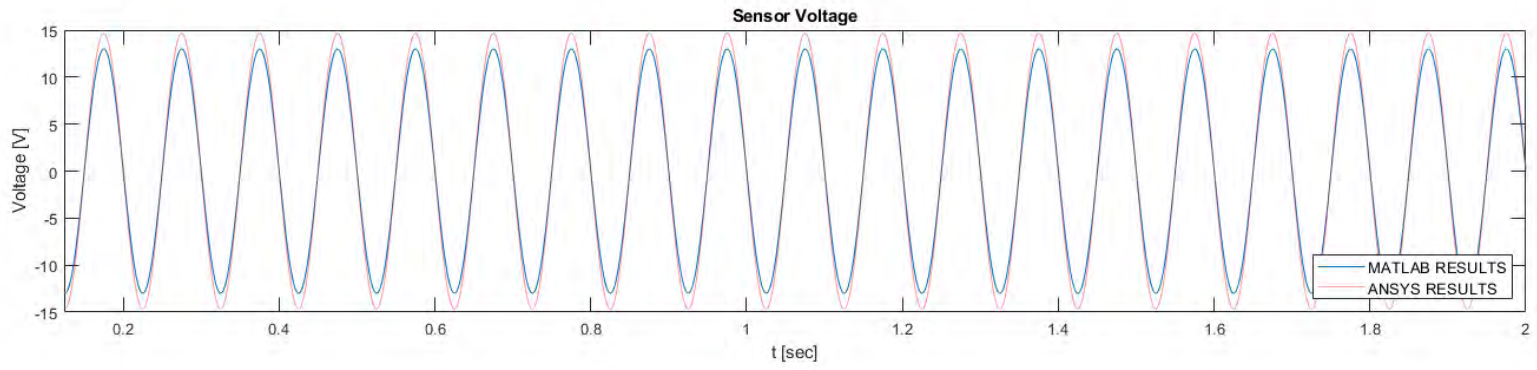
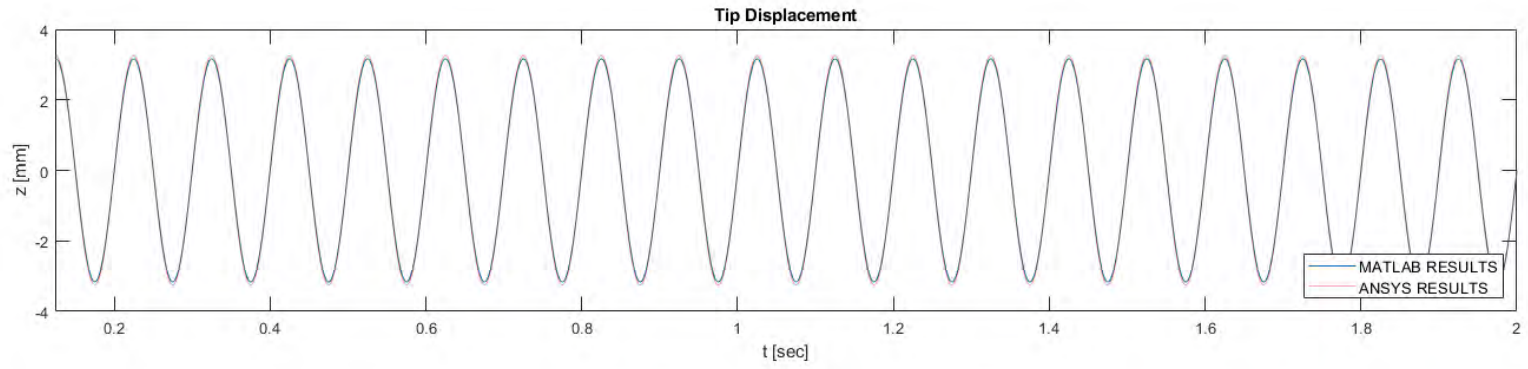


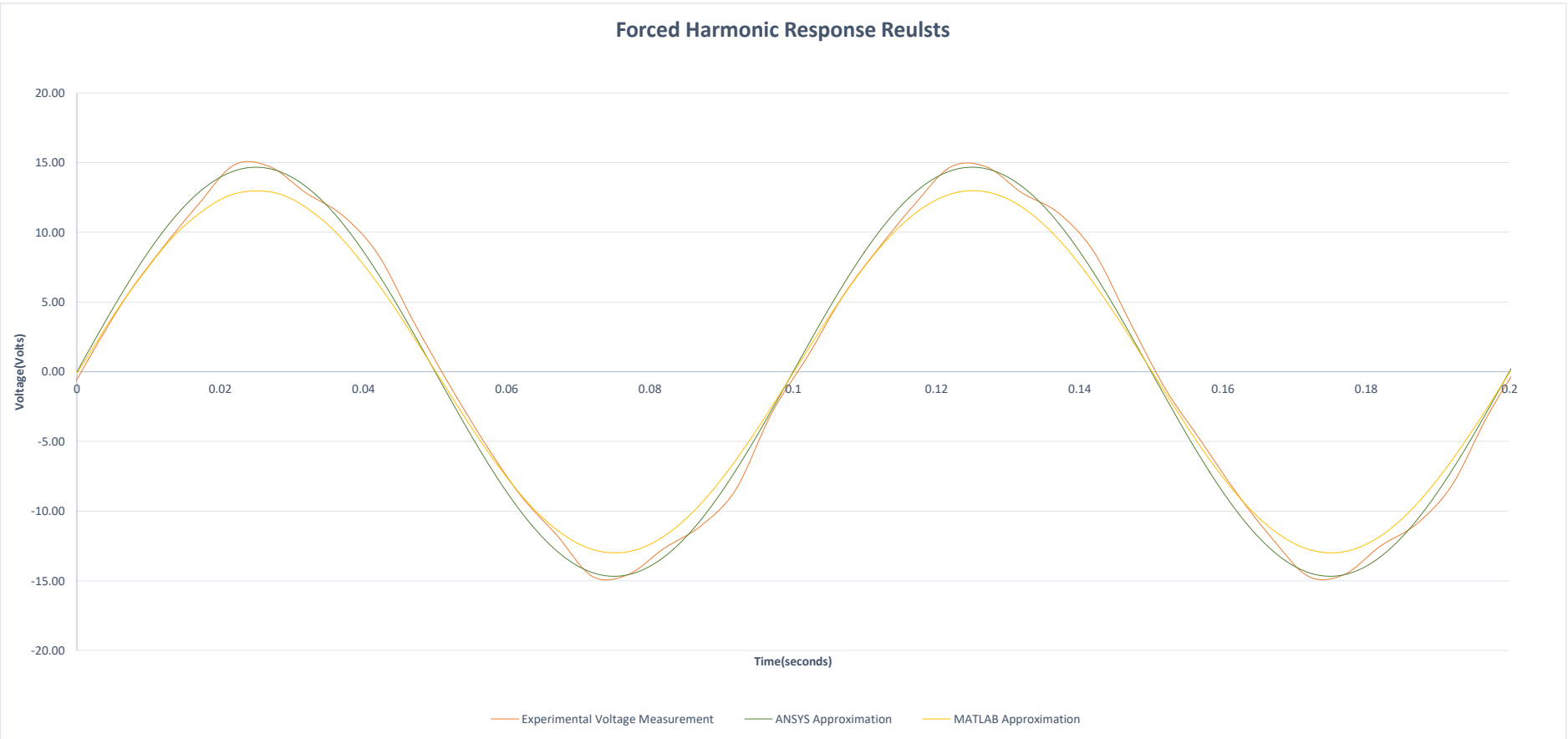


(C)

Σχήμα 3.18: Διαδικασία εύρεσης πραγματικής δύναμης τάλαντωτή. α' Εφαρμογή μετρούμενης δύναμης επενεργητή. β' Αποτέλεσμα μετατόπισης μη αποσβεσμένου δοκού. γ' Εφαρμογή μετατόπισης άκρου. δ' Αποτέλεσμα δύναμης αντίδρασης επενεργητή αποσβεσμένου δοκού. ε' Εφαρμογή πραγματικής δύναμης επενεργητή. ζ' Αποτέλεσμα ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα.

(a)





Σχήμα 3.19: Αποτελέσματα επαλήθευσης εξαναγκασμένης ταλάντωσης. α' Σύγκριση απόδοσης δοκού και ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα πειράματος-MATLAB-ANSYS.

(β')

3.7 Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου στη Δοκό

Αφού σχηματιστούν τα απαραίτητα μητρώα και αποθηκευτούν από το πρόγραμμα που έχει δημιουργηθεί, εφαρμόζεται ο έλεγχος που έχει περιγραφεί στη θεωρία (βλ. Εν. 2.3). Φυσικά μετασχηματίζεται η δυναμική εξίσωση του συστήματος στο χώρο καταστάσεων, όπως έχει παρουσιαστεί στην Εν. 2.3.1, και δημιουργούνται οι πίνακες A,B,C και D του συστήματος. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται ο ελεγκτής LQR ρυθμίζοντας και μεταβάλλοντας τις απαραίτητες παραμέτρους, ώστε να έχει την επιθυμητή απόκριση, και χρησιμοποιούνται οι δύο διαφορετικοί παρατηρητές που έχουν αναφερθεί - πλήρους και μειωμένης τάξης. Τέλος, σχηματίζεται το μοντέλο αυτομάτου ελέγχου με το ανάλογο λογισμικό και δοκιμάζονται διάφορες περιπτώσεις ελέγχου. Τα παραπάνω γίνονται καθώς έχει επαληθευτεί η σωστή μοντελοποίηση τόσο της επενέργειας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, όσο και της καταγραφής ηλεκτρικής τάσης μέσω των αισθητήρων.

3.7.1 Μετασχηματισμός χώρου καταστάσεων

Όσον αφορά το μετασχηματισμό στο χώρο καταστάσεων, δεν απαιτείται περαιτέρω ανάλυση καθώς η θεωρία έχει καλυφθεί σε προηγούμενη ενότητα (βλ. Εν. 2.3.1). Κάποιες παρατηρήσεις που μπορούν να γίνουν είναι πως το πρόγραμμα σχεδιάστηκε έτσι ώστε να δίνεται η δυνατότητα να επιλέγεται ο αριθμός των ιδιοσυχνοτήτων που μοντελοποιούνται κάθε φορά, ενώ επίσης δημιουργούνται μητρώα C και D για τις δύο περιπτώσεις παρατηρητή κατάστασης.

3.7.2 Νόμος ελέγχου

Στην παρούσα ενότητα, αναλύεται η διαδικασία εφαρμογής του σχήματος LQR στο μοντέλο καθώς και η ρύθμιση των απαραίτητων παραμέτρων του ώστε να επιτυγχάνεται ο έλεγχος σύμφωνα με τις προδιαγραφές.

3.7.2.1 Ελεγκσιμότητα και παρατηρησιμότητα

Το σύστημα εξετάζεται ως προς την ελεγκσιμότητα και παρατηρησιμότητα του όπως φαίνεται στις σχέσεις (2.23) και (2.24) αντίστοιχα. Ελέγχοντας τις δύο αυτές ιδιότητες για όλες τις ιδιοσυχνότητες του συστήματος προκύπτει πως αυτό είναι ελέγξιμο και παρατηρήσιμο σε κάθε περίπτωση.

3.7.2.2 Γραμμικός τετραγωνικός ρυθμιστής (Linear quadratic regulator)

Για το ελεγκτή LQR χρειάζεται αρχικά να βρεθούν τα μητρώα Q και R χρησιμοποιώντας την κανονικοποίηση αυτών μέσω των μέγιστων τιμών τους. Για το λόγο αυτό δημιουργήθηκε σύστημα με LQR και γνωστές όλες τις καταστάσεις του (βλ. Σχ. 3.20), έτσι ώστε να μπορέσουν να καταγραφούν οι μέγιστες τιμές αυτών και των εισόδων του συστήματος για διάφορες περιπτώσεις. Συγκεκριμένα, προσομοιώθηκαν 15 περιπτώσεις, σε κάθε μία εκ των οποίων προστίθενται μία παραπάνω ιδιοσυχνότητα στη μοντελοποίηση του συστήματος. Τα μητρώα [Q] και [R] του ελεγκτή παραμένουν σταθερά με τυχαίες τιμές στις διαγώνιους τους, έτσι ώστε το σύστημα να βρίσκεται μέσα στις προδιαγραφές. Από τη παραπάνω διαδικασία προκύπτει πίνακας με τις μέγιστες τιμές των καταστάσεων και των εισόδων για κάθε ιδιοσυχνότητα. Διαιρώντας τα μητρώα Q και R του κανονικού συστήματος αντίστοιχα με τα τετράγωνα αυτών προκύπτουν κανονικοποιημένες τιμές για τα μητρώα.

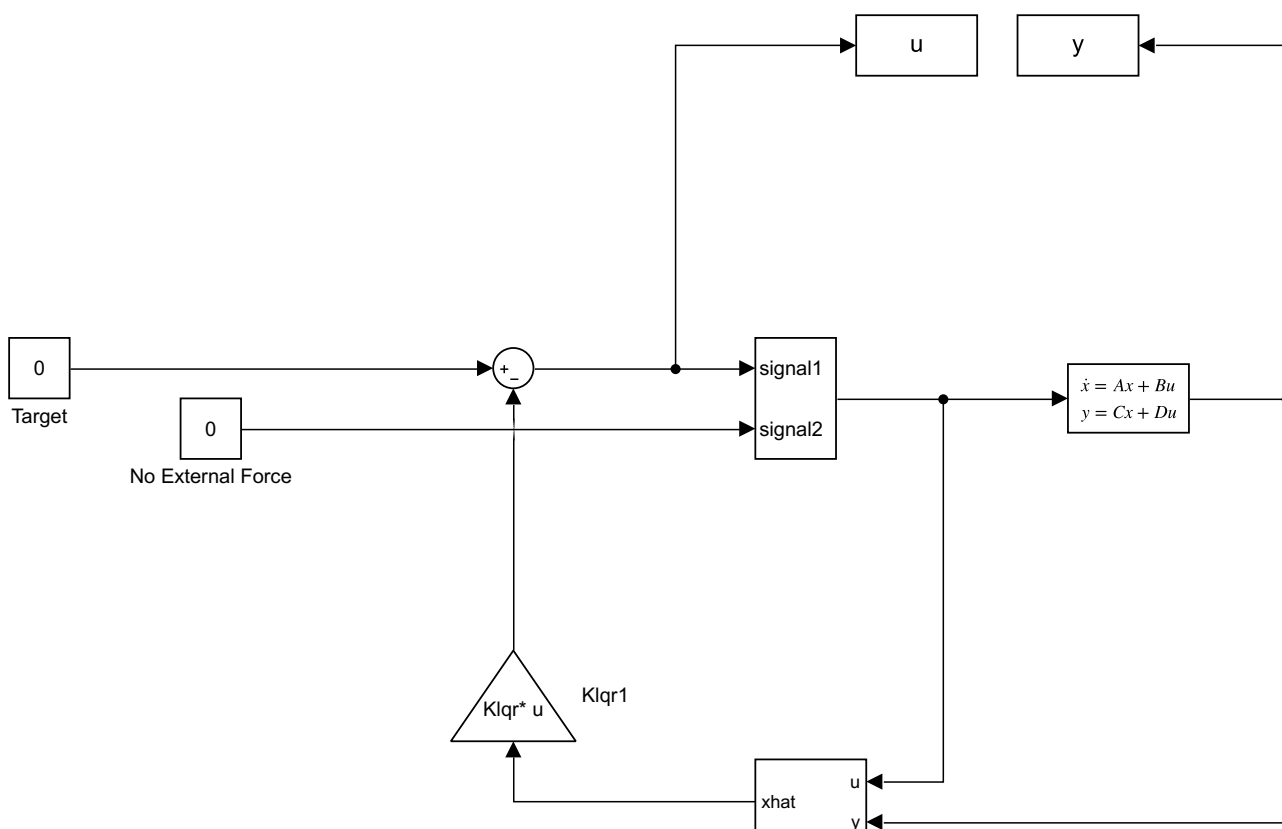
Αναλυτικά για το βοηθητικό σύστημα (βλ. Σχ. 3.20), οι συντελεστές των μητρώων Q και R αντίστοιχα επιλέχθηκαν $q_0 = 50000$ και $r_0 = 1$ ώστε οι τιμές που θα προκύψουν να είναι εν γένει οι μέγιστες δυνατές. Στο σύστημα (Σχ. 3.20), θεωρείται πως δεν εφαρμόζονται εξωτερικές φορτίσεις στο μοντέλο. Οι πίνακες [Q] και [R], καθώς και οι μέγιστες τιμές για όλες τις ιδιοσυχνότητες παρουσιάζονται στον Πιν. 3.2.

$$[Q] = \text{diag}(50000 \dots 50000) \quad (3.6)$$

όπου το μέγεθος του πίνακα [Q] εξαρτάται από τον αριθμό των ιδιοσυχνοτήτων που μοντελοποιούνται και κυμαίνεται από 2 έως $2 \cdot v$ και βήμα 2, με v ο αριθμός των μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων.

$$[R] = I_{m \times m} \quad (3.7)$$

όπου m ο αριθμός των εισόδων.



Σχήμα 3.20: Σύστημα εύρεσης μέγιστων τιμών καταστάσεων, εισόδων.

Πίνακας 3.2: Χάρτης μέγιστων τιμών μεταβλητών κατάστασης και εισόδων.

	x_1	x_2	u [N]
1	6.0327e-05	0.018556	12.640
2	6.0327e-05	0.019539	13.262
3	6.0327e-05	0.019535	13.220
4	6.0327e-05	0.019535	13.220
5	6.0327e-05	0.019535	13.220
6	6.0327e-05	0.019535	13.220
7	6.0327e-05	0.019529	13.215
8	6.0327e-05	0.019529	13.215
9	6.0327e-05	0.019529	13.215
10	6.0327e-05	0.019529	13.215
11	6.0327e-05	0.019529	13.215
12	6.0327e-05	0.01953	13.216
13	6.0327e-05	0.01953	13.216
14	6.0327e-05	0.01953	13.216
15	6.0327e-05	0.01953	13.216

Τελικά, μετά από δοκιμές, των οποίων τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στη συνέχεια (Σχ. 3.27), προκύπτει για το τελικό σύστημα ο λόγος $\rho = \frac{q_0}{r_0} = 0.01$ ώστε η απόκριση του συστήματος να είναι ικανοποιητική και να μην ξεπερνιούνται κατά πολύ οι προδιαγραφές των υλικών.

Οι πίνακες Q και R για αυτή την τιμή και για 15 μοντελοποιημένες προκύπτουν, $Q_{ii} = 2747745.7$ για $i=1, \dots, 15$ και $Q_{ii} = 26.2$ για $i=16, \dots, 30$, ενώ ο $R = [0.005725]$.

3.7.3 Παρατηρητές κατάστασης

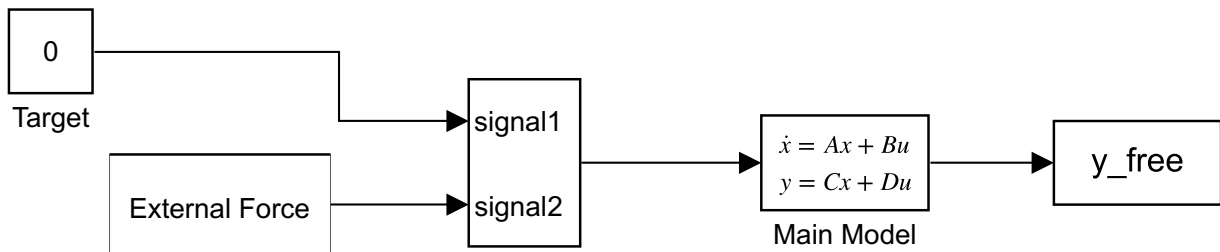
Όσον αφορά τους παρατηρητές κατάστασης αυτοί έχουν αναλυθεί στην Εν. 2.3.2.3. Η μόνη παρατήρηση που μπορεί να γίνει είναι πως το πρόγραμμα σχεδιάστηκε ώστε να παρέχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν

και τα δύο είδη παρατηρητών.

3.8 Προσομοίωση Μοντέλου

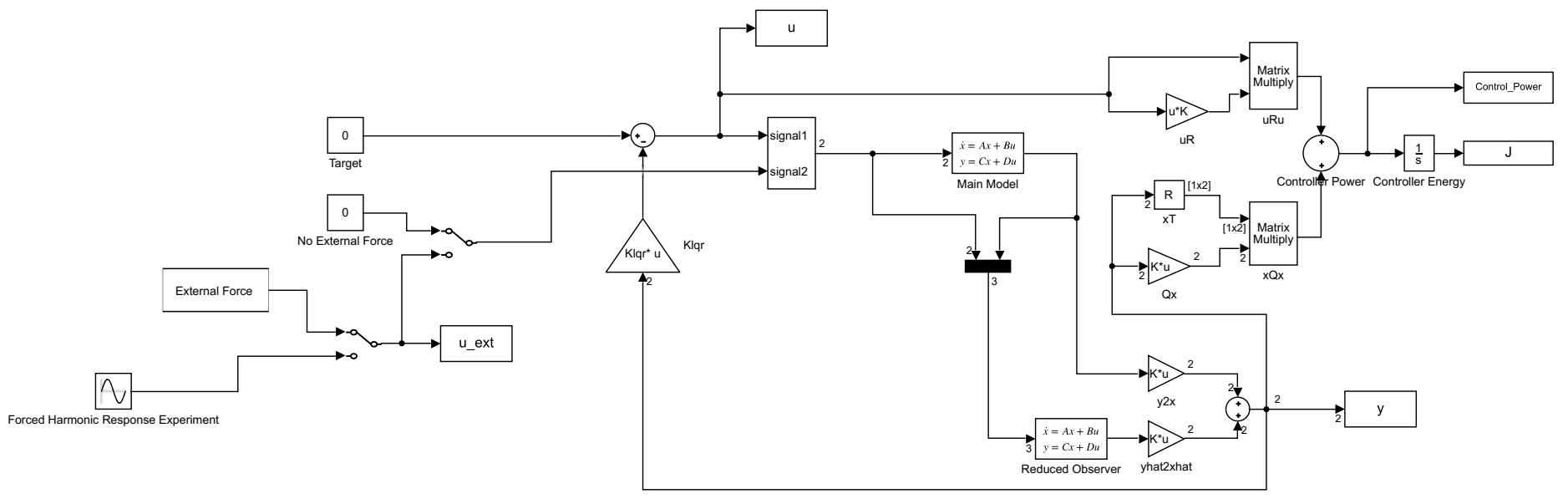
Για την προσομοίωση του συστήματος μέσω του λογισμικού SIMULINK, δημιουργήθηκαν διάφορα μοντέλα, τόσο για το τελικό αποτέλεσμα όσο και για την επιλογή και έλεγχο των ρυθμίσεων. Έτσι σχεδιάστηκαν μοντέλα για παρατηρητή πλήρους τάξης και μειωμένης, με σκοπό τον έλεγχο της απόκρισης μεταξύ των δύο, αλλά και μοντέλο της δοκού χωρίς έλεγχο, ώστε να βρεθεί η ελεύθερη απόκριση της στις δεδομένες αρχικές συνθήκες.

Κάποιες παρατηρήσεις που πρέπει να γίνουν είναι πως όλες οι προσομοιώσεις έγιναν για μετατόπιση του άκρου της δοκού κατά 1 mm και δεν χρησιμοποιήθηκαν πιο σύνθετες αρχικές συνθήκες. Τα σχήματα που

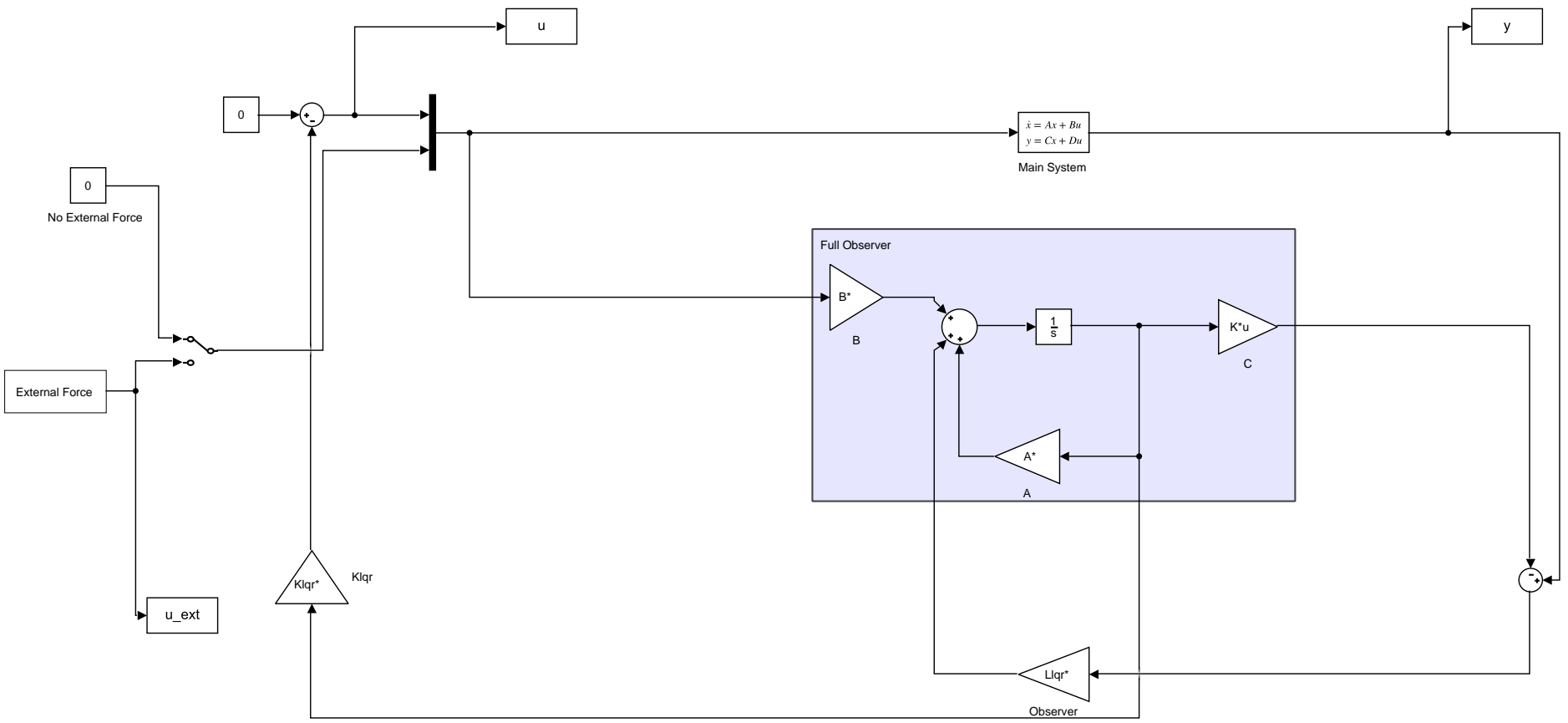


Σχήμα 3.21: Μοντέλο συστήματος χωρίς έλεγχο.

Σχήμα 3.22: Μοντέλο συστήματος με παρατηρητή μειωμένης τάξης.

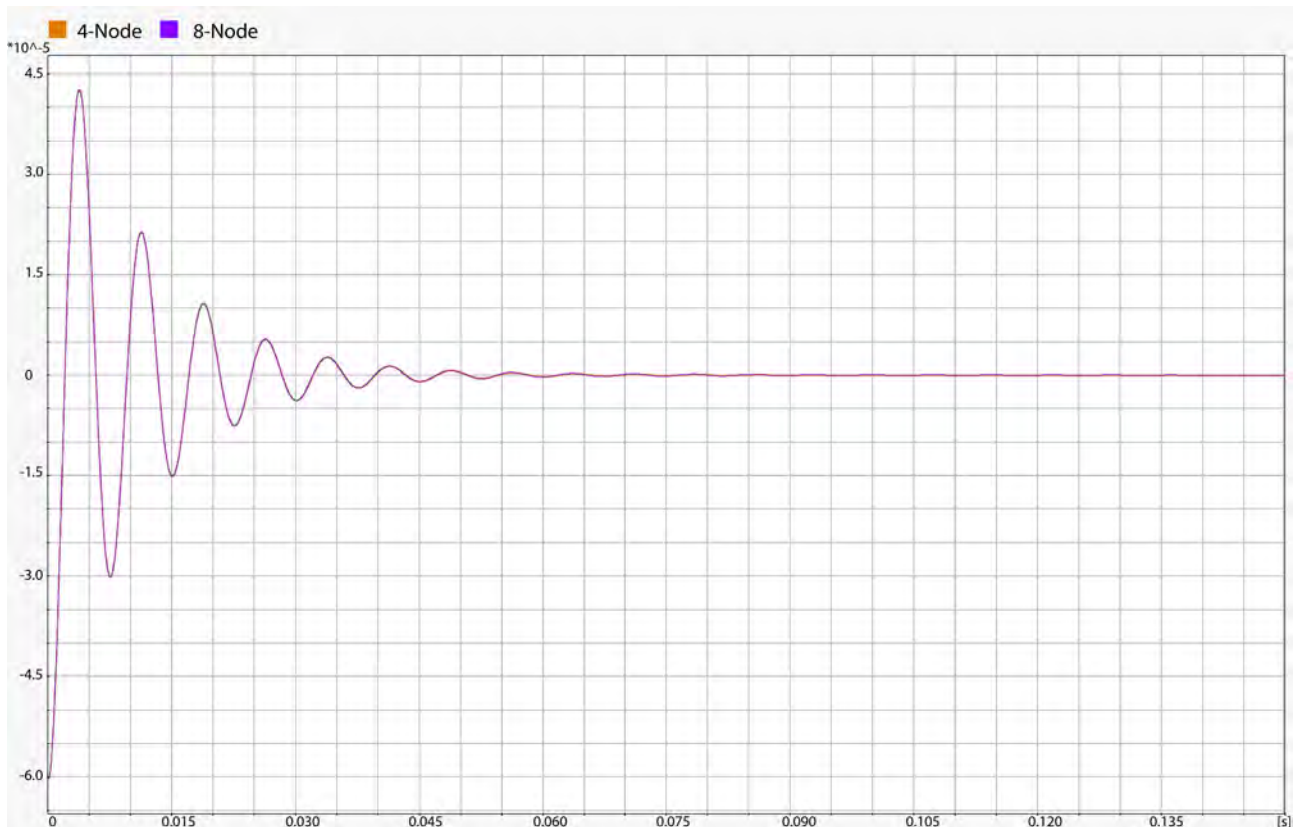


Σχήμα 3.23: Μοντέλο συστήματος με παρατηρητή πλήρους τάξης.



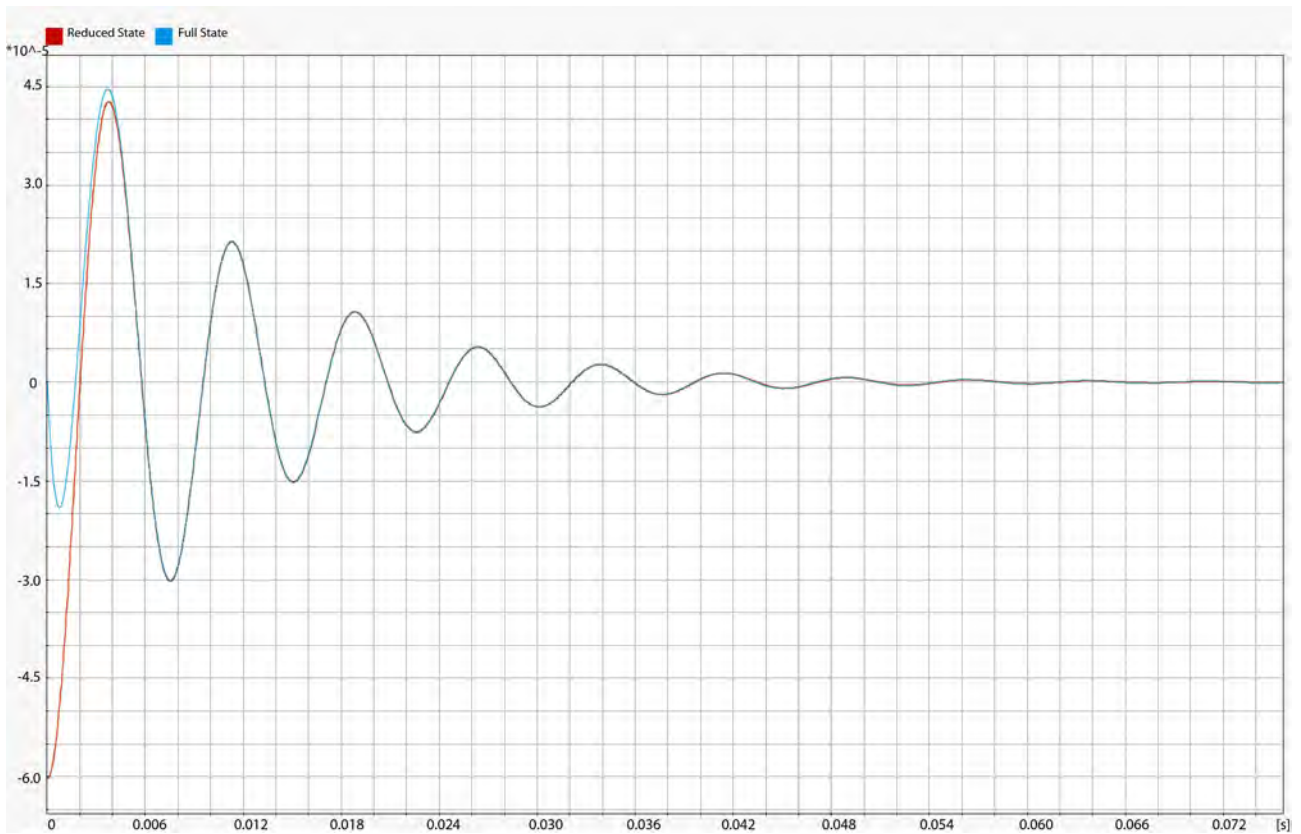
3.8.1 Ανάλυση αποτελεσμάτων προσομοίωσης

Ως πρώτη ανάλυση των μοντέλων του συστήματος επιλέγεται ο έλεγχος της διαφοράς απόκρισης μεταξύ των δύο ειδών στοιχείων πλέγματος. Έτσι ελέγχονται τα μητρώα που προκύπτουν από το τετρακομβικό και οχτακομβικό στοιχείο που έχουν παρουσιαστεί στο Σχ. 3.4. Όπως φαίνεται από το Σχ. 3.24 δεν υπάρχει καμία ουσιαστική διαφορά μεταξύ των δύο αποκρίσεων, συνεπώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί το τετρακομβικό στοιχείο για το υπόλοιπο της ανάλυσης.

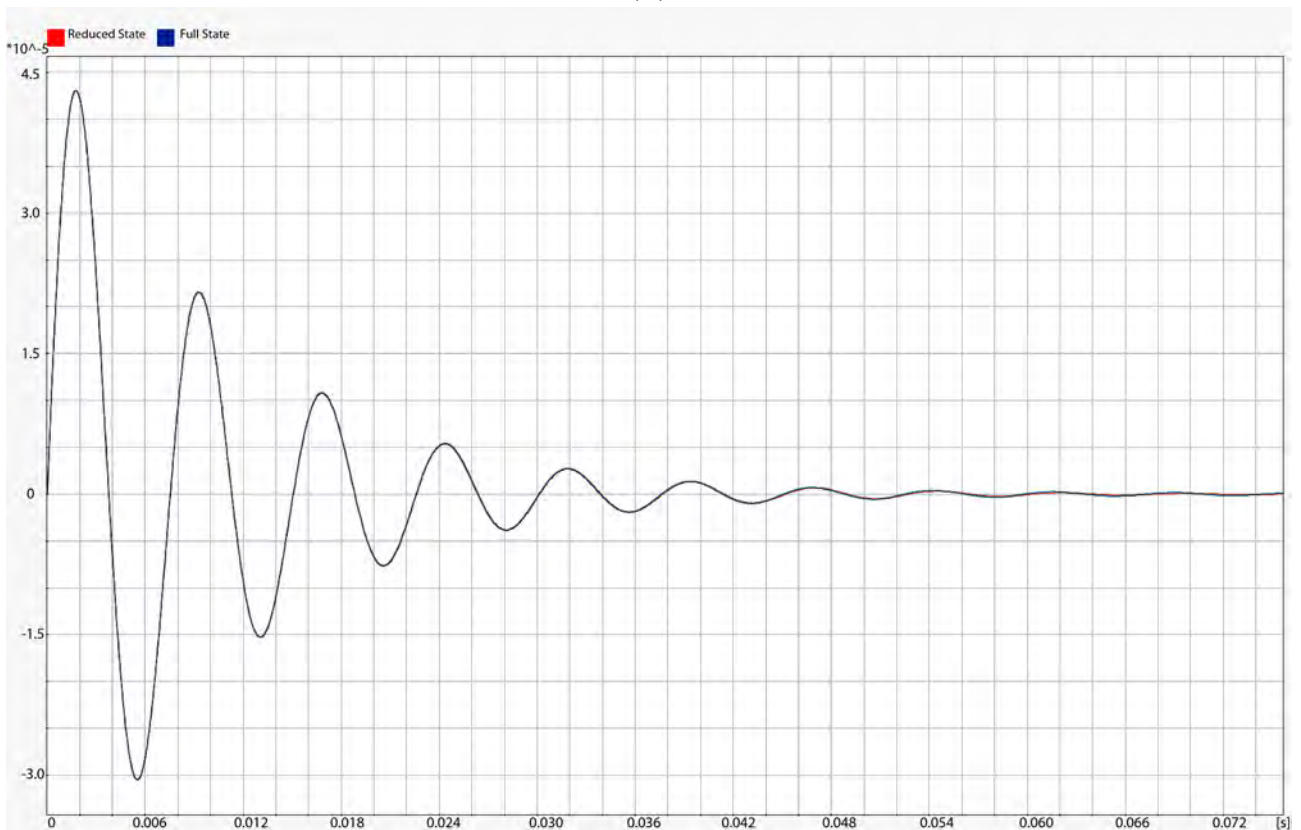


Σχήμα 3.24: Σύγκριση απόκρισης τετρακομβικού - οχτακομβικού στοιχείου πλέγματος.

Στο δεύτερο σκέλος της ανάλυσης των μοντέλων γίνεται σύγκριση μεταξύ του παρατηρητή πλήρους τάξης και μειωμένης. Επίσης, μετά την επιλογή ενός από αυτών γίνεται σύγκριση με τις πραγματικές τιμές των καταστάσεων σε σχέση με τις παρατηρούμενες. Στη συγκεκριμένη ανάλυση μοντελοποιείται μόνο η πρώτη ιδιοσυχότητα για λόγους ευκολίας στη σύγκριση, ενώ οι αρχικές τιμές στον παρατηρητή μειωμένης τάξης είναι σταθμισμένες ώστε να αποφεύγεται το σφάλμα παρατηρητή. Στα Σχ. 3.25 οι πορτοκαλί αποχρώσεις αφορούν τον παρατηρητή μειωμένης τάξης, ενώ οι μπλε τον πλήρους τάξης. Όπως φαίνεται, και οι δύο έχουν ταχύτερη απόκριση και συγκλίνουν σε ελάχιστο χρόνο στην πραγματική κατάσταση του συστήματος. Ωστόσο, λόγω της διόρθωσης στο σφάλμα αρχικών συνθηκών και της ταχύτερης συμπεριφοράς του, επιλέγεται ο παρατηρητής μειωμένης τάξης, όπως έχει αναδειχθεί και στο θεωρητικό υπόβαθρο (βλ. Εν. 2.3) της παρούσας μελέτης.



(α')

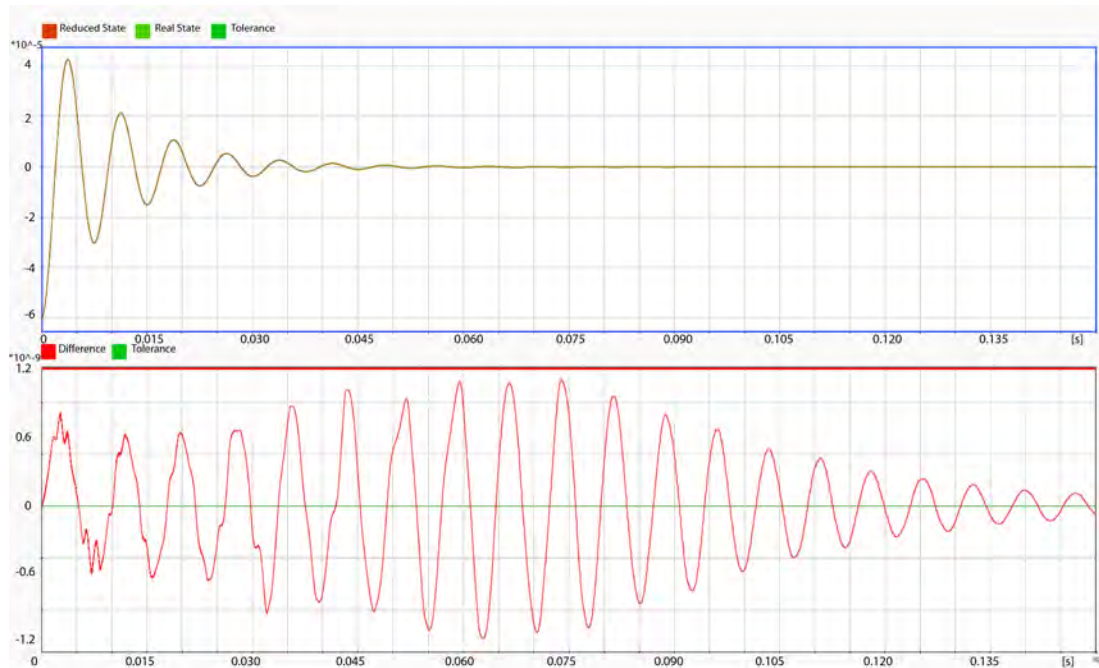


(β')

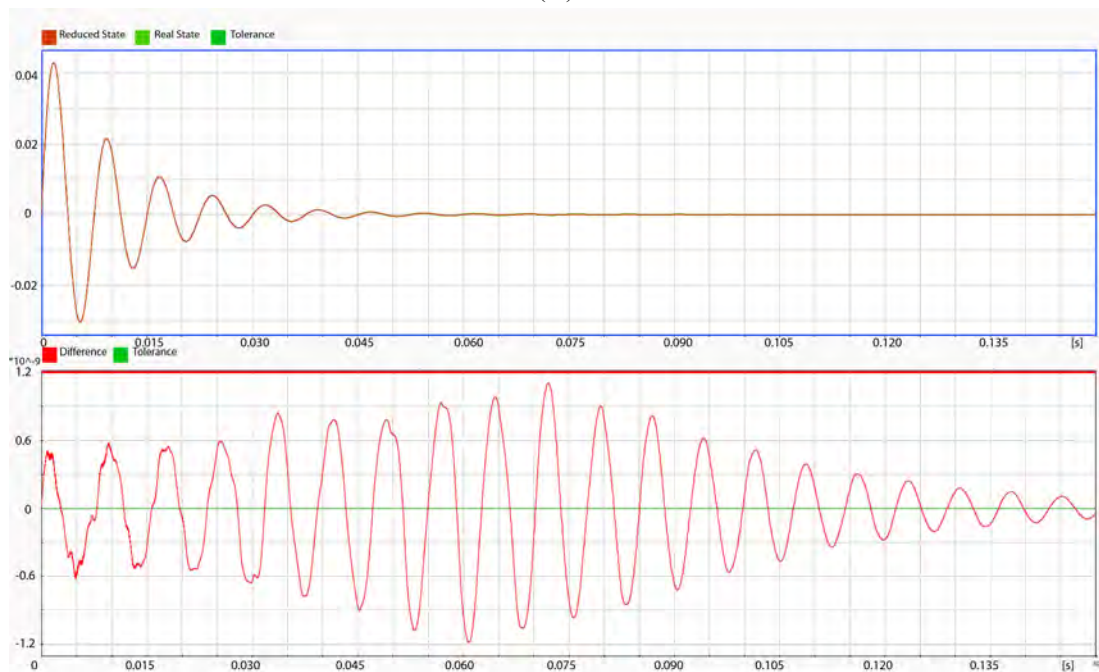
Σχήμα 3.25: Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης και πλήρους τάξης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης ελεύθερου άκρου (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας ελεύθερου άκρου (2ης μεταβλητής κατάστασης).

Στα Σχ. 3.26 οι πράσινες αποχρώσεις παρουσιάζουν τις πραγματικές μεταβλητές κατάστασης και οι πορτοκαλί τις εκτιμώμενες, ενώ στα διαγράμματα το πάνω μέρος είναι οι αποκρίσεις των μεταβλητών το κάτω

μέρος είναι η σύγκριση των διαφορών τους. Όπως φαίνεται η τάξη μεγέθους των διαφορών είναι μικρότερη της 10^{-7} , συνεπώς θεωρείται αμελητέα. Από τα παραπάνω συνεπάγεται, πως ο παρατηρητής μειωμένης τάξης έχει ικανοποιητική απόκριση και επιδόσεις για το συγκεκριμένο πρόβλημα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το υπόλοιπο της μελέτης.



(α')

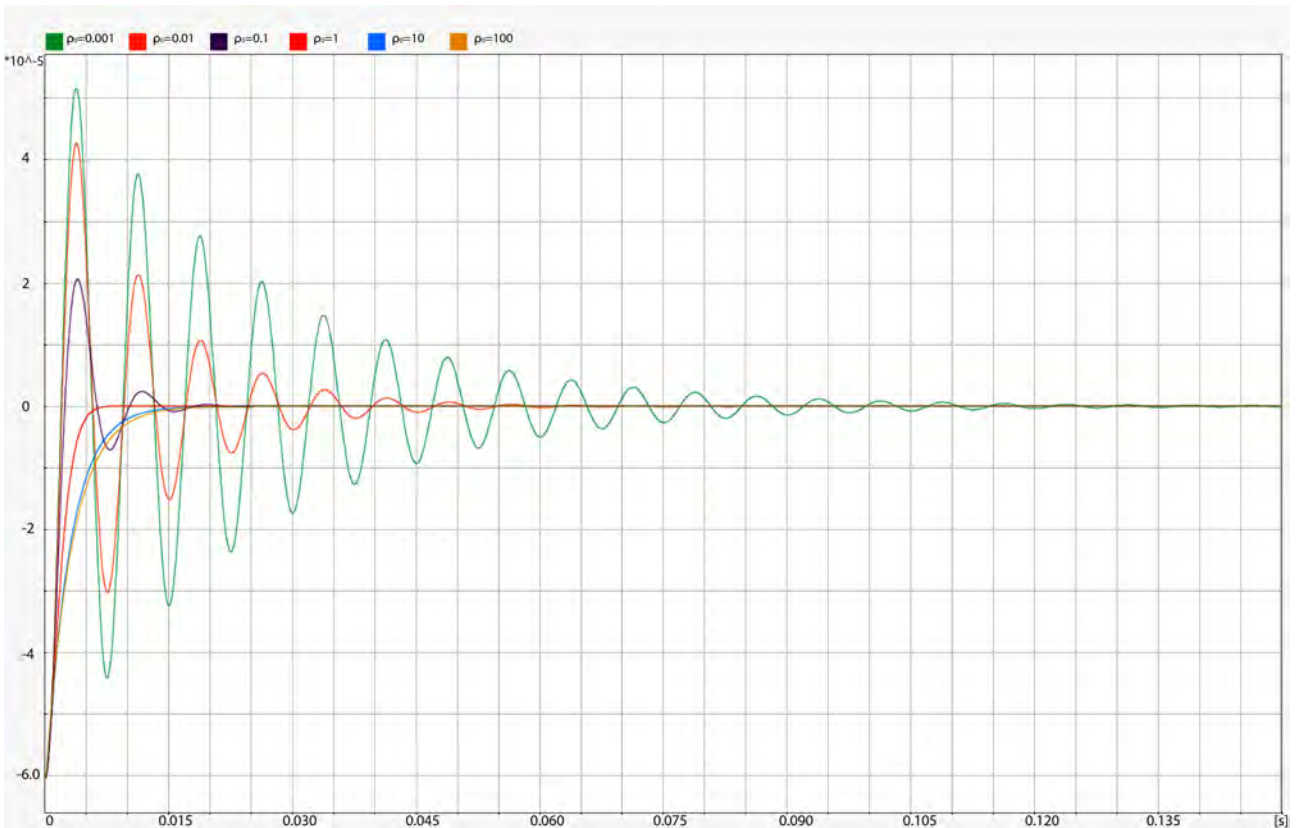


(β')

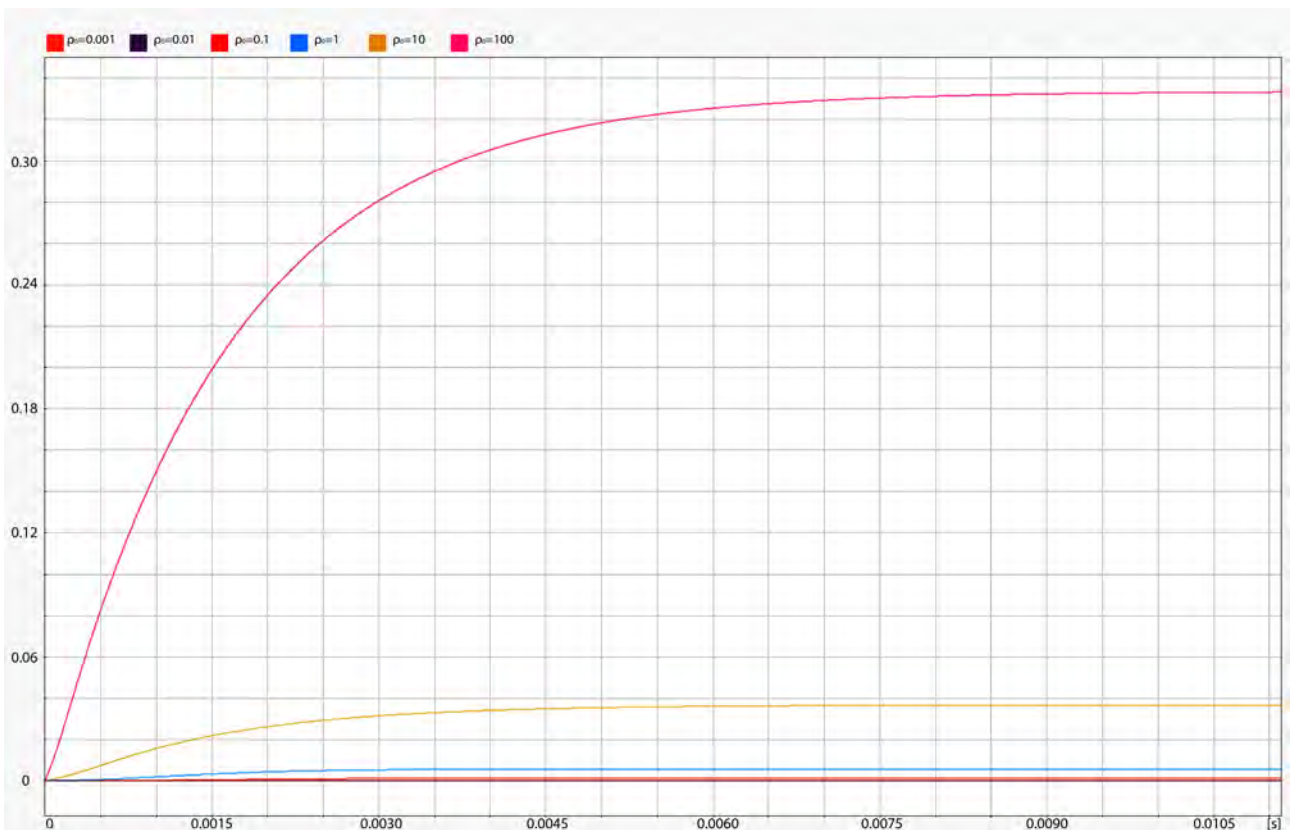
Σχήμα 3.26: Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης τάξης και πραγματικών μεταβλητών κατάστασης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης ελεύθερου άκρου (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας ελεύθερου άκρου (2ης μεταβλητής κατάστασης).

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι αποκρίσεις του μοντέλου για διαφορετικά κέρδη LQR. Προφανώς, όσο αυξάνεται ο λόγος $\rho_0 = \frac{q_0}{r_0}$ τα κέρδη γίνονται μεγαλύτερα, οπότε η απόκριση ταχύτερη και η ενέργεια ελέγχου μεγαλύτερη. Συγκεκριμένα ο συντελεστής για αυτή την ανάλυση κυμαίνεται μεταξύ του 0.001 έως το 100 με βήμα γεωμετρικής προόδου 10. Συγκρίνοντας και την ενέργεια ελέγχου (Σχ. 3.28) για τα διάφορα κέρδη, είναι εμφανές πως για πολύ μεγάλους συντελεστές ρ_0 αυτή ξεπερνάει τα όρια των προδιαγραφών και τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία ως επενεργητές δεν έχουν δυνατότητα να ασκήσουν τέτοιες δυνάμεις και

αντιστοίχως να εφαρμοστούν τόσο μεγάλες ηλεκτρικές τάσεις στους ακροδέκτες τους. Συνεπώς, επιλέγεται ο συντελεστής για τον LQR να είναι $\rho_0 = 0.01$ όπου βρίσκεται στο όριο της εφαρμοζόμενης ηλεκτρικής τάσης στον επενεργητή (150 V).



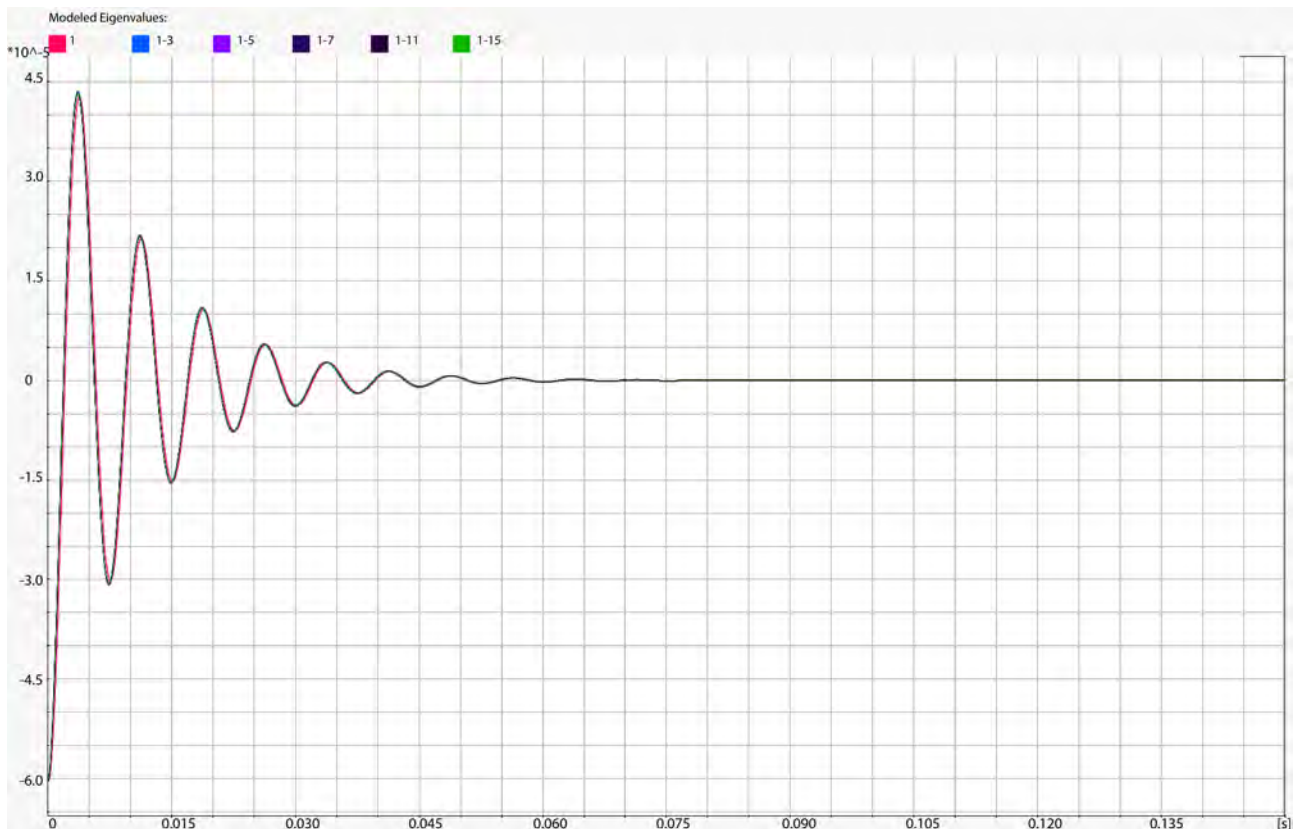
Σχήμα 3.27: Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR.



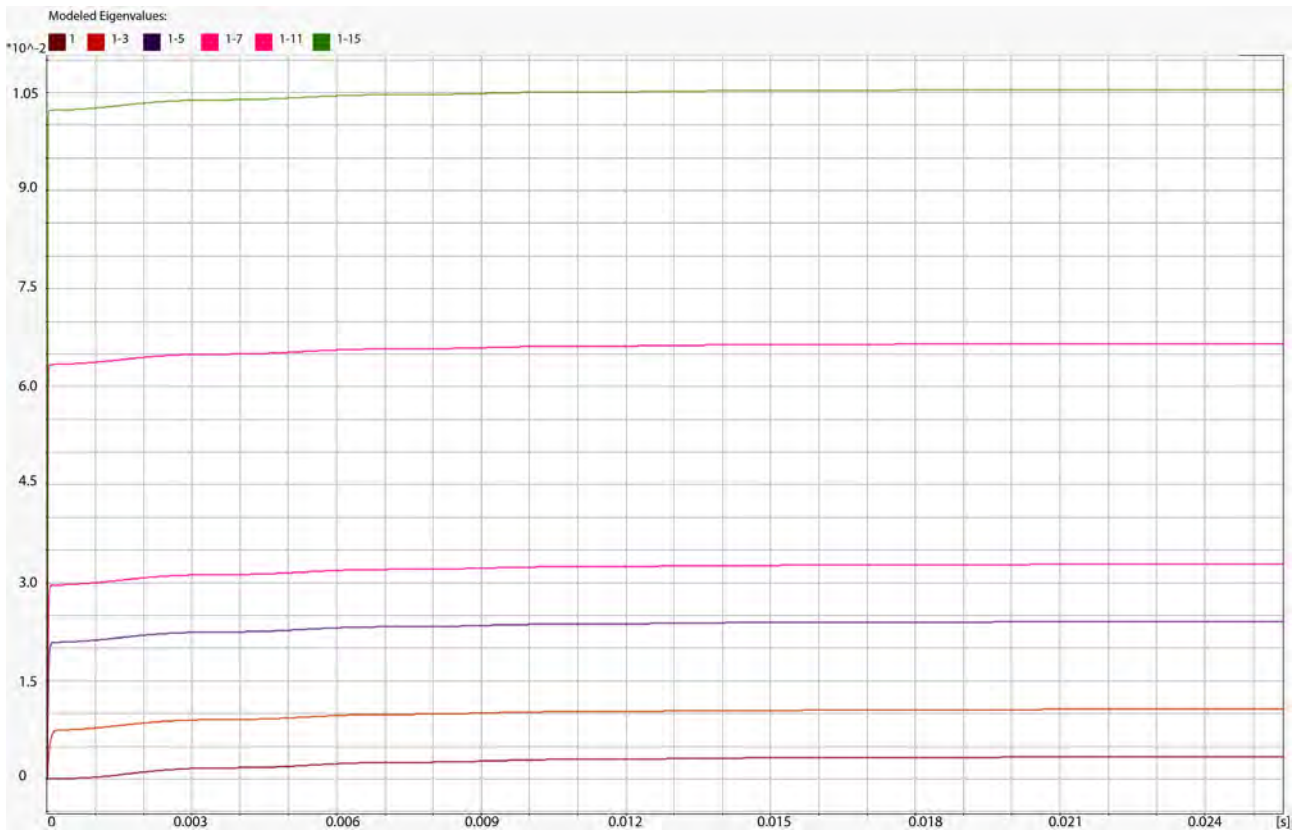
Σχήμα 3.28: Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR.

Ως τελικό στάδιο επιλογής των ρυθμίσεων του μοντέλου ελέγχονται οι αποκρίσεις αναλόγως των μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων. Σε αυτή τη μελέτη παρουσιάζονται οι καμπτικές ιδιοσυχνότητες από τη 1η έως τη 15η με ενδιάμεσες τις 3,5,7,11. Παρακάτω παρουσιάζονται οι αποκρίσεις της μετατόπισης της δοκού (1η μεταβλητή κατάσταση) από όλα τα μοντέλα, οι αντίστοιχες ενέργειες ελέγχου για όλα τα μοντέλα και οι αποκρίσεις του διανύσματος της μετατόπισης της δοκού για την 2η έως 15η ιδιοσυχνότητα. Από τα παρακάτω σχήματα (Σχ. 3.29, Σχ. 3.30, Σχ. 3.31) μπορεί φανερί πως όσο αυξάνονται οι ιδιοσυχνότητες του μοντέλου που λαμβάνονται υπόψη, αυτό γίνεται πιο ακριβές, ειδικά όσον αφορά την αρχική συνθήκη (Σχ. 3.29) , η οποία πλησιάζει στη μονάδα - αφού πρέπει πρώτα να μετασχηματιστεί μέσω του μορφικού μετασχηματισμού όπου εισάγονται σφάλματα. Παρόλα αυτά η μοντελοποίηση της πρώτης ιδιοσυχνότητας επαρκεί στις περισσότερες των περιπτώσεων και για αυτό χρησιμοποιείται ως επί το πλείστον μόνο αυτή.

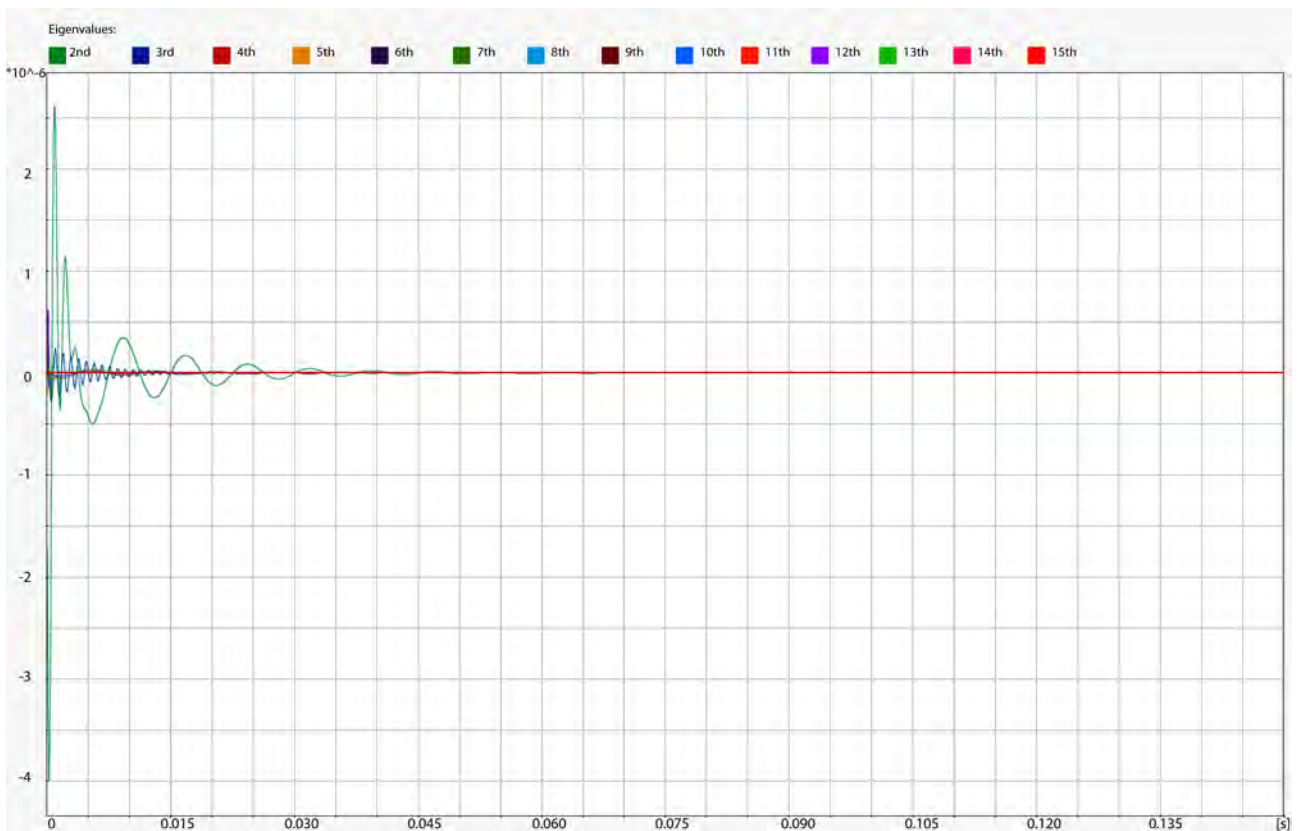
Μία παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι πως οι στρεπτικές ιδιομορφές όπως είναι αυτή της δεύτερης ιδιοσυχνότητας μηδενίζονται μόνο λόγω της απόσβεσης και όχι λόγω του ελέγχου - αφού αυτός δεν έχει τέτοια δυνατότητα βάσει της παρούσας διάταξης. Αυτό που παρατηρείται επίσης είναι πως τα πλάτη των ταλαντώσεων καθώς αυξάνονται οι ιδιοσυχνότητες μειώνονται (Σχ. 3.31) , λόγω του ότι οι μεγαλύτερες ιδιοσυχνότητες έχουν μικρότερη ενέργεια ταλάντωσης. Τέλος, όπως είναι αναμενόμενο όσες περισσότερες ιδιοσυχνότητες μοντελοποιούνται και συγκεκριμένα καμπτικές τόσο μεγαλύτερη θα είναι η απαιτούμενη ενέργεια ελέγχου αυτών (Σχ. 3.30). Για αυτό το λόγο θα πρέπει να γίνει μία επιλογή των ιδιοσυχνοτήτων που είναι επιθυμητό να ελεγχθούν είτε βάσει εμπειρικών παρατηρήσεων ή μέσω μεθόδου επιλογής ιδιοσυχνοτήτων βάσει της ελεγχσιμότητας και παρατηρησιμότητας τους.



Σχήμα 3.29: Αποκρίσεις μετατόπισης ελεύθερου άκρου δοκού (1η μεταβλητή κατάσταση) μοντέλων .



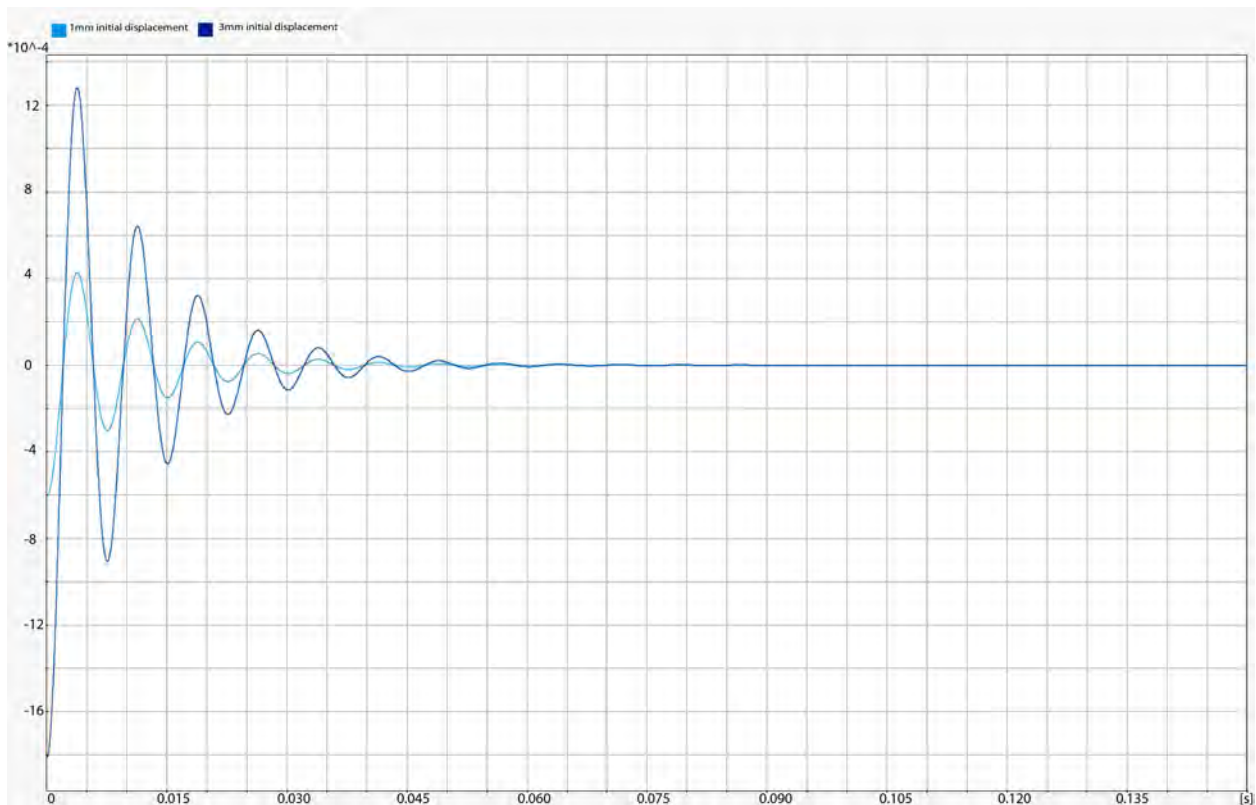
Σχήμα 3.30: Αποκρίσεις ενέργειας ελέγχου μοντέλων .



Σχήμα 3.31: Αποκρίσεις διανύσματος μετατόπισης ελεύθερου άκρου δοκού 2ης έως 15ης ιδιοσυχνότητας.

Ως τελικό στάδιο της μελέτης μοντελοποιούνται διαφορετικές αρχικές συνθήκες διατηρώντας τις ρυθμίσεις ελέγχου - κέρδη LQR - σταθερές. Συγκεκριμένα αυξάνεται το πλάτος ταλάντωσης του ελεύθερου άκρου αλλά σε διαφορετική περίπτωση μπορούν να εισαχθούν διαφορετικές μετατοπίσεις κόμβων. Η πρώτη προσομοίωση

είναι για 1 mm μετατόπιση ενώ η δεύτερη για 3 mm (Σχ. 3.32). Ο τριπλασιασμός της απόκρισης σε όλες τις χρονικές στιγμές, επιβεβαιώνει τη γραμμικότητα του μοντέλου που έχει αναπτυχθεί για το σύστημα.



Σχήμα 3.32: Αποκρίσεις διαφορετικών αρχικών συνθηκών.

3.8.1.1 Μέτρο απόδοσης ενεργητικής απόσβεσης

Προκειμένου να εξεταστεί η αποδοτικότητα του συστήματος αυτομάτου ελέγχου, ορίζεται ένας συντελεστής απόδοσης των επενεργητών για την απόσβεση της ελεύθερης ταλάντωσης του συστήματος. Ο συντελεστής αυτός βασίζεται στη μελέτη των Crawley και De Luis [1] στην οποία ορίζεται ως μέτρο απόδοσης των επενεργητών και κατ' επέκταση του συστήματος αυτομάτου ελέγχου, ο λόγος της δύναμης απόσβεσης από τον επενεργητή προς τη δύναμη φυσικής απόσβεσης του συστήματος. Παραλλάσσοντας αυτή τη σχέση, ορίζεται συντελεστής απόδοσης της ενεργητικής απόσβεσης,

$$\lambda = \frac{F_{actuator}}{F_{actuator} + F_{damping}} \quad (3.8)$$

όπου $F_{actuator}$ είναι η δύναμη που ασκεί ο επενεργητής στη δοκό κατά τον έλεγχο της, ενώ $F_{damping}$ είναι η δύναμη από τη φυσική απόσβεση του συστήματος η οποία προκύπτει από την Εξ. (2.13) ως,

$$F_{damping} = (\mathbf{x}_n^T \cdot [\mathbf{C}] \cdot \mathbf{x}_n) \cdot \dot{z} = [\mathbf{C}_{modal}] \cdot \dot{z} \quad (3.9)$$

όπου $[\mathbf{C}_{modal}]$ ο κανονικοποιημένος πίνακας απόσβεσης και z η μετατόπιση σε συντεταγμένες πεδίου ιδιομορφών από την Εξ. (2.13).

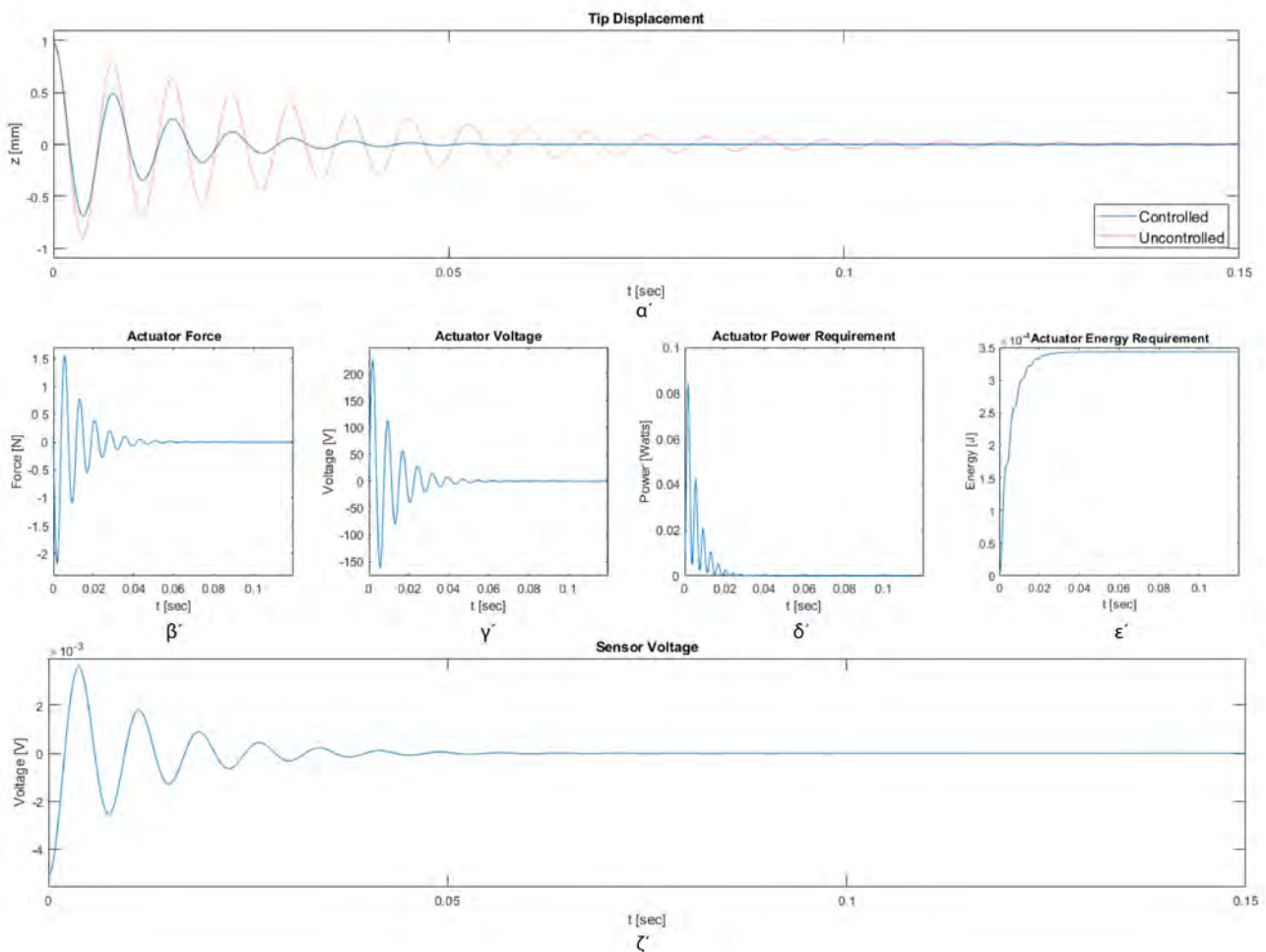
Τελικά, για λόγο LQR $\rho_0 = 0.01$ προκύπτει $\lambda = 44.60\%$. Αυτό σημαίνει πως περίπου η μισή απόσβεση πραγματοποιείται από το υλικό ενώ η άλλη μισή από το σύστημα αυτομάτου ελέγχου. Αυτή είναι ικανοποιητική απόδοση, δεδομένων των περιορισμών που υφίστανται στην εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση των επενεργητών.

3.8.2 Εξαγωγή αποτελεσμάτων

Μετά την εφαρμογή αυτόματου ελέγχου στη δοκό και την προσομοίωση του συστήματος τα αποτελέσματα από αυτό εξάγονται και επεξεργάζονται βάσει της θεωρίας του αντίστροφου μορφικού μετασχηματισμού (βλ. Εν. 2.2.2) και τη μοντελοποίηση των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων στο σύστημα (βλ. Εξ. (2.72) και (2.107)).

Συνεπώς υπολογίζεται η απαιτούμενη ηλεκτρική τάση στους επενεργητές, ενώ χρησιμοποιώντας τα μητρώα που έχουν αναπτυχθεί στην Εν. 3.4.2, υπολογίζονται η απόκριση στο άκρο της δοκού και οι ηλεκτρικές τάσεις που παράγονται στον αισθητήρα.

Τα τελικά αποτελέσματα για τη πρώτη ιδιοσυχνότητα με τις ρυθμίσεις που έχουν αναφερθεί στην Εν. 3.7.2 και Εν. 3.8 φαίνονται στη συνέχεια. Συγκεκριμένα αυτές είναι για τον LQR $\rho_0 = 0.01$, παρατηρητής μειωμένης τάξης, τετρακομβικό στοιχείο πλέγματος και 1 mm αρχική μετατόπιση ελεύθερου άκρου. Στο Σχ. 3.33α' φαίνεται η απόκριση του ελεύθερου άκρου της δοκού στο πεδίο του χρόνου, ενώ από κάτω παρουσιάζονται από δεξιά προς τα αριστερά η ασκούμενη δύναμη από τον επενεργητή (Σχ. 3.33β'), η εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στα άκρα αυτού (Σχ. 3.33γ') και τέλος η ισχύς (Σχ. 3.33δ') και ενέργεια ελέγχου (Σχ. 3.33ε') όπως έχει υπολογιστεί από τις προσομοιώσεις. Όπως φαίνεται στο Σχ. 3.33γ', η ηλεκτρική τάση που απαιτείται κυμαίνεται στην περιοχή των 150 με 200 Volts, τιμή η οποία είναι κοντά στα όρια που επιτρέπουν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα για συνεχή φόρτιση και ακριβώς στο όριο της διατιθέμενης ηλεκτρικής τροφοδοσίας για πειραματική διαδικασία. Στο Σχ. 3.33ζ' είναι η υπολογιζόμενη ηλεκτρική τάση στον αισθητήρα.



Σχήμα 3.33: Αποτελέσματα απόκρισης επενεργητή και αισθητήρα. α' Απόκριση ελεύθερου άκρου (φυσικές συντεταγμένες). β' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή. γ' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στον πιεζοηλεκτρικό επενεργητή. δ' Ισχύς ελέγχου. ε' Ενέργεια ελέγχου. ζ' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στον πιεζοηλεκτρικό αισθητήρα.

3.9 Υπολογιστική Επαλήθευση Αποτελεσμάτων Μοντέλου

Ως τελικό βήμα της διαδικασίας μοντελοποίησης συστήματος αυτομάτου ελέγχου για δοκό με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, επαληθεύονται τα αποτελέσματα του αυτομάτου ελέγχου μέσω συγκρίσεων με διάφορες άλλες υπολογιστικές μεθοδολογίες και μελλοντικά με πειραματικές μετρήσεις. Συγκεκριμένα, προσομοιώθηκε με λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων μοντέλου ανοιχτού βρόχου χρησιμοποιώντας προβλέψεις από τα μοντέλα SIMULINK που είχαν επιλυθεί. Ενώ επίσης, θα σχεδιαστεί και θα πραγματοποιηθεί

πειραματική διαδικασία τόσο για να βρεθούν οι ιδιοσυχνότητες της δοκού όσο και για τη μοντελοποίηση συστήματος ανοιχτού βρόχου.

3.9.1 Υπολογιστική προσομοίωση ανοιχτού βρόχου

Η διαδικασία αυτής της ανάλυσης, έχει αφετηρία το πρόγραμμα που έχει δημιουργηθεί στο MATLAB, στο οποίο μοντελοποιείται η δοκός και προσομοιώνεται ο έλεγχος της ελεύθερης ταλάντωσης της με μετατόπιση του άκρου της κατά 1 mm. Τα αποτελέσματα αυτής της ανάλυσης φαίνονται στο Σχ. 3.33. Εν τέλει, από αυτή τη προσομοίωση εξάγονται η μετατόπιση του άκρου της δοκού, η ηλεκτρική τάση που εμφανίζεται στον αισθητήρα και η χρονική σειρά του ζεύγους δυνάμεων που εφαρμόζεται στα άκρα του επενεργητή. Τα αποτελέσματα θα επιβεβαιωθούν εκτελώντας μελέτη σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, όπου θα δημιουργηθεί ανοιχτός βρόχος με είσοδο τη χρονοσειρά του ζεύγους δυνάμεων και έξοδο τη μετατόπιση του ελεύθερου άκρου της δοκού και την ηλεκτρική τάση στον ακροδέκτη του αισθητήρα. Αντίστοιχη μελέτη μπορεί να εφαρμοστεί και σε πειραματική διαδικασία.

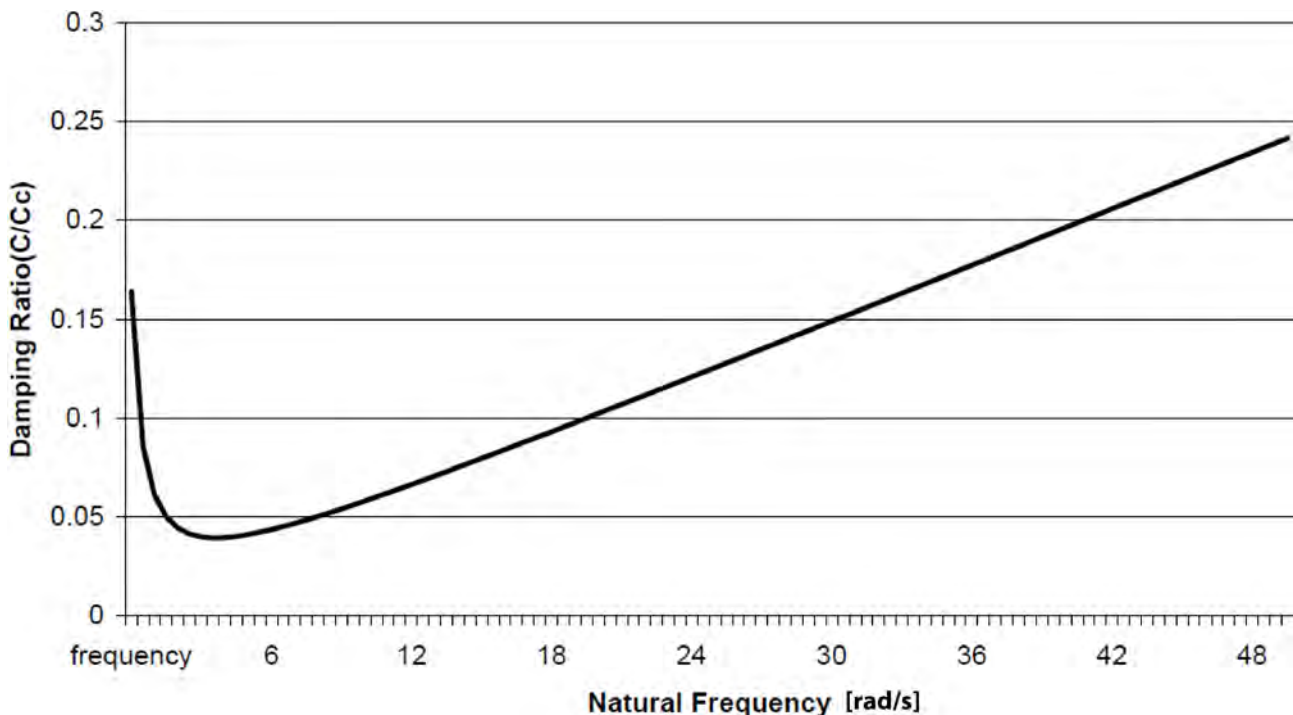
3.9.1.1 Υπολογισμός συντελεστών απόσβεσης Rayleigh

Πριν την εκτέλεση της υπολογιστικής προσομοίωσης στο ANSYS πρέπει να προστεθεί το μητρώο απόσβεσης της δοκού στο λογισμικό. Ωστόσο, ενώ το μητρώο απόσβεσης έχει κύρια διαγώνιο συντελεστές βισκοελαστικής απόσβεσης για κάθε ιδιοσυχνότητα, το λογισμικό δέχεται μόνο συντελεστές Rayleigh a και b για τα μητρώα M και K αντίστοιχα. Για αυτό το λόγο πρέπει να μετασχηματιστούν αυτοί, χρησιμοποιώντας την ανάλυση που έχει γίνει στο [43].

Στη συγκεκριμένη ανάλυση, θεωρείται πως ο λόγος απόσβεσης δηλαδή,

$$DR = \frac{c}{c_{crit}} \quad (3.10)$$

όπου c ο συντελεστής απόσβεσης ενώ c_{crit} ο κρίσιμος συντελεστής απόσβεσης αυξάνεται καθώς αυξάνεται η ιδιοσυχνότητα. Αυτό προέρχεται από το γεγονός πως ενώ ο συντελεστής απόσβεσης παραμένει σταθερός, ο κρίσιμος μειώνεται καθώς αυξάνονται οι ιδιοσυχνότητες, αφού εξαρτάται από το ποσοστό συμμετοχής μάζας σε κάθε ιδιομορφή, η οποία επίσης μειώνεται. Αυτό θα οδηγήσει σε διαγράμματα συντελεστών Rayleigh της μορφής που φαίνεται στο Σχ. 3.34.



Σχήμα 3.34: Τυπικό διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα συστήματος.

Για την εύρεση των συντελεστών αυτών βάσει των συντελεστών απόσβεσης απαιτείται η γνώση των φυσικών ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής - στη προκειμένη περίπτωση δοκό - και των συντελεστών. Έτσι,

έχοντας για κάθε ιδιοσυχνότητα το συντελεστή απόσβεσης και τη φυσική συχνότητα (Πιν. 3.3) μπορούν να υπολογιστούν μέσω των παρακάτω σχέσεων οι συντελεστές b και a.

$$b = \frac{2 \cdot \zeta_1 \cdot \omega_1 - 2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_i}{\omega_1^2 - \omega_i^2} \quad (3.11)$$

$$a = 2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_i - b \cdot \omega_i^2 \quad (3.12)$$

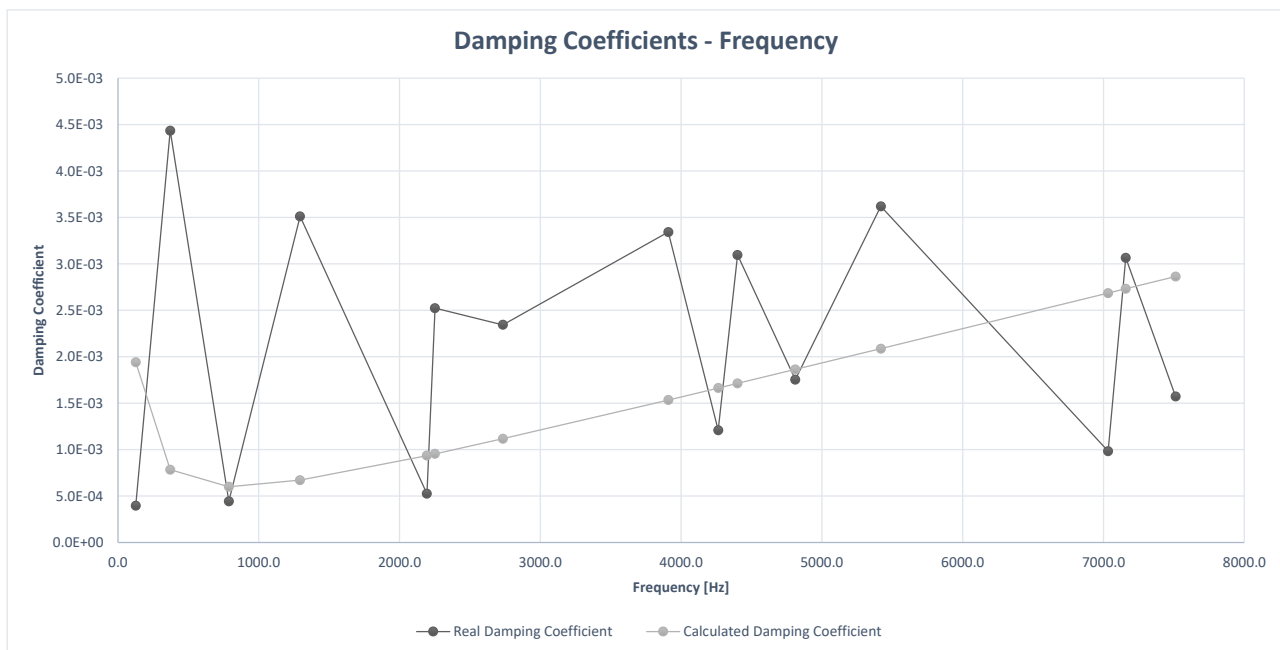
όπου ω_1 και ζ_1 είναι η πρώτη ιδιοσυχνότητα. Τελικά στον Πιν. 3.3 φαίνονται οι συντελεστές Rayleigh για κάθε ιδιοσυχνότητα της δοκού.

Πίνακας 3.3: Πίνακας συντελεστών απόσβεσης, φυσικών ιδιοσυχνοτήτων δοκού, συντελεστών απόσβεσης Rayleigh.

	c	f [Hz]	ω [rad/s]	a	b
1	$3.97 \cdot 10^{-04}$	126.022	791.82	$-1.99 \cdot 10^{+00}$	$4.18 \cdot 10^{-06}$
2	$4.44 \cdot 10^{-03}$	370.369	2327.10	$1.98 \cdot 10^{+01}$	$1.58 \cdot 10^{-07}$
3	$4.45 \cdot 10^{-04}$	786.938	4944.48	$-1.67 \cdot 10^{+01}$	$8.63 \cdot 10^{-07}$
4	$3.51 \cdot 10^{-03}$	1293.004	8124.18	$5.22 \cdot 10^{+01}$	$7.31 \cdot 10^{-08}$
5	$5.25 \cdot 10^{-04}$	2194.013	13785.39	$-5.29 \cdot 10^{+01}$	$3.55 \cdot 10^{-07}$
6	$2.52 \cdot 10^{-03}$	2251.542	14146.86	$1.71 \cdot 10^{+01}$	$2.71 \cdot 10^{-07}$
7	$2.34 \cdot 10^{-03}$	2733.514	17175.18	$4.50 \cdot 10^{-01}$	$2.71 \cdot 10^{-07}$
8	$3.34 \cdot 10^{-03}$	3908.666	24558.87	$1.10 \cdot 10^{+02}$	$8.95 \cdot 10^{-08}$
9	$1.21 \cdot 10^{-03}$	4263.976	26791.35	$-9.55 \cdot 10^{+01}$	$2.23 \cdot 10^{-07}$
10	$3.10 \cdot 10^{-03}$	4400.592	27649.74	$8.30 \cdot 10^{+01}$	$1.15 \cdot 10^{-07}$
11	$1.75 \cdot 10^{-03}$	4810.832	30227.35	$-8.79 \cdot 10^{+01}$	$2.12 \cdot 10^{-07}$
12	$3.62 \cdot 10^{-03}$	5418.588	34045.99	$1.95 \cdot 10^{+02}$	$4.43 \cdot 10^{-08}$
13	$9.85 \cdot 10^{-04}$	7032.777	44188.24	$-1.79 \cdot 10^{+02}$	$1.36 \cdot 10^{-07}$
14	$3.07 \cdot 10^{-03}$	7158.052	44975.37	$1.42 \cdot 10^{+02}$	$6.63 \cdot 10^{-08}$
15	$1.57 \cdot 10^{-03}$	7512.792	47204.26	$-2.09 \cdot 10^{+03}$	$1.00 \cdot 10^{-06}$

Οι συντελεστές αυτοί (Πιν. 3.3) μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εναλλακτική στο συντελεστή απόσβεσης, ωστόσο στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται δεν γίνονται δεκτοί για κάθε ιδιοσυχνότητα αλλά πρέπει να βρεθεί ένας συντελεστής a και ένας b. Ο τρόπος για να γίνει αυτό είναι επιλέγοντας τις πιο κρίσιμες ιδιοσυχνότητες (περισσότερη ενέργεια ταλάντωσης). Συνήθως στα συστήματα είναι οι πρώτες 6 αφού μετά από αυτές το ποσοστό συμμετοχής μάζας γίνεται πολύ χαμηλό, παρόλα αυτά στο συγκεκριμένο σύστημα ορισμένες ιδιοσυχνότητες είναι στρεπτικές και δεν λαμβάνονται υπόψη καθώς έχουν χαμηλή συμμετοχή και δεν μοντελοποιούνται στο σύστημα. Για αυτό το λόγο επιλέχθηκαν εμπειρικά και κρίνοντας από την απόκριση του συστήματος ορισμένοι από τους συντελεστές και υπολογίστηκε η μέση τιμή τους. Τελικά προκύπτει $a = 13.3$ και $b = 5.04 \cdot 10^{-7}$.

Αντιστρέφοντας τη διαδικασία προκειμένου να βρεθούν οι συντελεστές απόσβεσης c για κάθε ιδιοσυχνότητα βάσει των παραπάνω a και b, προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα. Όπως φαίνεται από το Σχ. 3.35, οι υπολογισμένοι συντελεστές βάσει των a και b συμπίπτουν ή βρίσκονται πολύ κοντά στους πραγματικούς - ειδικότερα σε αυτών των καμπτικών ιδιομορφών - ενώ ταυτόχρονα έχουν την αναμενόμενη μορφή όπως στο διάγραμμα 3.34.



Σχήμα 3.35: Διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα.

Το a και b που υπολογίστηκαν εισάγονται στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων και επιλύεται με αναμενόμενα αποτελέσματα την απόκριση του άκρου της δοκού και το εμφανιζόμενο ηλεκτρικό δυναμικό στον αισθητήρα.

Ως συνθήκες στο μοντέλο (βλ. Σχ. 3.36), λοιπόν, θα εφαρμοστούν η χρονική σειρά του ζεύγους δυνάμεων στις αντίστοιχες θέσεις του επενεργητή και αρχική συνθήκη 1 mm μετατόπισης στο άκρο της πακτωμένης δοκού. Επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί το ζεύγος δυνάμεων (κόκκινο χρώμα - D,E) και όχι χρονική σειρά της ηλεκτρικής τάσης στους ακροδέκτες του επενεργητή, καθώς το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων που χρησιμοποιείται δεν επιτρέπει χρονική μεταβολή στην ηλεκτρική τάση του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου και επιπλέον η σχέση μεταξύ ηλεκτρικής τάσης και ζεύγους δυνάμεων είναι αναλυτική και έχει επιβεβαιωθεί σε προηγούμενα στάδια (βλ. Εν. 3.5.3). Σημειώνεται πως ο επενεργητής παραμένει στη δοκό ωστόσο λειτουργεί ως παθητικό στοιχείο, ενώ ο αισθητήρας λειτουργεί κανονικά.

Στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων (Σχ. 3.36), συγκεντρωμένες οι οριακές και αρχικές συνθήκες είναι πάκτωση στο άκρο (γαλάζιο - A), αρχική μετατόπιση ελεύθερου άκρου 1 mm (κίτρινο - B), σύνδεση με ουδέτερο στον ένα ακροδέκτη του αισθητήρα (μπλε - C) και ισοδύναμο ζεύγος δυνάμεων στον επενεργητή (κόκκινο - D,E).

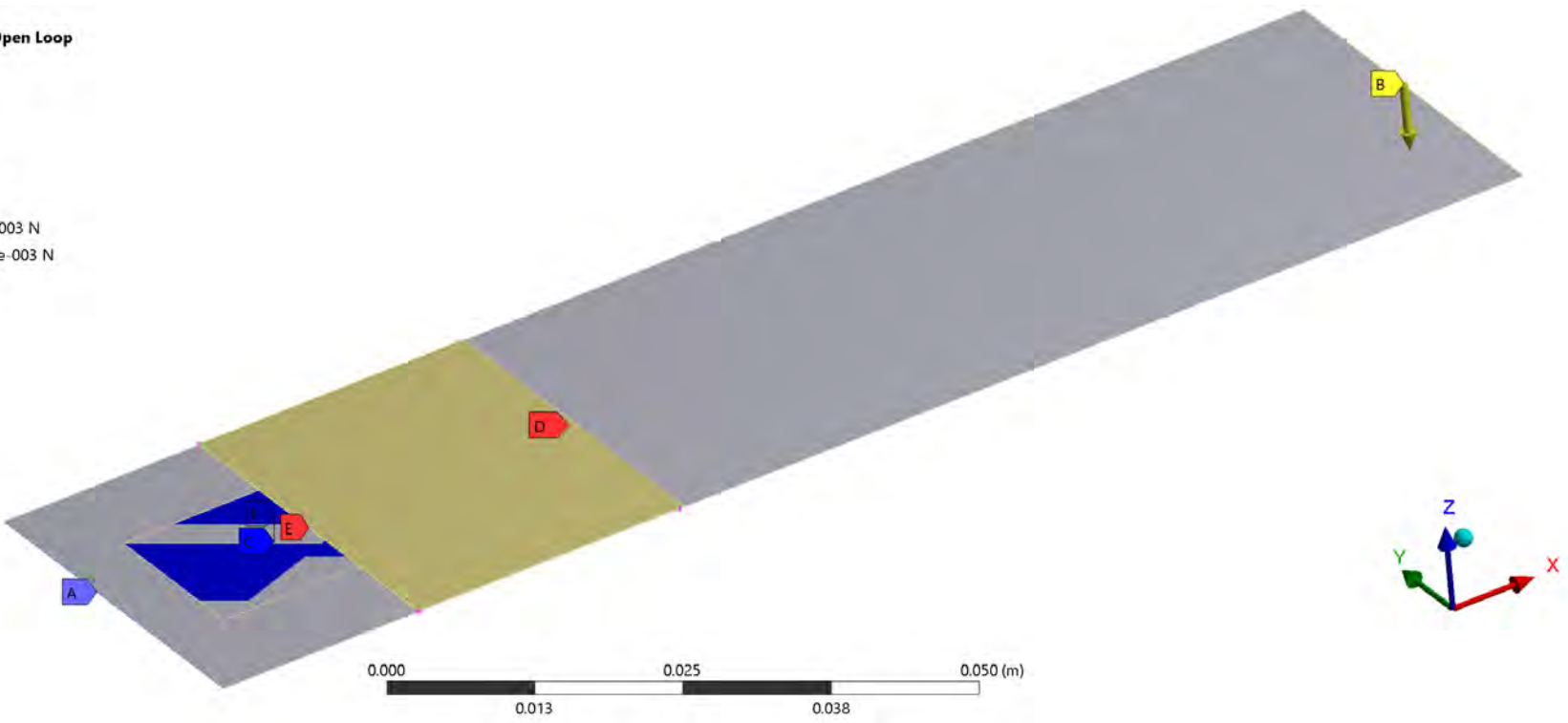
Όπως παρατηρείται από τα αποτελέσματα (Σχ. 3.37) οι δύο προσομοιώσεις έχουν πολύ μικρές αποκλίσεις μεταξύ τους, ειδικά όσον αφορά την απόκριση του άκρου της δοκού. Συγκεκριμένα για το πρώτο διάγραμμα (Σχ. 3.37α') υπάρχουν πολύ μικρές διαφορές που οφείλονται σε σφάλματα στρογγυλοποίησης, στο γεγονός πως οι συντελεστές απόσβεσης που έχουν υπολογιστεί παραπάνω δεν αντιπροσωπεύουν ακριβώς αυτούς που έχουν εισαχθεί στο πρόγραμμα που σχεδιάστηκε, ενώ σημαντικότερα, το πρόγραμμα μοντελοποιεί μόνο την πρώτη ιδιοσυχνότητα ενώ η προσομοίωση στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων περισσότερες. Αυτό σημαίνει πως θα υπάρχουν αποκλίσεις και παραδοχές όπως το γεγονός πως ελέγχεται μόνο η πρώτη ιδιοσυχνότητα, ενώ στη πραγματικότητα ο επενεργητής επηρεάζει όλες τις ιδιοσυχνότητες - όπως και γίνεται στα πεπερασμένα στοιχεία.

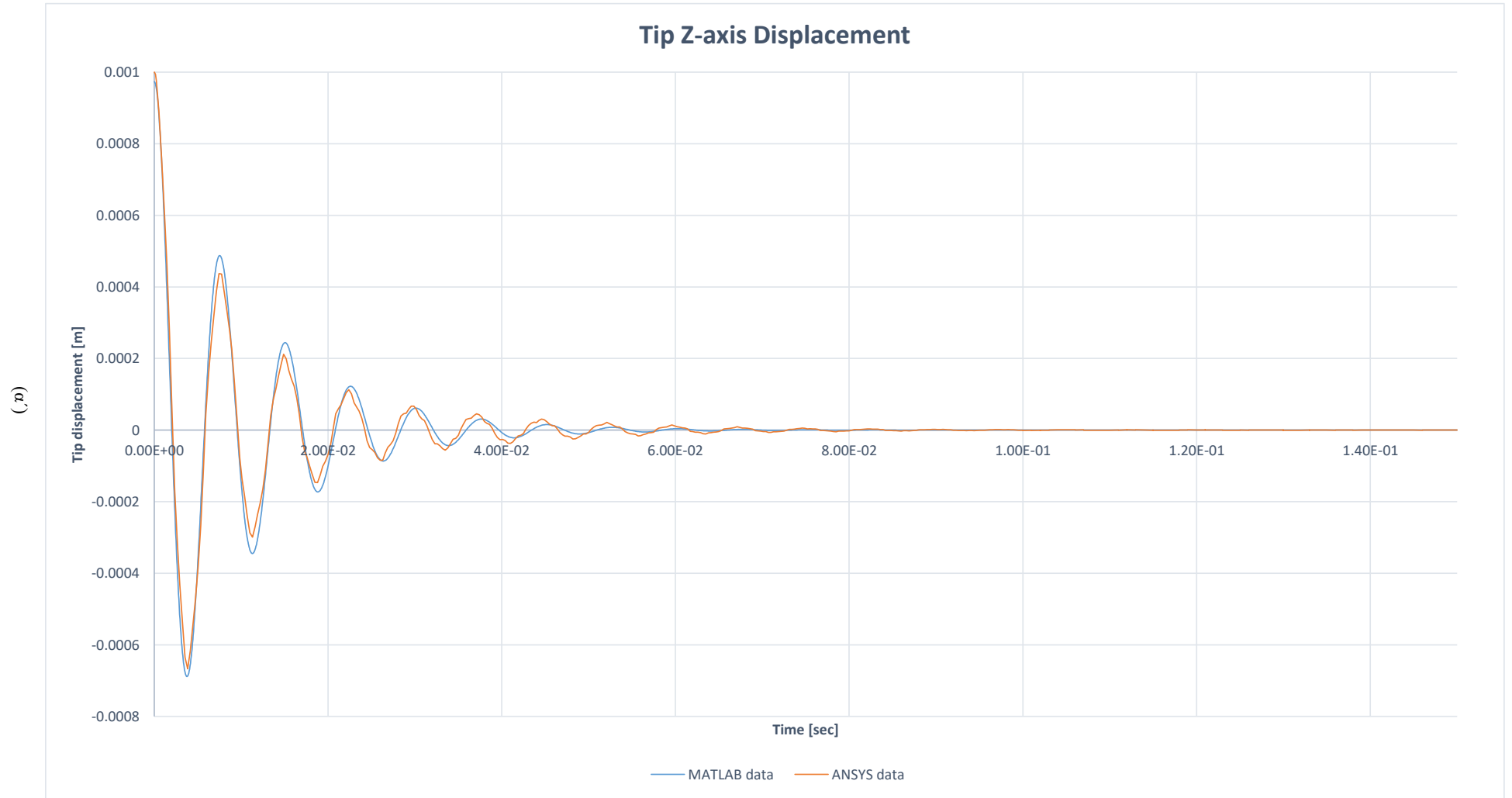
Το τελευταίο είναι εύκολα εμφανές στο δεύτερο διάγραμμα της ηλεκτρικής τάσης (Σχ. 3.37β'), όπου ο αισθητήρας στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζει ταλαντώσεις οι οποίες οφείλονται στη καταγραφή παραμορφώσεων από άλλες ιδιομορφές. Τέλος, οι διαφορές που παρουσιάζονται σε αυτό το διάγραμμα οφείλονται κυρίως στο παραπάνω αλλά και στη καταγραφή παραμορφώσεων κατά άλλες δευτερεύουσες διευθύνσεις που δεν έχουν μοντελοποιηθεί στο πρόγραμμα. Προκειμένου να επιβεβαιωθούν πλήρως τα παραπάνω αποτελέσματα, πρέπει να γίνει πείραμα και να αναλυθούν τα αποτελέσματα του.

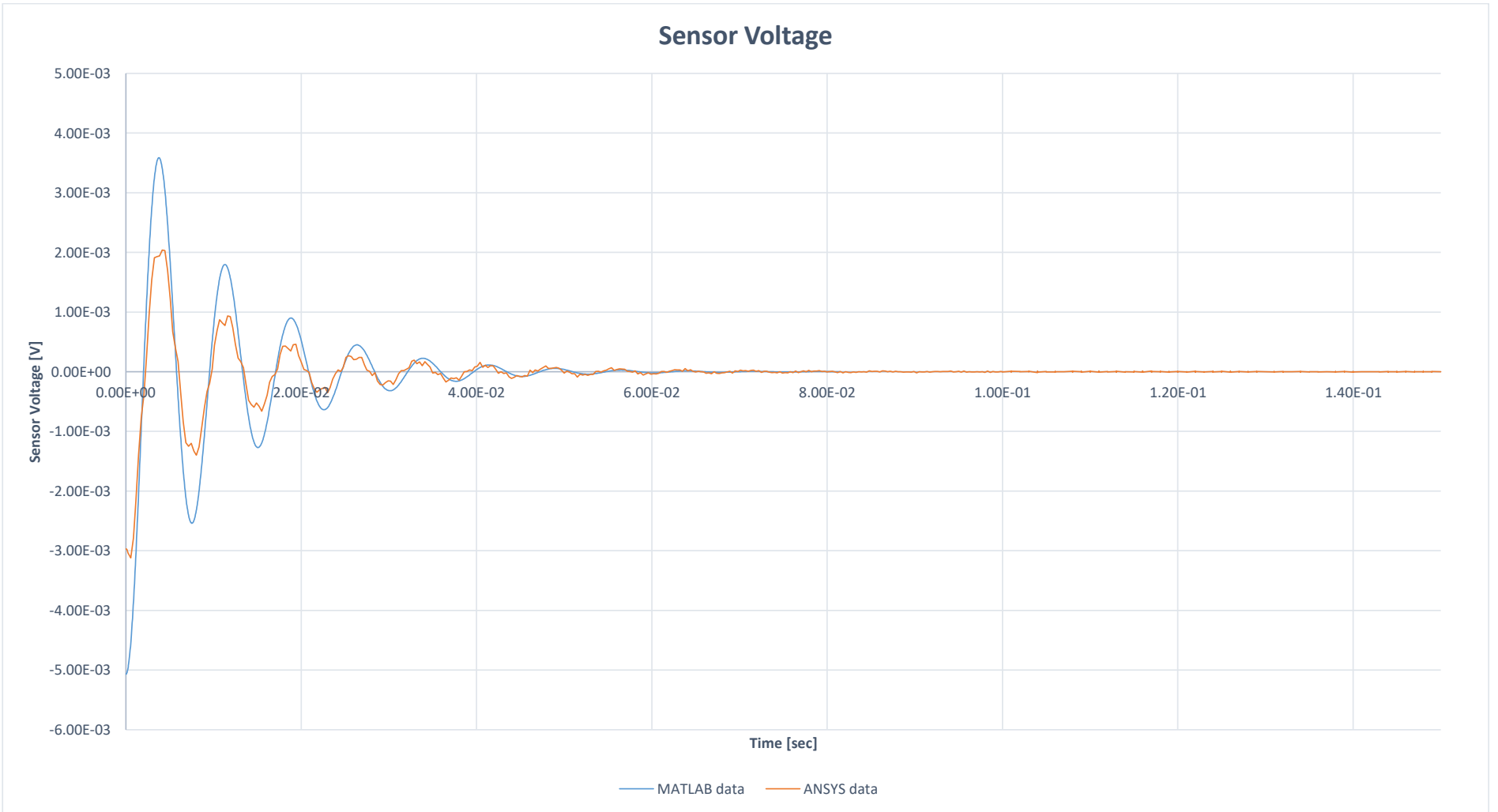
Σχήμα 3.36: Αρχικές συνθήκες μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων ανοιχτού βρόχου.

G: Transient Structural - Open Loop
Transient
Time: 2.8e-002 s
06-Feb-19 17:28

- A** Fixed Support
- B** Initial Displacement
- C** Voltage
- D** Force Pair (plus): 1.66e-003 N
- E** Force Pair (minus): 1.66e-003 N
- F** Voltage Coupling







Σχήμα 3.37: Αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης ανωτέρου βρόχου. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης άκρου δοκού MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης αισθητήρα MATLAB-ANSYS.

4. Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου σε Πλάκα

4.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο μελετάται ο έλεγχος πλάκας από σύνθετο υλικό μέσω πιεζοηλεκτρικών στοιχείων, τα οποία λειτουργούν ή ως επενεργητές ή ως αισθητήρες. Όπως και στην περίπτωση της δοκού χρησιμοποιούνται οι μεθοδολογίες που έχουν αναπτυχθεί στο Κεφ. 2. Εν γένει, οι περισσότερες διαδικασίες που αναπτύχθηκαν για την εφαρμογή στη δοκό χρησιμοποιούνται και στην περίπτωση της πλάκας με κάποιες αλλαγές. Επομένως, ο σχεδιασμός αυτομάτου ελέγχου σε πλάκα έχει ως εξής: Αρχικά υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές, ώστε να προκύψουν τα κατάλληλα μητρώα, για το μορφικό μετασχηματισμό και το μετασχηματισμό σε χώρο καταστάσεων. Από αυτό δημιουργείται μοντέλο προς προσομοίωση διάφορων περιπτώσεων, με σκοπό τη ρύθμιση παραμέτρων του ελέγχου και, τέλος, επαληθεύονται οι προβλέψεις της παρούσας μεθοδολογίας μέσω συγκρίσεων με υπολογιστικά μοντέλα.

Το φυσικό σύστημα περιλαμβάνει μία πλάκα σύνθετου υλικού, στην οποία έχουν επικολληθεί επιθέματα πιεζοηλεκτρικών επενεργητών και αισθητήρων. Επιδίωξη του ελέγχου σε αυτή την εφαρμογή είναι η ενεργητική απόσβεση της ελεύθερης ταλάντωσης πλάκας σε αρχικές συνθήκες μετατόπισης. Στην περίπτωση της πλάκας τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι σε συμμετρικές θέσεις στην επιφάνεια της πλάκας ώστε να είναι εφικτός έλεγχος όλων των σημείων της και να ανιχνεύονται καλύτερα οι παραμορφώσεις αυτής.

Οι διαφορές στο σχεδιασμό του συστήματος εμφανίζονται κυρίως στη μοντελοποίηση των επενεργητών και αισθητήρων, καθώς είναι διαφορετικός ο αριθμός τους, ενώ ταυτόχρονα στους υπολογισμούς θεωρούνται και οι δύο άξονες κατά τη μέση επιφάνεια της πλάκας, σε αντίθεση με τη δοκό στην οποία ο ένας άξονας αμελούνταν. Αναλόγως, επηρεάζονται οι σχέσεις από τις οποίες προκύπτει η ηλεκτρική τάση στα άκρα τους. Η άλλη διαφορά στο πρόγραμμα ελέγχου της πλάκας σε σχέση με αυτό της δοκού, έγκειται στην εφαρμογή των οριακών και αρχικών συνθηκών, καθώς οι συντεταγμένες του μοντέλου είναι πιο σύνθετες και οι οριακές συνθήκες βρίσκονται σε όλες τις πλευρές της. Παρόλα τα παραπάνω, τα υπόλοιπα στοιχεία της ανάλυσης παραμένουν ίδια όσον αφορά τη θεωρία που βασίζονται.

4.2 Μοντέλο Πλάκας

4.2.1 Γεωμετρία και υλικό συναρμολογήματος

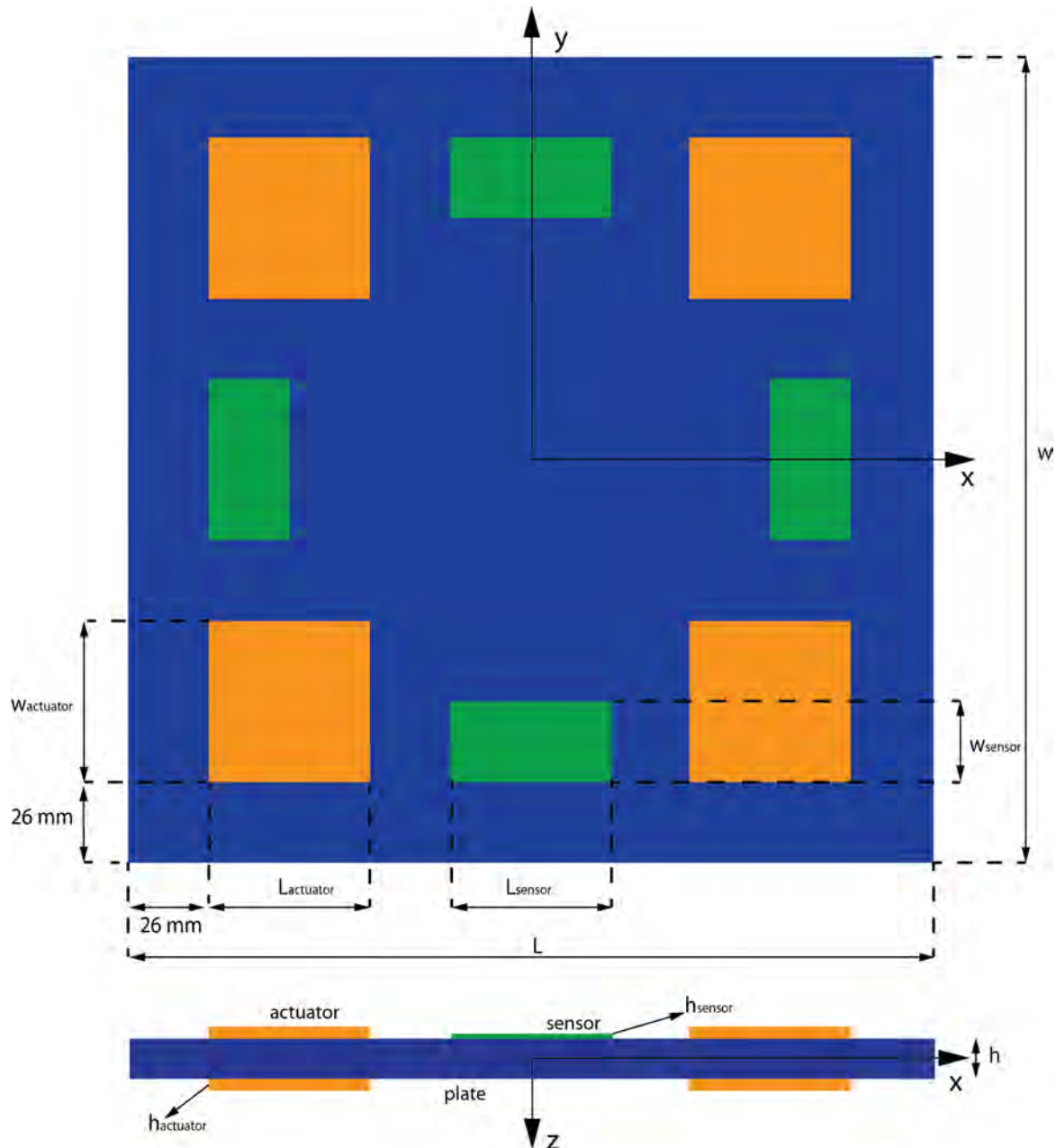
Όσον αφορά το σύνθετο υλικό που χρησιμοποιείται για την πλάκα που μελετάται, αυτό φαίνεται στους Πιν. 2.1 και 4.1. Ο λόγος που χρησιμοποιείται το συγκεκριμένο υλικό έχει να κάνει με το γεγονός πως είναι ευρέως καταγεγραμμένο στη βιβλιογραφία τόσο μοντελοποίησης πλακών και ελέγχου αυτών, όσο και σε μελέτη κρούσης σε αυτές. Οι διαστάσεις της πλάκας είναι 260 mm επί 260 mm με πάχος 1.016 mm (Πιν. 4.1).

Πίνακας 4.1: Πίνακας Δεδομένων Συναρμολογήματος Πλάκας.

	Πλάκα		Πιεζοηλεκτρικά Στοιχεία	
			Επενεργητής	Αισθητήρας
Διαστάσεις				
Μήκος (L) [m]	0.26		0.052	0.052
Πλάτος (w) [m]	0.26		0.052	0.026
Πάχος (h) [m]	0.001016		$1.00 \cdot 10^{-4}$	$4.00 \cdot 10^{-5}$
Κατανομή Στρώσεων	[(0/90) ₂ /0] _S		-	-
Συντελεστές απόσβεσης				
Rayleigh	Clamped	Simply Supported		
a	1.8	2.26	-	-
b	$4.88 \cdot 10^{-7}$	$6.00 \cdot 10^{-7}$	-	-

Στη μελέτη, τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα τοποθετήθηκαν συμμετρικά πάνω στην πλάκα, όπως έχει αναφερθεί προηγουμένως και συγκεκριμένα, οι επενεργητές τοποθετήθηκαν 26 mm από τις γωνίες της πλάκας και από τις δύο τις πλευρές, ενώ οι αισθητήρες τοποθετήθηκαν στα μέσα των πλευρών και πάλι 26 mm από τις

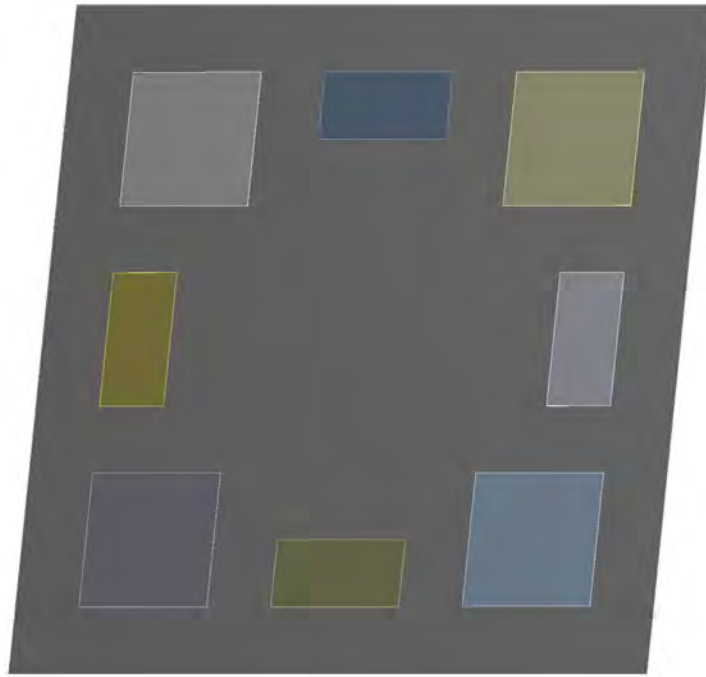
ακμές της. Επομένως, χρησιμοποιήθηκαν 8 πιεζοηλεκτρικοί επενεργητές και 4 αισθητήρες, με διαστάσεις 52 mm επί 52 mm και 52 mm επί 26 mm αντίστοιχα. Όσον αφορά τα πάχη τους είναι τα ίδια με αυτά για τη δοκό, δηλαδή 0.1 mm και 0.04 mm αντίστοιχα (βλ. Πιν. 4.1). Το συναρμολόγημα παρατίθεται στο Σχ. 4.1. Όπως και στην περίπτωση της δοκού δεν μοντελοποιείται κάποιο συνδετικό υλικό ανάμεσα στα επιθέματα και την πλάκα.



Σχήμα 4.1: Μοντέλο Πλάκας.

Οι θέσεις των επιθεμάτων επιλέχθηκαν έτσι, καθώς, για την περίπτωση των αισθητήρων, πρέπει να βρίσκονται σε θέσεις με τις μέγιστες παραμορφώσεις για να καταγράφουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερες ηλεκτρικές τάσεις. Από την άλλη, τοποθετήθηκαν ζευγάρια επενεργητών σε κάθε θέση για δύο κύριους λόγους, ο πρώτος ήταν η επιθυμία το συναρμολόγημα σε εκείνες τις θέσεις να παραμείνει συμμετρικό, για να είναι δυνατή η εφαρμογή της θεωρίας που έχει αναπτυχθεί παραπάνω (βλ. Εξ. (2.96)), ενώ συγχρόνως η ροπή που μπορούν να ασκήσουν οι επενεργητές διπλασιάζεται σε κάθε θέση.

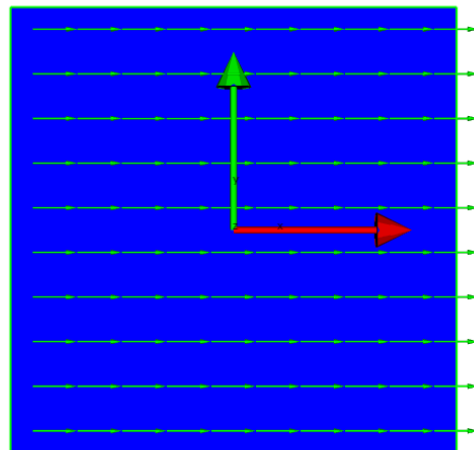
Σχετικά με τη μοντελοποίηση που έγινε στη γεωμετρία, παρομοίως με τη δοκό, πρόκειται για μία επιφάνεια κατάλληλων διαστάσεων στην οποία πακτωμένα βρίσκονται τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία (Σχ. 4.2). Το υλικό των στοιχείων αντιστοιχεί σε PIC 255 για τους επενεργητές και PVDF για τους αισθητήρες, ενώ στην περίπτωση της πλάκας μοντελοποιείται με τη δημιουργία στρώσεων στους κατάλληλους προσανατολισμούς (Σχ. 4.3).



Σχήμα 4.2: Γεωμετρία Συναρμολογήματος Πλάκας - ισομετρική όψη.

ACP Model
18-Nov-18 16:53
Selection:
MP - ModelingPly.1

Thickness.1
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016

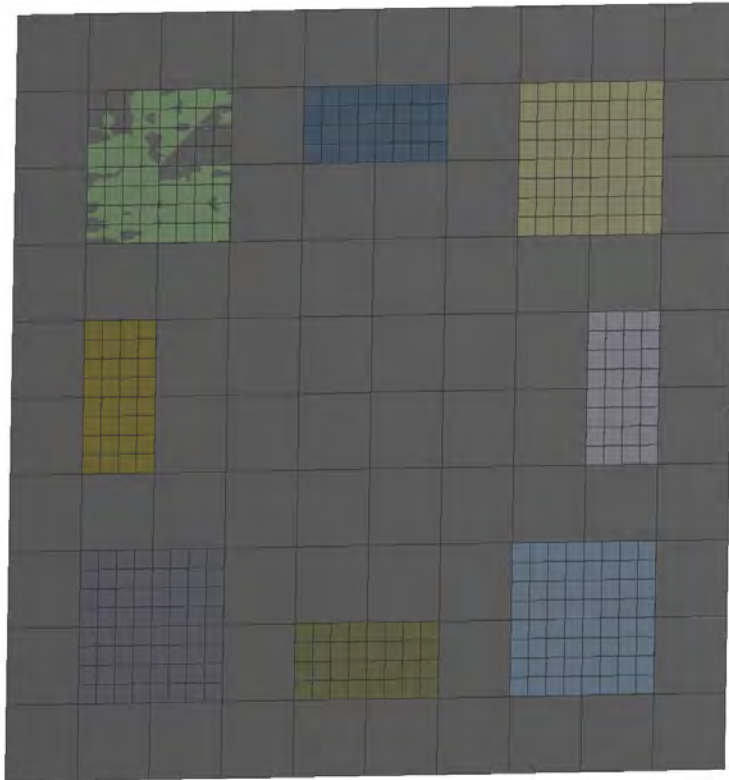


Σχήμα 4.3: Διάταξη σύνθετου υλικού.

4.2.2 Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων

Όπως και στη δοκό πρέπει να δημιουργηθεί πλέγμα για τη μοντελοποίηση του συστήματος, το οποίο θα βασιστεί πάλι στα δύο διαφορετικά είδη στοιχείων που έχουν ήδη αναφερθεί. Πρακτικά, λόγω της ανάλυσης που έχει γίνει στην περίπτωση της δοκού δεν είναι απαραίτητη και η πλεγματοποίηση με οχτακομβικό στοιχείο καθώς έχει αποδειχθεί πως η τελική απόκριση δεν έχει ουσιαστική διαφορά. Ωστόσο για λόγους πληρότητας της μελέτης, επιλέγεται να πραγματοποιηθεί και με αυτό το είδος η μοντελοποίηση.

Τελικά, και για τις δύο περιπτώσεις επιλέχθηκε ως βασική ανάλυση στην πλάκα να δημιουργηθούν 10 στοιχεία κατά το μήκος και 10 κατά το πλάτος ενώ για τα επιθέματα επενεργητή και αισθητήρα, 8 κατά το μήκος και 8 και 4 αντίστοιχα κατά το πλάτος - μήκος θεωρείται η διάσταση κατά τον άξονα x ενώ πλάτος κατά το y (Σχ. 4.4).



Σχήμα 4.4: Πλέγμα μοντέλου πλάκας.

4.2.3 Επενεργητές, αισθητήρες και αρχικές συνθήκες μοντέλου

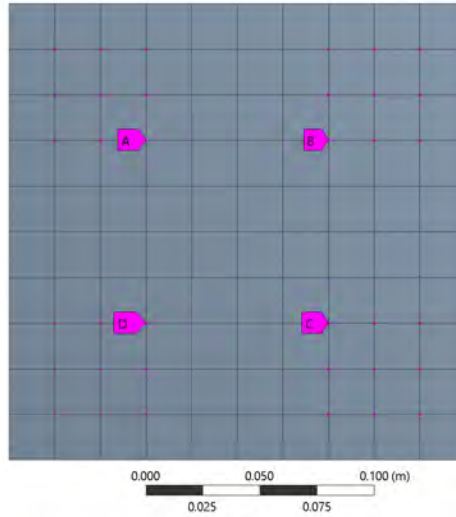
Αντίστοιχα με τη δοκό, οι επενεργητές και οι αισθητήρες λειτουργούν ως ενεργητικά στοιχεία που μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική και αντίστροφα μέσω του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Με αυτό το τρόπο μοντελοποιούνται και στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Ωστόσο, καθώς απαιτείται και η μοντελοποίηση των επενεργητών με ισοδύναμες ροπές, έχει καταστεί και αυτό δυνατό με βάση την ανάλυση της Εν. 2.4.2.

Παράλληλα, παρέχεται η δυνατότητα εφαρμογής εξωτερικής φόρτισης είτε με συγκεκριμένη χρονική και χωρική συνάρτηση ή ως τυχαία δύναμη. Για αυτό το λόγο μοντελοποιούνται και κόμβοι εξωτερικής φόρτισης, οι οποίοι στην περίπτωση της πλάκας είναι όλοι - με τη δυνατότητα αυτό να αλλάξει.

Οι κόμβοι, στους οποίους εφαρμόζεται η ροπή των επενεργητών (Σχ. 4.5) και υπολογίζεται η παραμόρφωση των αισθητήρων (Σχ. 4.6) παρουσιάζονται στα επόμενα σχήματα.

Actuator 1
17-Nov-18 16:53

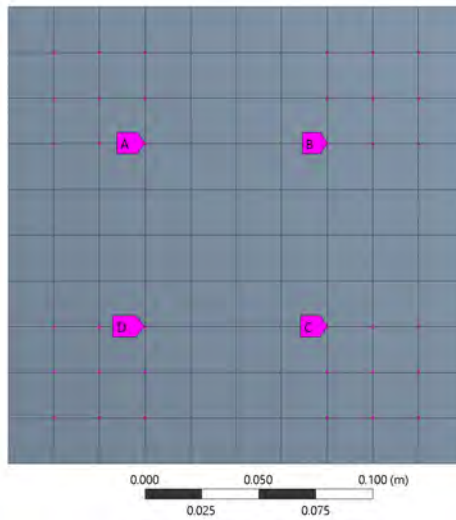
- A** Actuator 1
- B** Actuator 2
- C** Actuator 3
- D** Actuator 4



(α')

Actuator 5
17-Nov-18 16:53

- A** Actuator 5
- B** Actuator 6
- C** Actuator 7
- D** Actuator 8

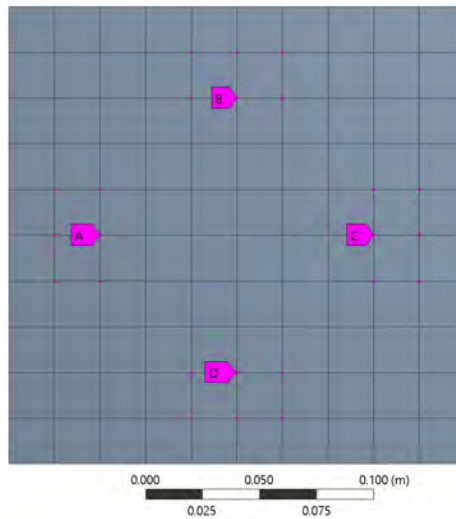


(β')

Σχήμα 4.5: Κόμβοι επενεργητών. α' Εμπρόσθια πλευρά πλάκας, β' Οπίσθια πλευρά πλάκας.

Sensor 1
17-Nov-18 16:56

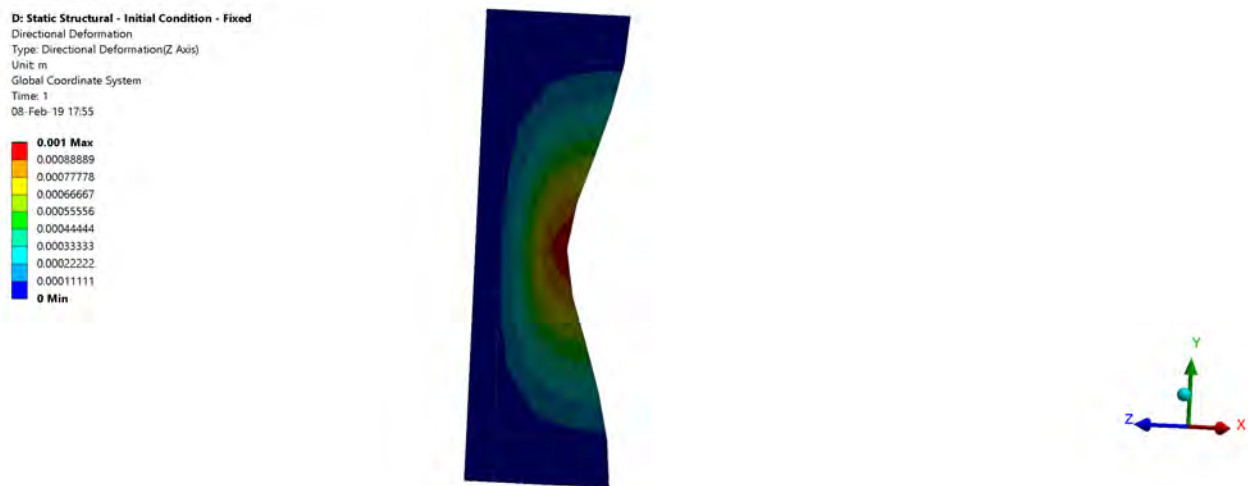
- A** Sensor 1
- B** Sensor 2
- C** Sensor 3
- D** Sensor 4



Σχήμα 4.6: Κόμβοι αισθητήρων.

Εκτός από τον ορισμό των φορτίσεων στο μοντέλο, δεδομένου πως πρόκειται για ένα δυναμικό σύστημα, πρέπει να οριστούν οι οριακές και αρχικές του συνθήκες. Οι οριακές συνθήκες του συγκεκριμένου συστήματος είναι δύο ειδών. Η πρώτη διάταξη οριακών συνθηκών είναι όλες οι ακμές της πλάκας να είναι πακτωμένες, ενώ η δεύτερη είναι η επονομαζόμενη απλή έδραση (simply-supported), η οποία αντιστοιχεί σε άρθρωση σε κάθε ακμή της πλάκας. Στις αναλύσεις που γίνονται στη συνέχεια θα χαρακτηρίζεται η εφαρμοζόμενη οριακή συνθήκη κάθε φορά. Για την παρούσα μελέτη, για λόγους συντομίας, η πρώτη συνθήκη πακτωμένων ακμών θα χαρακτηρίζεται ως πακτωμένη πλάκα ή CCCC - σηματοδοτεί πάκτωση (clamped) για κάθε ακμή - ενώ η δεύτερη συνθήκη θα λέγεται αρθρωμένη πλάκα ή SSSS (simply-supported).

Για τις αρχικές συνθήκες, η διαδικασία είναι ίδια με τη δοκό αλλάζοντας αυτή τη φορά τη γεωμετρία που θα πρέπει να μοντελοποιηθεί. Τελικά, στις αναλύσεις που χρειάζονται, χρησιμοποιείται αρχική συνθήκη μετατόπισης 1 mm (ή κάποιου πολλαπλάσιου) στο κέντρο της πλάκας (Σχ. 4.7).



Σχήμα 4.7: Βασικές αρχικές συνθήκες προβλήματος - ισομετρική όψη (τομή).

4.3 Ανάλυση Ιδιοσυχνοτήτων με Π.Σ - Παραγωγή Μητρώων

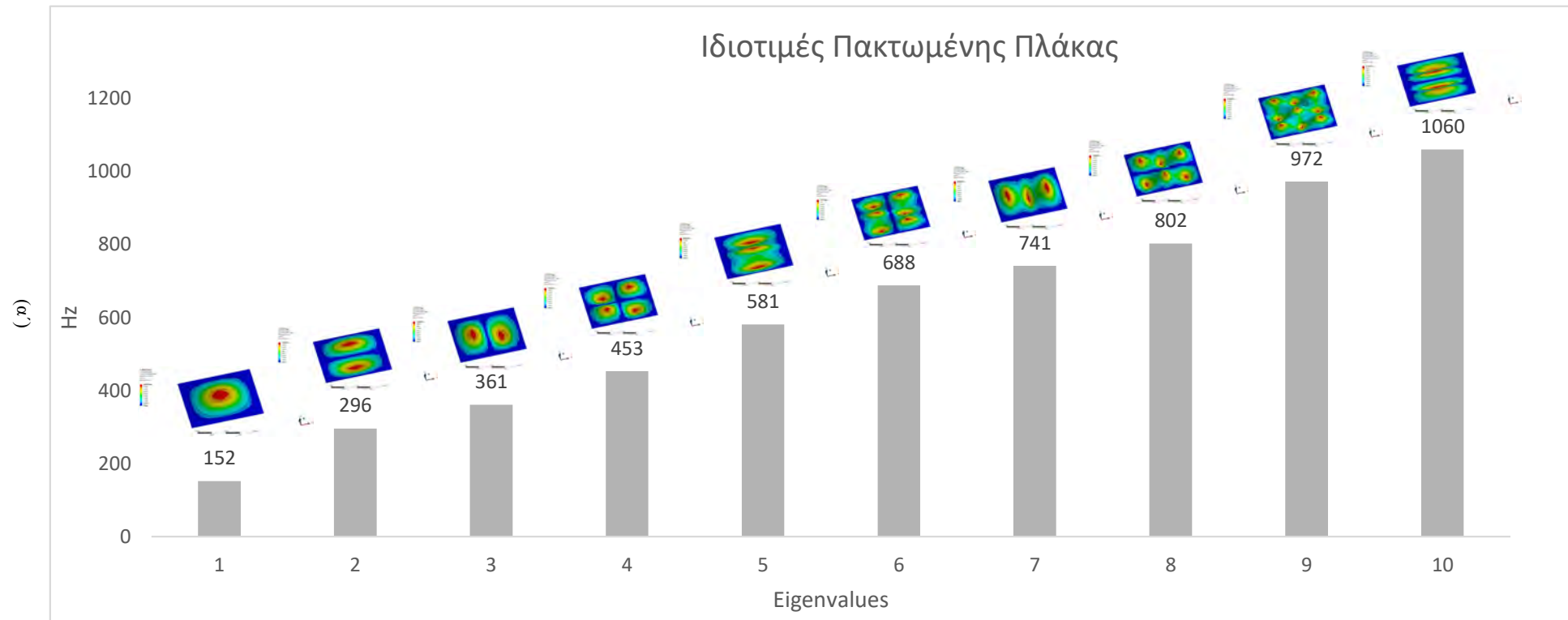
Όπως έχει διατυπωθεί στο Κεφ. 2 είναι αναγκαίο να υπολογισθούν οι ιδιοσυχνότητες του συναρμολογήματος, ώστε να εξαχθούν τα μητρώα μάζας, ελαστικότητας και απόσβεσης για το υπόλοιπο της μελέτης.

Επομένως, ως πρώτο βήμα υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες του συναρμολογήματος, στην οποία καταγράφονται οι ιδιοσυχνότητες και οι ιδιομορφές της κατασκευής. Η μεθοδολογία για αυτό φαίνεται στο θεωρητικό υπόβαθρο (βλ. Εν. 2.1.1) και τα τελικά αποτελέσματα από αυτή την ανάλυση παρουσιάζονται στη συνέχεια.

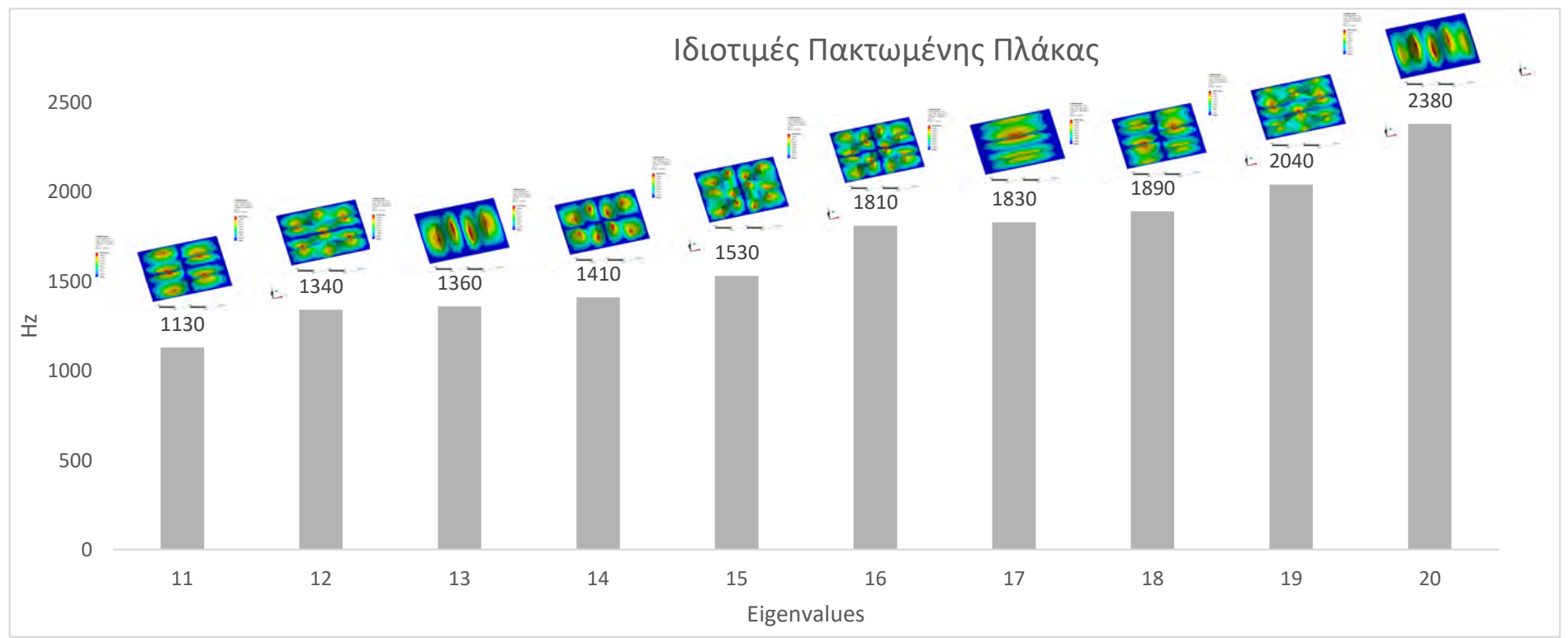
Κατά την ανάλυση υπολογίστηκαν οι ιδιοσυχνότητες για πακτωμένη (Σχ. 4.8α', Σχ. 4.8β') και αρθρωμένη (Σχ. 4.9α', Σχ. 4.9β') πλάκα.

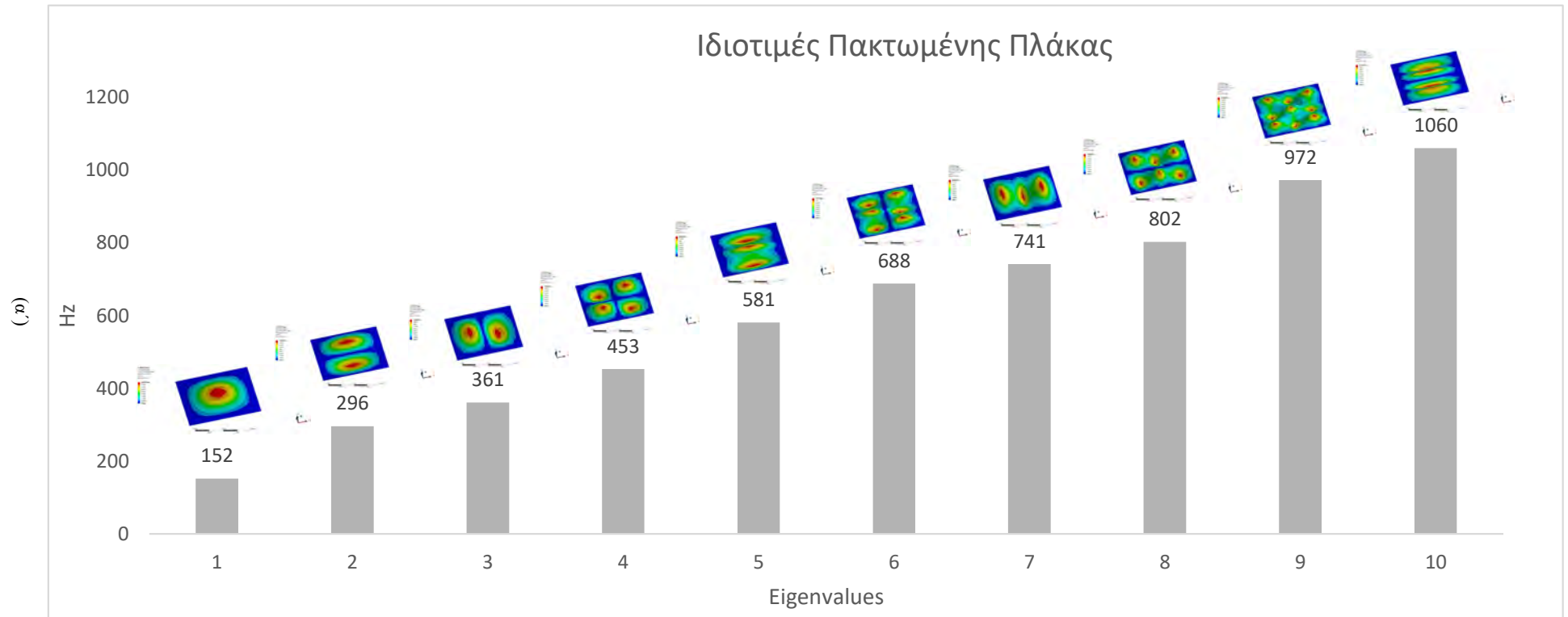
Στην περίπτωση της πλάκας επιλέχθηκε να μοντελοποιηθούν 20 ιδιοσυχνότητες ώστε να υπάρχει μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα.

Τα μητρώα μάζας, ελαστικότητας και απόσβεσης παράγονται και επιβεβαιώνονται με τους ίδιους τρόπους που έγινε στο κεφάλαιο της δοκού. Το ίδιο ισχύει και για τα υπόλοιπα αποτελέσματα του κώδικα του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων, όπως τα ιδιοδιανύσματα και τα μετασχηματισμένα μητρώα.

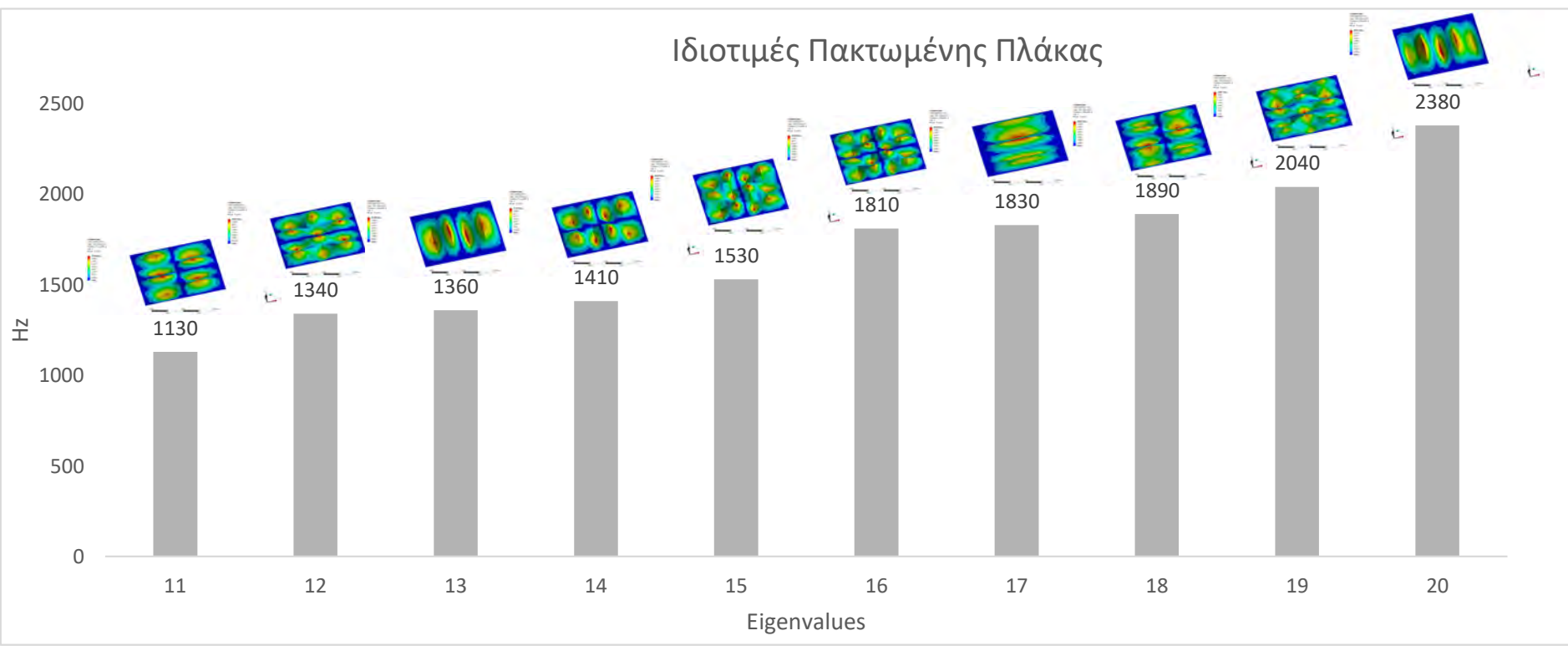


Σχήμα 4.8: α' Διαγράμματα 1ης με 10ης ιδιοσυχνότητας πακτωμένης πλάκας. β' Διαγράμματα 11ης με 20ης ιδιοσυχνότητας πακτωμένης πλάκας.





Σχήμα 4.9: α' Διαγράμμα 1ης με 10ης ιδιοσυχνότητας αρθρωμένης πλάκας; β' Διαγράμμα 11ης με 20ης ιδιοσυχνότητας αρθρωμένης πλάκας;



4.4 Σχηματισμός και Επεξεργασία Μητρώων στο Χώρο Καταστάσεων

Μετά τη δημιουργία όλων των απαραίτητων μητρώων για την ανάλυση, αυτά εισάγονται στο πρόγραμμα που έχει δημιουργηθεί στο MATLAB και ταυτόχρονα παράγονται τα υπόλοιπα μητρώα που είναι απαραίτητα για τη μοντελοποίηση.

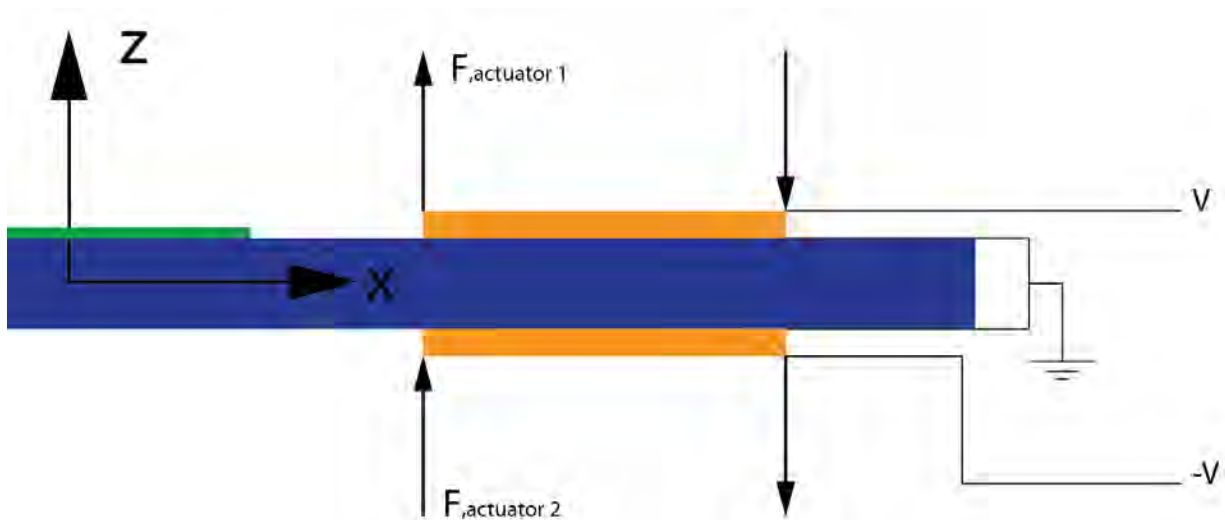
Έτσι τα μητρώα εισάγονται στο πρόγραμμα, χρησιμοποιώντας ρουτίνες που έχουν δημιουργηθεί για κάθε είδος αυτών και οι οποίες παρουσιάζονται στο παράρτημα της παρούσας μελέτης. Ορισμένα σχόλια που πρέπει να γίνουν, είναι ότι όπως στην περίπτωση της δοκού οι πακτωμένοι ή περιορισμένοι βαθμοί ελευθερίας αφαιρούνται από τα μητρώα, έτσι και στην πλάκα πρέπει να γίνει το ίδιο. Για την πακτωμένη πλάκα η διαδικασία είναι κοινή με αυτή της δοκού, ωστόσο στην περίπτωση της αρθρωμένης πλάκας, δεν αφαιρούνται όλοι οι βαθμοί ελευθερίας, αλλά μόνο οι μετατοπίσεις των κόμβων που συμμετέχουν στις οριακές συνθήκες. Ένα ακόμα σχόλιο είναι πως καθώς η αρχή των αξόνων βρίσκεται στο κέντρο της πλάκας, οι συντεταγμένες αποκτούν θετικές και αρνητικές τιμές, συνεπώς πρέπει να δοθεί προσοχή στον κώδικα όσον αφορά αυτό το μέρος.

Πιο ειδικά για τα μητρώα των επενεργητών, αισθητήρων και εξωτερικής φόρτισης, η διαδικασία είναι παρόμοια με ορισμένες μεταβολές στη διαχείριση των συντεταγμένων, στον αριθμό των μητρώων που πρέπει να σχηματιστούν και κυριότερα στην ισοδύναμη ροπή στους επενεργητές.

Όσον αφορά το μητρώο εξωτερικής φόρτισης, πρέπει να ληφθεί υπόψη πως δημιουργείται παραμετρικά και στη συγκεκριμένη περίπτωση για όλους τους κόμβους, έτσι πρέπει να σχηματίζεται βάσει των συντεταγμένων που εισάγονται στο πρόγραμμα. Το ίδιο γίνεται και στην περίπτωση της δοκού.

Για το μητρώο των αισθητήρων, η διαφορά που υφίσταται είναι πως θα πρέπει να δημιουργηθεί και για τους τέσσερις αισθητήρες. Για αυτό το λόγο δημιουργείται μία επαναληπτική διαδικασία η οποία ανιχνεύει τις συντεταγμένες των κόμβων που βρίσκεται κάθε αισθητήρας και βάσει των ιδιοδιανυσμάτων σε αυτούς τους κόμβους δημιουργεί κατάλληλο αριθμό μητρώων.

Η ίδια διαδικασία με παραπάνω εφαρμόζεται και στην περίπτωση των επενεργητών, λαμβάνοντας υπόψη πως σε κάθε ομάδα συντεταγμένων και αντίστοιχα κόμβων επενεργητή αντιστοιχεί ένα ζευγάρι μητρώων. Αυτό συμβαίνει καθώς, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, η πλάκα μοντελοποιείται ως επιφάνεια στοιχείων πλέγματος συνεπώς η δύο πλευρές της - κατά το z άξονα - δεν έχουν διαφορετικούς κόμβους. Η πλάκα διαθέτει επενεργητές και στις δύο επιφάνειές της, έτσι δημιουργούνται δύο μητρώα για αυτούς, τα οποία έχουν ανάλογο πρόσημα ώστε οι δυνάμεις του ισοδύναμου ζεύγους να είναι ομόρροπες για κάθε πλευρά με κοινά x και y (Σχ. 4.10).



Σχήμα 4.10: Εφαρμογή ζεύγους δυνάμεων επενεργητών στη πλάκα.

Τέλος, όπως έχει παρουσιαστεί στη θεωρία (βλ. Ενότητα 2.4.2.2) η μηχανική τάση και αντίστοιχα η δύναμη που ασκείται από τους επενεργητές δεν είναι ίση για τις δύο διευθύνσεις του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου. Έτσι στα μητρώα που δημιουργούνται η δύναμη κατά τον x άξονα θα είναι διαφορετική από αυτή για τον y. Χρησιμοποιώντας γραμμικό συνδυασμό για την Εξ. (2.97) και τη κατανομή της δύναμης για κάθε είδους στοιχείο, όπως φαίνεται στα Σχ. 3.10α' και 3.10β', δημιουργείται το κατάλληλο μητρώο για κάθε επενεργητή. Στην περίπτωση της πλάκας δεν χρησιμοποιήθηκε η τριγωνική κατανομή για το ζεύγος δυνάμεων, αφού θα γινόταν πολύ σύνθετη η δημιουργία μητρώου χωρίς να προσφέρει ουσιαστικές διαφορές στα αποτελέσματα.

Με αυτό, ολοκληρώνεται οποιαδήποτε επεξεργασία απαιτούν τα μητρώα του προγράμματος και μπορεί η μελέτη να προχωρήσει στο επόμενο βήμα, του σχεδιασμού του ελεγκτή και παρατηρητή.

4.5 Υπολογιστική Επαλήθευση Μοντέλου Επαγόμενης Πιεζοηλεκτρικής Παραμόρφωσης

Παρομοίως με την περίπτωση της δοκού, εξετάζεται η αρχή λειτουργίας του μοντέλου τόσο στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων όσο και μέσω του προγράμματος που έχει σχεδιαστεί στο MATLAB. Μέσω αυτού επιβεβαιώνονται τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει από το πρόγραμμα, ενώ για την περίπτωση της πλάκας εξετάζεται και η εγκυρότητα της σχέσης που έχει προκύψει μεταξύ της ηλεκτρικής τάσης που εφαρμόζεται στον επενεργητή και της ισοδύναμης ροπής που ασκεί αυτός στην πλάκα.

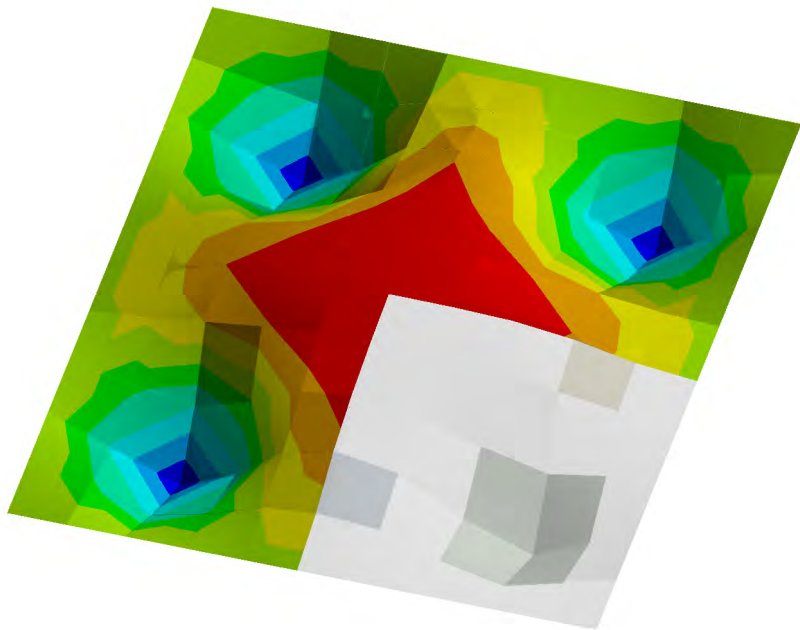
Έτσι ως πρώτο βήμα υπολογίζεται ο συντελεστής μεταξύ των δύο παραπάνω μεγεθών όπως έχει περιγραφεί στο θεωρητικό υπόβαθρο, στην Ενότητα 2.4.2.2. Αυτό γίνεται δημιουργώντας δύο μοντέλα στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, ένα με τάση 1 Volt στους επενεργητές και ένα με ισοδύναμο ζεύγος δυνάμεων 1 N. Αυτό δεν χρειάζεται τυπικά να γίνει και για τις δύο οριακές συνθήκες, καθώς γίνεται η παραδοχή πως τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα είναι αρκετά απομακρυσμένα από τις άκρες ώστε να μην επηρεάζονται από τις οριακές συνθήκες. Έτσι για την περίπτωση του ηλεκτρικού δυναμικού, η μετατόπιση στο κέντρο της πλάκας ισούται με $2.237 \cdot 10^{-7} m$ ενώ στην περίπτωση του ζεύγους δυνάμεων προκύπτει $4.905 \cdot 10^{-5} m$. Διαιρώντας αυτά τα δύο μεγέθη προκύπτει ο λόγος μεταξύ των δύο αυτών μεγεθών, ο οποίος όπως έχει αναφερθεί θεωρείται γραμμικός συνεπώς δεν απαιτείται άλλο σημείο στη καμπύλη. Τελικά, σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο ο λόγος προκύπτει ίσως με 219.27.

Στη συνέχεια, ελέγχονται οι περιπτώσεις αναλυτικού υπολογισμού της σχέσης και της παραπάνω μεθοδολογίας ως προς τη μετατόπιση που παράγουν στο μοντέλο.

Όσον αφορά την αναλυτική σχέση για την πακτωμένη πλάκα (Σχ. 4.11), η ηλεκτρική τάση που προκύπτει από το πρόγραμμα ισούται με 282.85 V και η μετατόπιση του κέντρου της πλάκας ισούται με $6.5651 \cdot 10^{-5} m$.

F: Static Structural - Validation - Max Volume - CC
Directional Deformation
Type: Directional Deformation(Z Axis)
Unit: m
Global Coordinate System
Time: 1
11-Feb-19 14:59

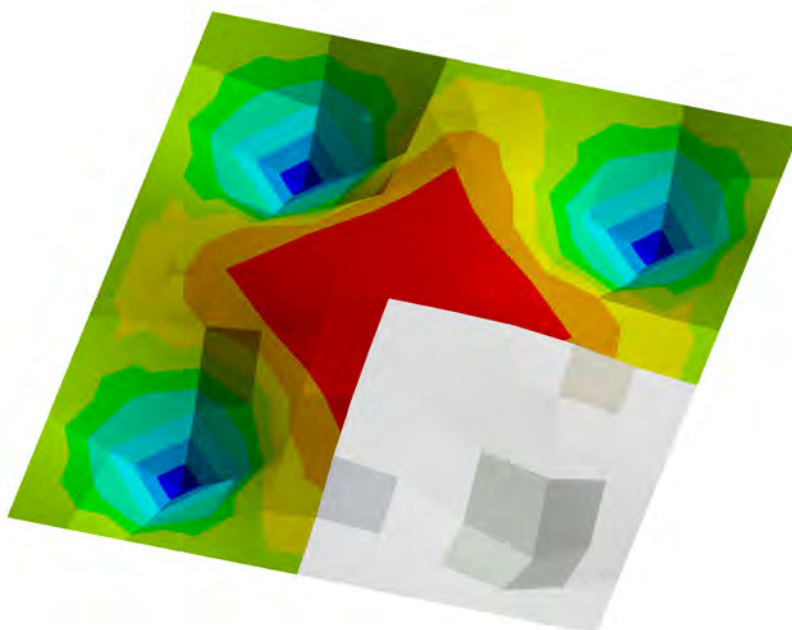
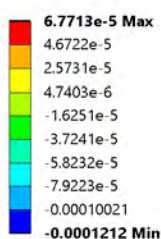
6.5651e-5 Max
4.5299e-5
2.4948e-5
4.5959e-6
-1.5756e-5
-3.6107e-5
-5.6459e-5
-7.681e-5
-9.7162e-5
-0.00011751 Min



Σχήμα 4.11: Αποτελέσματα μετατόπισης κέντρου βάσει αναλυτικής σχέσης για ηλεκτρική τάση επενεργητών.

Αντίστοιχα, για την προσεγγιστική σχέση που έχει προκύψει (Σχ. 4.12), η ηλεκτρική τάση επενεργητών που υπολογίζεται ισούται με 291.73 V και η μετατόπιση προκύπτει $6.7713 \cdot 10^{-5} m$.

F: Static Structural - Validation - Max Volume - CC
Directional Deformation
Type: Directional Deformation(Z Axis)
Unit: m
Global Coordinate System
Time: 1
11-Feb-19 14:23



Σχήμα 4.12: Αποτελέσματα μετατόπισης κέντρου βάσει προσεγγιστικής σχέσης για ηλεκτρική τάση επενεργητών.

Από τα παραπάνω είναι εμφανές πως οι δύο μεθοδολογίες υπολογίζουν παρόμοια ηλεκτρική τάση στους επενεργητές και κατ' επέκταση μετατόπιση του κέντρου της πλάκας. Όπως θα φανεί σε επόμενη ανάλυση, η μεθοδολογία της προσεγγιστικής λύσης έχει καλύτερα αποτελέσματα και είναι πιο κοντά στην πραγματική λύση, όπως είναι λογικό, καθώς η αναλυτική λύση δεν λαμβάνει υπόψη της οριακές συνθήκες του μοντέλου, θεωρώντας πως δεν επηρεάζουν ουσιαστικά τη λύση.

Από την άλλη, η προσεγγιστική λύση θα έχει παρόμοια απόκλιση σε περίπτωση που χρησιμοποιηθεί ο ίδιος συντελεστής για την περίπτωση της αρθρωμένης πλάκας. Αυτό θα συμβεί αφού δεν θα έχει μοντελοποιηθεί μέσα στο συντελεστή η συγκεκριμένη οριακή συνθήκη. Επίσης, σε περίπτωση που αλλάξει το υλικό της πλάκας ή των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων θα πρέπει η διαδικασία να επαναληφθεί για να προκύψει νέος συντελεστής. Αντιθέτως, η αναλυτική λύση έχει λάβει υπόψη της αυτές τις αλλαγές και μπορεί κατευθείαν να υπολογίσει εκ νέου τη σωστή ηλεκτρική τάση που πρέπει να εφαρμοστεί στους επενεργητές. Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη την ταχύτητα υπολογισμού από την αναλυτική λύση και την επιθυμητή ακρίβεια για το μοντέλο, εξάγεται το συμπέρασμα πως αυτή είναι χρησιμότερο να εφαρμοστεί για τη συγκεκριμένη εφαρμογή.

Με το πέρας της προηγούμενης ανάλυσης, από την οποία προέκυψε η μέθοδος για τον υπολογισμό της ηλεκτρικής τάσης στους επενεργητές, μπορεί να παρουσιαστεί η αρχή λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων και της ισοδύναμης ροπής στην περίπτωση της πλάκας. Όπως και προηγουμένως, προς το παρόν, δε θα εξεταστούν και οι δύο οριακές συνθήκες καθώς ποιοτικά τα αποτελέσματα είναι παρόμοια.

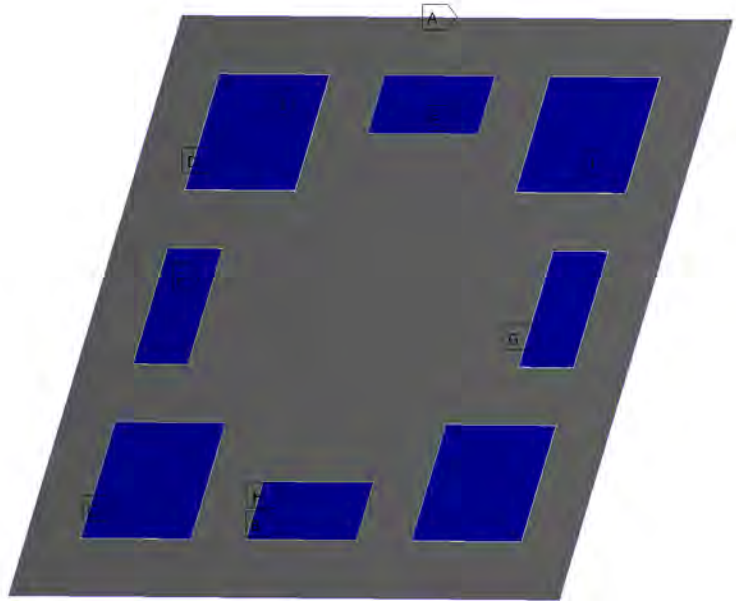
4.5.1 Υπολογιστική επαλήθευση επαγόμενης παραμόρφωσης μέσω ηλεκτρικής τάσης επενεργητή

Για την ανάλυση αυτή (Σχ. 4.13), εφαρμόζεται στους επενεργητές η μέγιστη τάση που προκύπτει κατά τον έλεγχο του μοντέλου πακτωμένης πλάκας με αρχικές συνθήκες μετατόπισης 1mm στο κέντρο. Αυτή όπως έχει αναφερθεί στην προηγούμενη παράγραφο ισούται με 282.85 V. Έτσι η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων έχει οριακές συνθήκες: πάκτωση στα άκρα της πλάκας, σύνδεση με τον ουδέτερο στη μία επιφάνεια των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων και εφαρμογή 282.85 V στις άλλες επιφάνειες των επενεργητών. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχ. 4.15.

F: Static Structural - Validation - Max Volume - CC

Static Structural
Time: 1. s
Items: 10 of 16 indicated
11-Feb-19 00:13

- A** Fixed Support
- B** Voltage
- C** Voltage 2
- D** Voltage 3
- E** Voltage Coupling
- F** Voltage Coupling 2
- G** Voltage Coupling 3
- H** Voltage Coupling 4
- I** Voltage 5
- J** Voltage 6



Σχήμα 4.13: Οριακές συνθήκες μοντέλου πακτωμένης πλάκας - μέγιστη ηλεκτρική τάση.

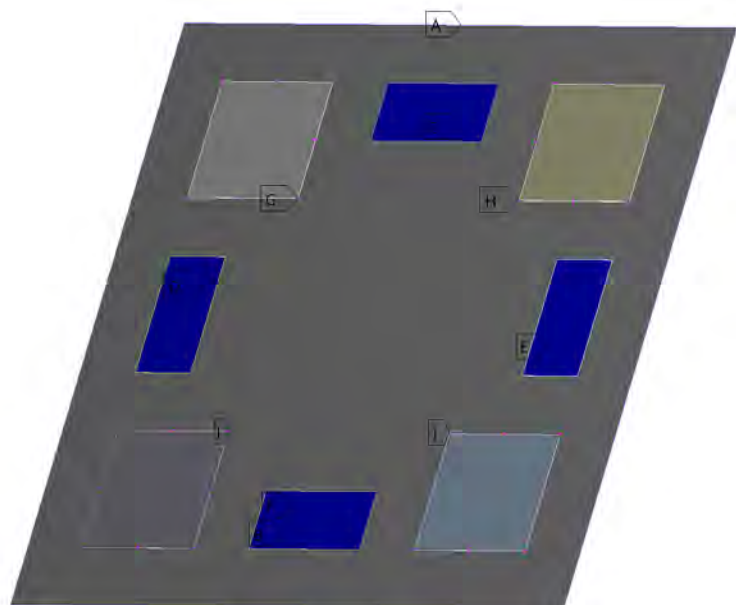
4.5.2 Υπολογιστική επαλήθευση επαγόμενης παραμόρφωσης μέσω ισοδύναμου ζεύγους δυνάμεων

Σε συνδυασμό με την παραπάνω ανάλυση, μελετήθηκε η περίπτωση της μέγιστης δύναμης που προέκυψε από την προσομοίωση του συστήματος (Σχ. 4.14). Αυτό έγινε ώστε να συγκριθούν τα αποτελέσματα από τις δύο περιπτώσεις και να επιβεβαιωθεί αν ισχύει η παραδοχή που έχει γίνει για τις ισοδύναμες ροπές. Οι οριακές συνθήκες είναι παρόμοιες με την παραπάνω ανάλυση με τις διαφορές πως οι πιεζοηλεκτρικοί επενεργητές λειτουργούν ως παθητικά στοιχεία, ενώ στα άκρα τους ασκούνται αντίθετες δυνάμεις - ώστε να δημιουργηθεί ζεύγος δυνάμεων - πλάτους 1.29 N κατά το x άξονα και 0.805 N κατά τον άξονα y. Τα αποτελέσματα καταγράφονται στα Σχ. 4.16.

G: Static Structural - Validation - Max Force - CC

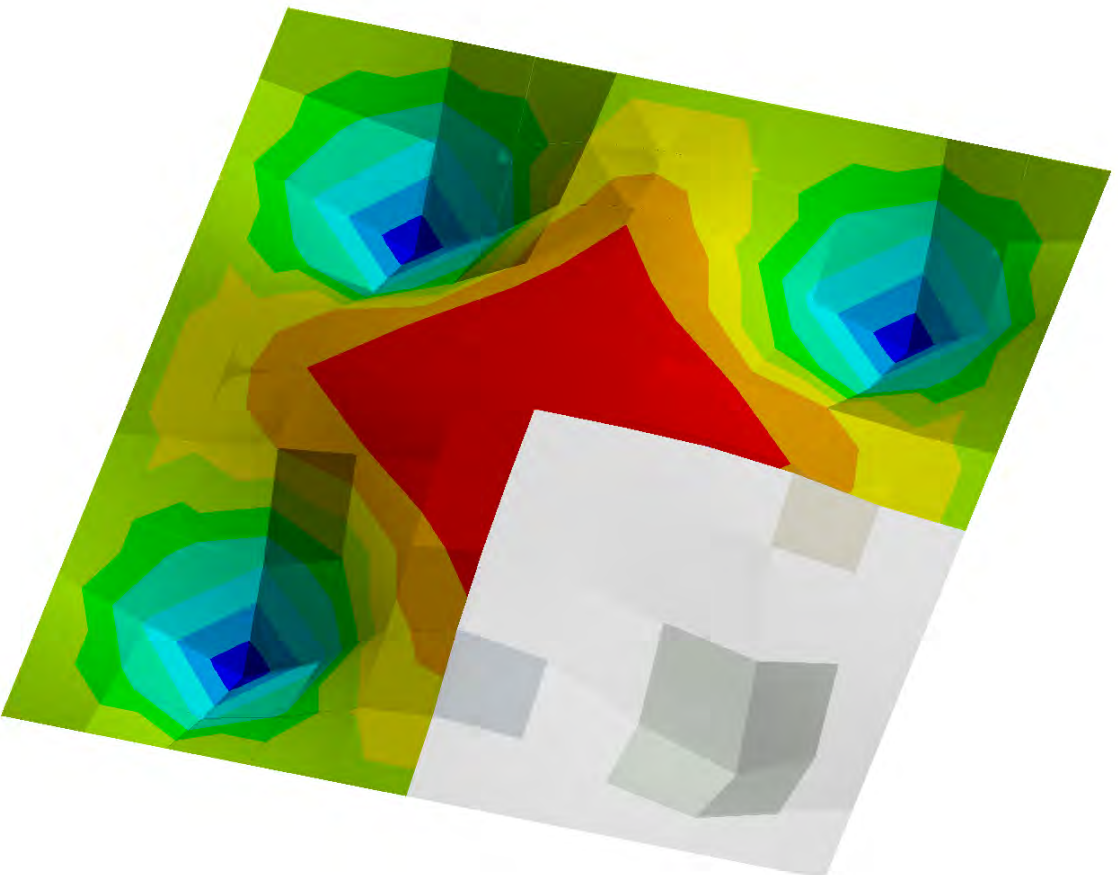
Static Structural 2
Time: 1. s
Items: 10 of 22 indicated
11-Feb-19 00:13

- A** Fixed Support
- B** Voltage
- C** Voltage Coupling
- D** Voltage Coupling 2
- E** Voltage Coupling 3
- F** Voltage Coupling 4
- G** Nodal Force: 1.29 N
- H** Nodal Force 2: 1.29 N
- I** Nodal Force 3: 1.29 N
- J** Nodal Force 4: 1.29 N



Σχήμα 4.14: Οριακές συνθήκες μοντέλου πακτωμένης πλάκας - μέγιστη ισοδύναμη ροπή.

4.5.3 Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων
Υπολογιστική επαλήθευση επαγόμενης παραμόρφωσης μέσω ηλεκτρικής τάσης
επεξεργητή



F: Static Structural - Validation - Max Volume - CC

Directional Deformation

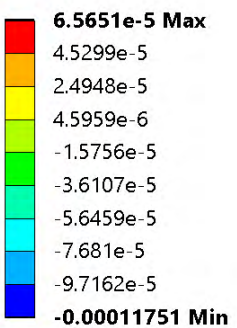
Type: Directional Deformation(Z Axis)

Unit: m

Global Coordinate System

Time: 1

11-Feb-19 14:59



(α')

97

F: Static Structural - Validation - Max Volume - CC

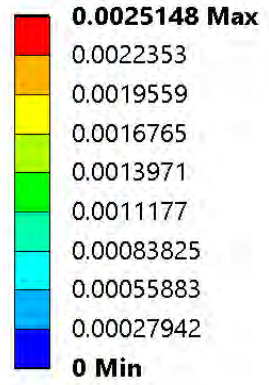
Voltage

Expression: VOLT

Unit: V

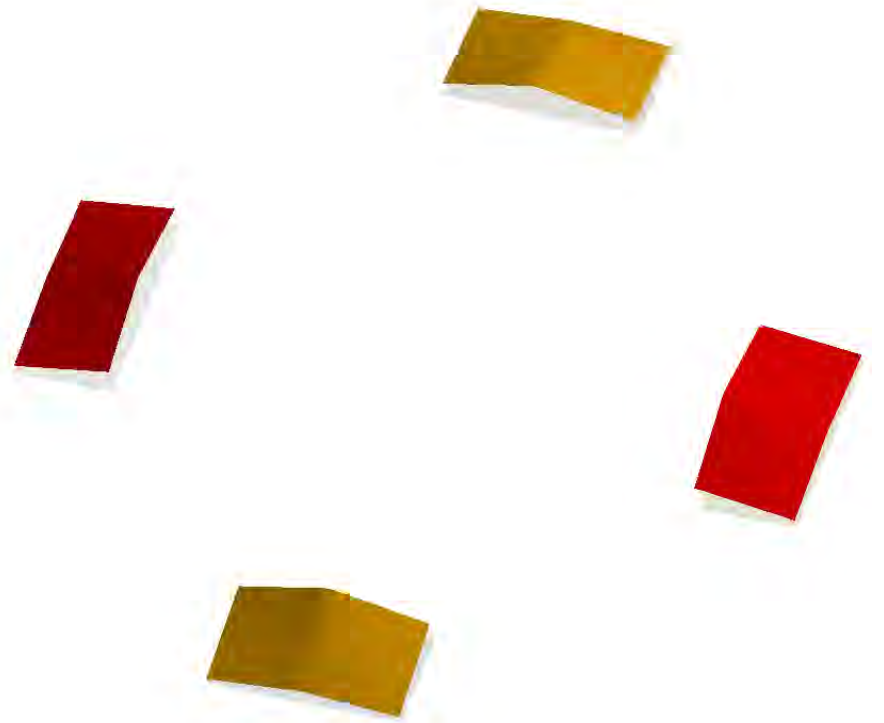
Time: 1

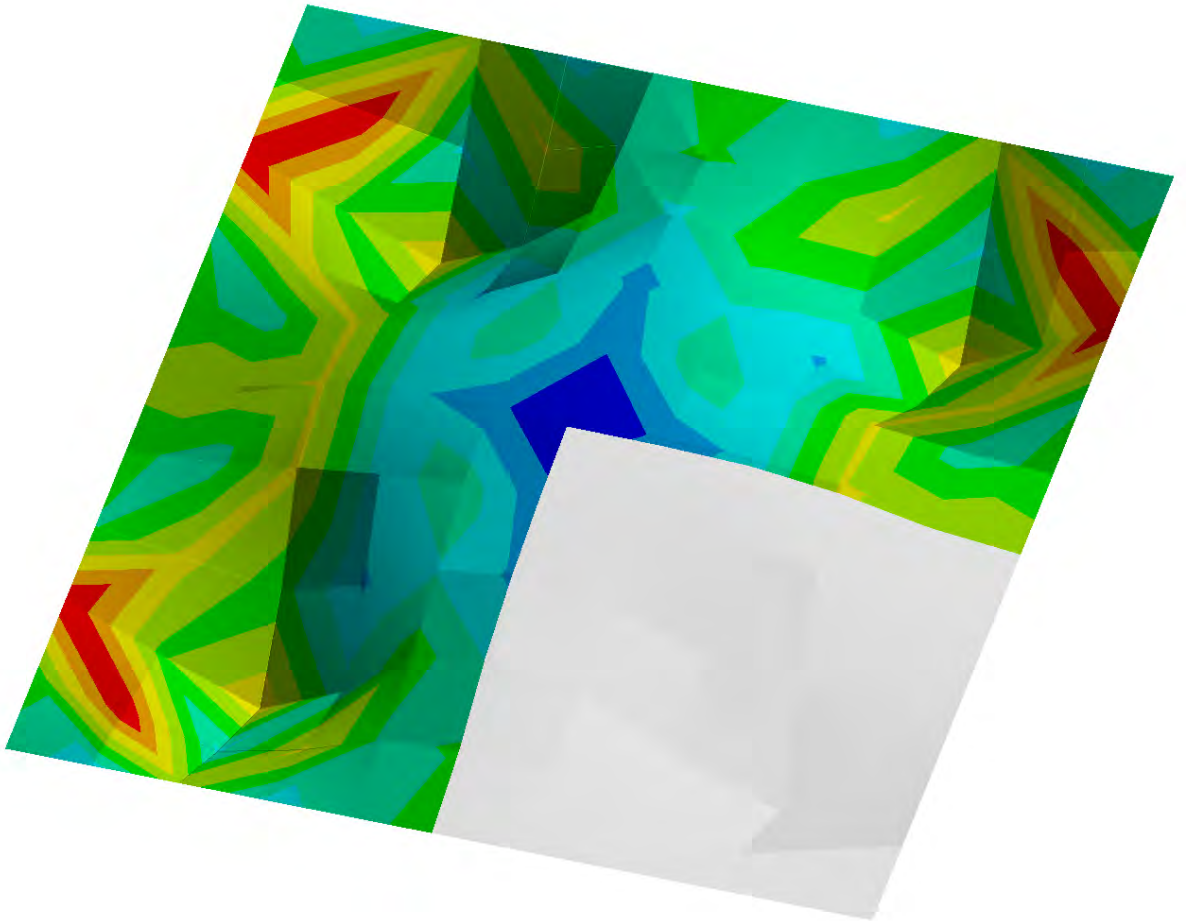
11-Feb-19 14:24



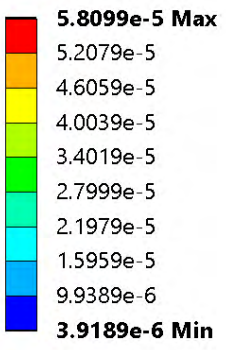
86

(d)

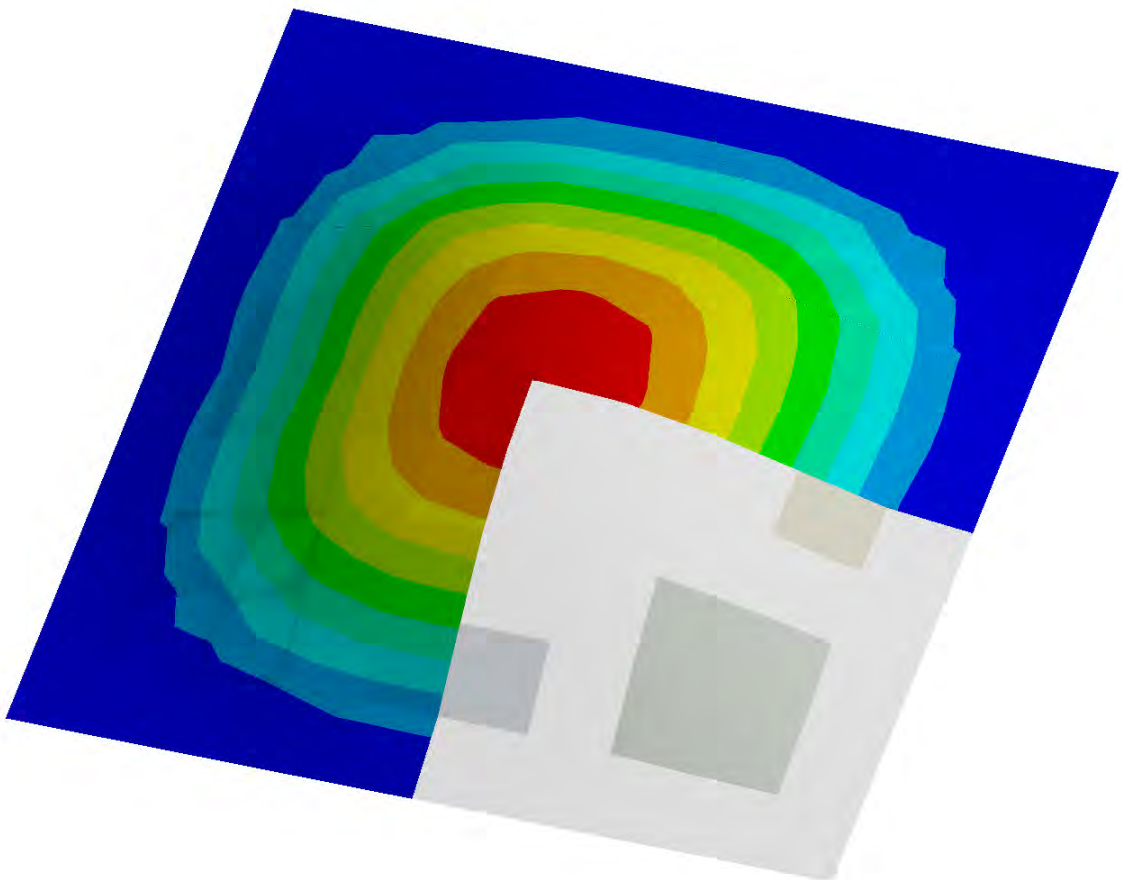




F: Static Structural - Validation - Max Volume - CC
 Equivalent Elastic Strain
 Type: Equivalent Elastic Strain - Top - Layer 0
 Unit: m/m
 Time: 1
 11-Feb-19 14:24

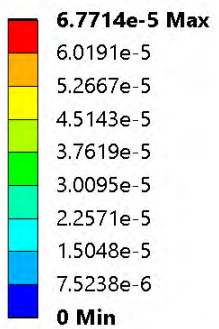


Σχήμα 4.15: Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αθήτηρων. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης.



G: Static Structural - Validation - Max Force - CC

Directional Deformation
Type: Directional Deformation(Z Axis)
Unit: m
Global Coordinate System
Time: 1
11-Feb-19 14:25



(α)

100

G: Static Structural - Validation - Max Force - CC

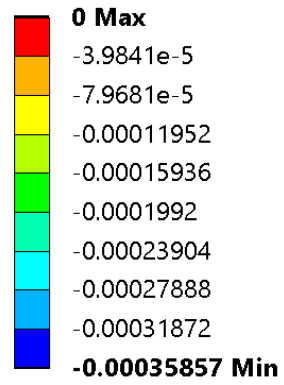
Voltage

Expression: VOLT

Unit: V

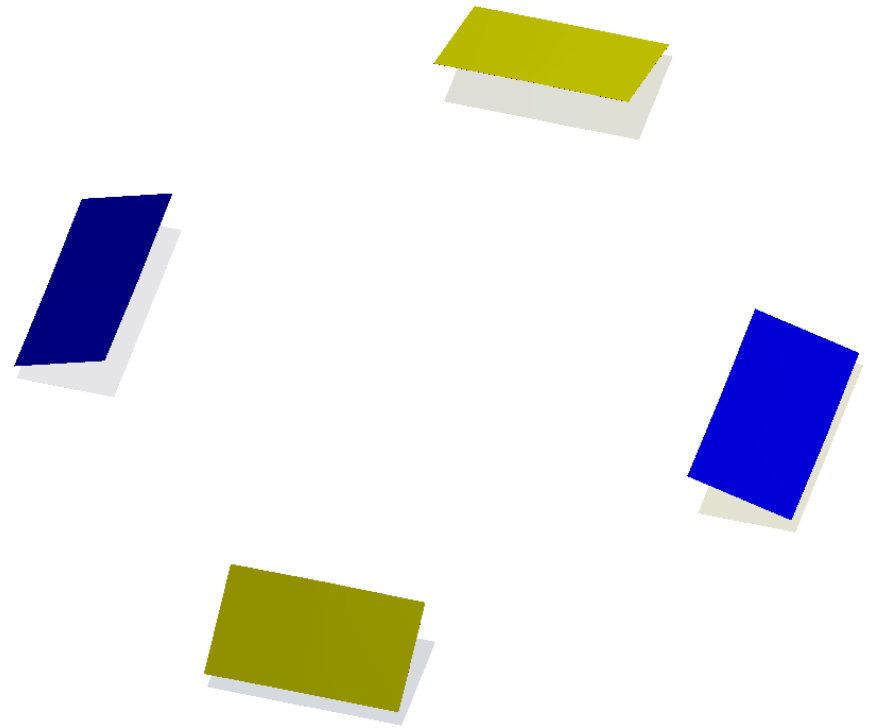
Time: 1

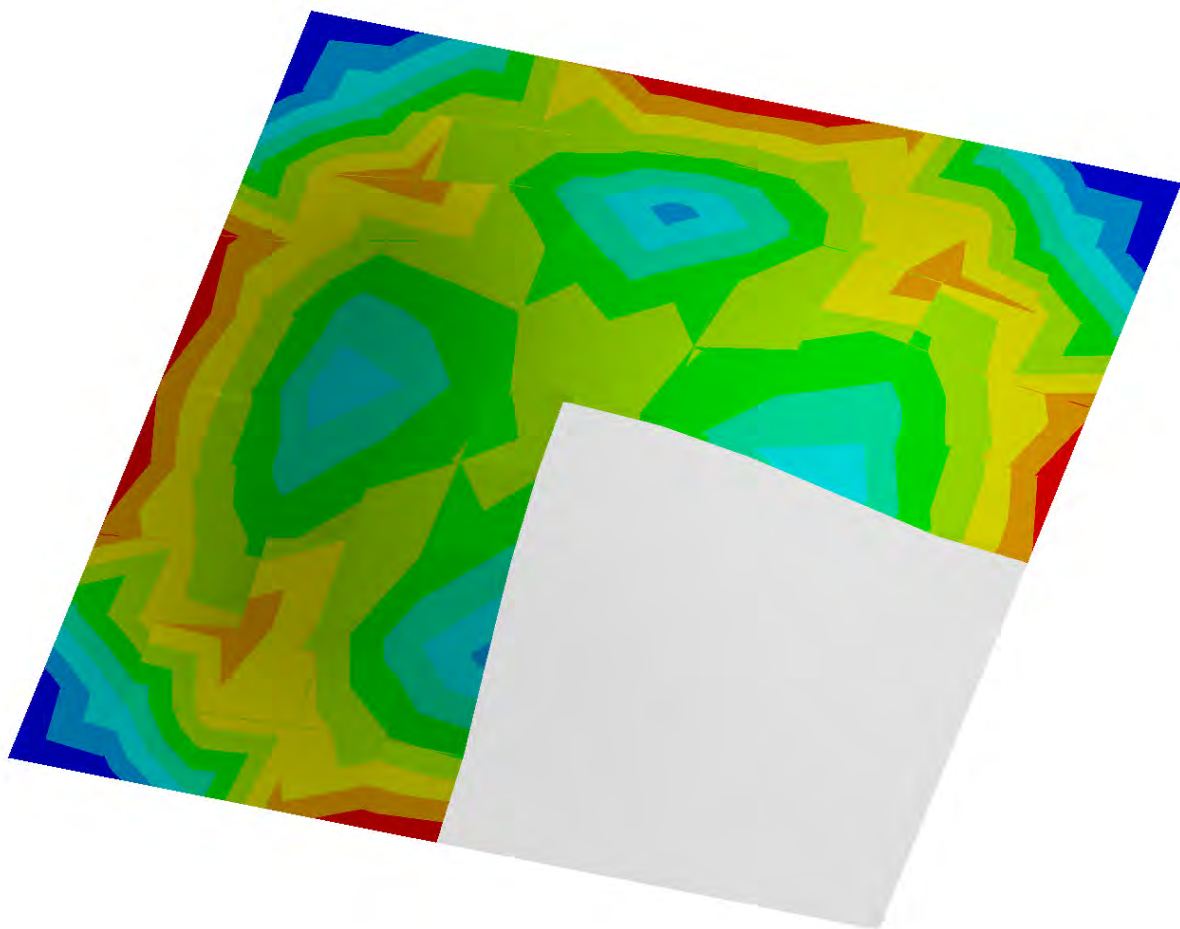
11-Feb-19 14:26



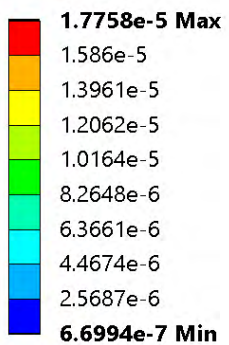
101

(β)





G: Static Structural - Validation - Max Force - CC
 Equivalent Elastic Strain
 Type: Equivalent Elastic Strain - Top/Bottom - Layer 0
 Unit: m/m
 Time: 1
 11-Feb-19 14:26



(γ')

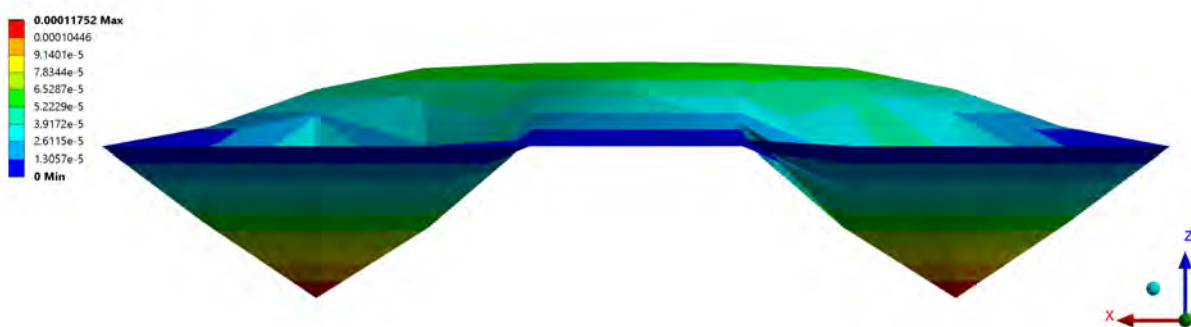
Σχήμα 4.16: Αποτελέσματα μελέτης μέγιστης ηλεκτρικής τάσης επενεργητή. α' Κατανομή μετατόπισης κατά τον άξονα z. β' Κατανομή ηλεκτρικής τάσης αόθητηρων. γ' Κατανομή ισοδύναμης παραμόρφωσης.

Τα παραπάνω αποτελέσματα (Σχ. 4.15, Σχ. 4.16) αποδεικνύουν πως η παραδοχή για τη λειτουργία των επενεργητών μέσω της ισοδύναμης ροπής είναι σωστή, όπως έχει παρουσιαστεί και στην περίπτωση της δοκού. Οι διαφορετικές τιμές που εμφανίζονται μεταξύ του ηλεκτρικού δυναμικού στους αισθητήρες οφείλονται στις διαφορετικές παραμορφώσεις στις οποίες υπόκεινται όπως φαίνεται από τα τελευταία σχήματα των 4.15 και 4.16. Για τις διαφορετικές παραμορφώσεις που εμφανίζονται στην πλάκα ανάλογα με την επενέργηση πάνω της θα γίνει περαιτέρω αναφορά στη συνέχεια. Ως τελικό συμπέρασμα από την παραπάνω ανάλυση, μπορεί να καθοριστεί η θέση των αισθητήρων και των επενεργητών βάσει των παραμορφώσεων που εμφανίζονται. Οι επενεργητές πρέπει να βρίσκονται όσο το δυνατό πιο κοντά στις άκρες της πλάκας λαμβάνοντας υπόψη την παραδοχή που έχει γίνει στην Εν. 2.4.2.2. Συνεπώς, προκύπτει πως οι επενεργητές βρίσκονται σε σωστές θέσεις. Όσον αφορά τους αισθητήρες, αυτοί από το Σχ. 4.16 φαίνεται πως βρίσκονται κοντά στις θέσεις μέγιστης παραμόρφωσης, επομένως έχουν κατάλληλες θέσεις για καταγραφή ηλεκτρικής τάσης.

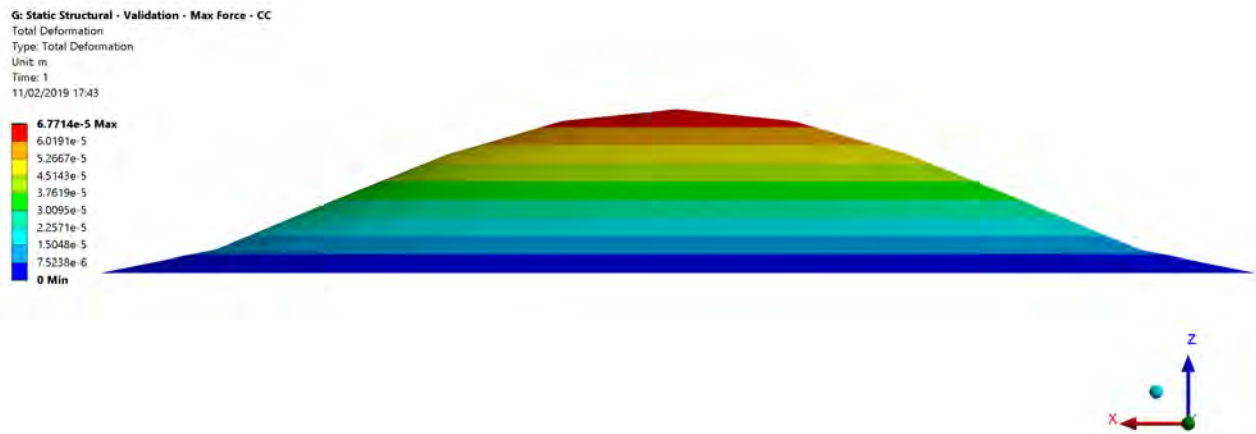
4.5.4 Σύγκριση μορφής παραμορφωμένης πλάκας

Για τις παραμορφώσεις στην πλάκα, είναι ευκολότερο να γίνει αντιληπτή η διαφορά μεταξύ των μεγεθών παρουσιάζοντας τα παραμορφωμένα σχήματα για την περίπτωση ηλεκτρικής τάσης στους επενεργητές, ισοδύναμης ροπής και της πρώτης ιδιομορφής. Έτσι, οι μορφές της πλάκας είναι αυτές που φαίνονται στο Σχ. 4.17. Από τη μορφή της πλάκας για επενέργηση μέσω ηλεκτρικής τάσης (Σχ. 4.17α'), φαίνεται πως στα σημεία των επενεργητών η πλάκα παραλαμβάνει αντίθετη μετατόπιση από αυτή που εμφανίζει η πλάκα στο κέντρο της. Αντιθέτως, εφαρμόζοντας ισοδύναμη ροπή (Σχ. 4.17β'), η μορφή της πλάκας πλησιάζει περισσότερο την πρώτη ιδιομορφή (Σχ. 4.17γ'). Συμπερασματικά, η επενέργηση μέσω των πιεζοηλεκτρικών πάνω στην πλάκα δεν μπορεί να επιφέρει το παραμορφωμένο σχήμα της 1ης ιδιομορφής λόγω τοπικών φαινομένων στις περιοχές κοντά στους επενεργητές. Αυτό είναι λογικό να έχει επίπτωση και στην απόδοση του ελέγχου, αφού θα ενεργοποιούνται και άλλες ιδιοσυχνότητες κατά τον έλεγχο (spillover). Συγχρόνως, λόγω των διαφορετικών μορφών της πλάκας οι παραμορφώσεις και κατ' επέκταση οι ηλεκτρικές τάσεις στους αισθητήρες προκύπτουν διαφορετικές. Συγκεκριμένα, για την πρώτη περίπτωση υπολογίζονται μεγαλύτερες καθώς οι παραμορφώσεις έχουν μεγάλες αλλαγές στην παράγωγο, με αποτέλεσμα η καμπυλότητα σε κάθε άξονα να έχει μεγαλύτερες τιμές και αντίστοιχα η ηλεκτρική τάση των αισθητήρων.

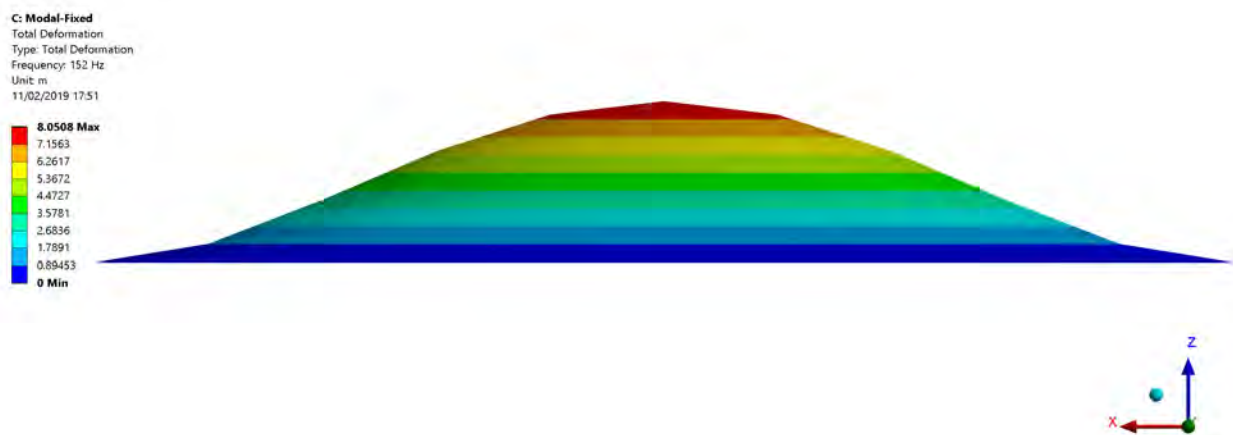
F: Static Structural - Validation - Max Volume - CC
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Unit: m
 Time: 1
 11/02/2019 17:42



(α')



(β')



(γ')

Σχήμα 4.17: Σύγκριση μορφής πλάκας για διαφορετική επενέργηση. α' Πλάκα με ηλεκτρική τάση επενεργητή - Πρόσοψη. β' Πλάκα με ισοδύναμη ροπή - Πρόσοψη. γ' Πακτωμένη πλάκα στη 1η ιδιομορφή - Πρόσοψη.

Από τις παραπάνω αναλύσεις, επιβεβαιώνεται η εγκυρότητα του μοντέλου επενέργησης των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων στη πλάκα, καθώς επίσης ελέγχεται το μοντέλο υπολογισμού ηλεκτρικής τάσης στους ακροδέκτες των αισθητήρων. Σύμφωνα με αυτά μπορεί να γίνει εφαρμογή και επιλογή των ρυθμίσεων για το νόμο ελέγχου της πλάκας.

4.6 Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου στην Πλάκα

Ο σχεδιασμός του συστήματος αυτομάτου ελέγχου περιλαμβάνει τον καθορισμό του ελεγκτή, την εφαρμογή παρατηρητή καταστάσεων για το σύστημα και τη δημιουργία κατάλληλων μοντέλων - σε αυτή την περίπτωση στο SIMULINK - έτσι ώστε να μελετηθούν οι κατάλληλες περιπτώσεις και συνθήκες. Για να γίνουν τα παραπάνω απαιτείται μετασχηματισμός των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου στο χώρο καταστάσεων, όπως έχει παρουσιαστεί στο θεωρητικό υπόβαθρο.

Για το μετασχηματισμό καταστάσεων, τον ελεγκτή και τον παρατηρητή η διαδικασία είναι ακριβώς ίδια με την περίπτωση της δοκού, επομένως θα περιγραφεί συνοπτικά.

4.6.1 Νόμος ελέγχου

4.6.1.1 Ελεγκσιμότητα και παρατηρησιμότητα

Το σύστημα ελέγχεται ως προς την ελεγκσιμότητα και παρατηρησιμότητα του όπως φαίνεται στις Εξ. (2.23) και (2.24) αντίστοιχα. Ελέγχοντας τις δύο αυτές ιδιότητες για όλες τις μοντελοποιημένες ιδιοσυχνότητες (1-20) του συστήματος προκύπτει πως αυτό είναι ελέγξιμο και παρατηρήσιμο σε κάθε περίπτωση.

4.6.1.2 Γραμμικός τετραγωνικός ρυθμιστής (Linear quadratic regulator)

Ο ελεγκτής που χρησιμοποιείται είναι ο LQR, ο οποίος χρησιμοποιεί κριτήριο βελτιστοποίησης για να υπολογίσει τα κέρδη των μεταβλητών κατάστασης. Αυτή η συνάρτηση βελτιστοποίησης αφορά την ενέργεια ελέγχου του συστήματος και τα σφάλματα των μεταβλητών καταστάσεων από την επιθυμητή τους θέση. Για τις δύο αυτές παραμέτρους χρησιμοποιούνται οι πίνακες R και Q αντιστοίχως, οι οποίοι εν γένει επιλέγονται εμπειρικά και με δοκιμές. Στην προκειμένη περίπτωση, για τη διευκόλυνση της επιλογής των τιμών τους, κανονικοποιούνται βάσει των μέγιστων τιμών που μπορεί να επιτύχει κάθε μεταβλητή.

4.6.2 Παρατηρητές κατάστασης

Αντίστοιχα με τη δοκό, δίνεται η δυνατότητα για δύο είδη παρατηρητών, τα οποία βασίζονται στην ίδια θεωρία. Συνεπώς, σχεδιάζονται παρατηρητής πλήρους τάξης και μειωμένης, ενώ στην πλειοψηφία των περιπτώσεων επιλέγεται η χρήση του παρατηρητή μειωμένης κατάστασης, καθώς η απόκριση των παρατηρήσιμων καταστάσεων και κατ' επέκταση του συστήματος είναι ίδια με μικρότερο υπολογιστικό κόστος.

4.7 Προσομοίωση Μοντέλου

Για την προσομοίωση μοντέλων με διαφορετικές συνθήκες, χρησιμοποιείται το λογισμικό SIMULINK και τα ίδια συστήματα με αυτά της δοκού με διαφορετικά μητρώα αυτή τη φορά. Έτσι παρουσιάζεται η ανάλυση των αποτελεσμάτων καθώς και οι μελέτες που έγιναν για τις διαφορετικές παραμέτρους σε αυτά.

4.7.1 Ανάλυση αποτελεσμάτων προσομοίωσης

Οι αναλύσεις που γίνονται ακολουθούν την ίδια σειρά με αυτές της δοκού ώστε να μπορούν να συγκριθούν ποιοτικά τα αποτελέσματα. Μία παρατήρηση που μπορεί να γίνει είναι, πως δεδομένου πως έχει αποδειχθεί η εγκυρότητα και η επίδραση κάθε παραμέτρου στα μοντέλα της δοκού και χρησιμοποιούνται ίδια στην πλάκα δεν θα ήταν αναγκαίο να γίνει η παρακάτω ανάλυση. Ωστόσο αυτό γίνεται για λόγους αξιοπιστίας των μοντέλων και των αποτελεσμάτων.

Για τα μοντέλα της πλάκας σημειώνεται πως παρουσιάζονται και οι δύο οριακές συνθήκες, δηλαδή και πακτωμένη αλλά και αρθρωμένη πλάκα.

4.7.1.1 Οριακές συνθήκες πάκτωσης ακμών - CCCC

Οι δύο οριακές συνθήκες παρουσιάζονται σε ξεχωριστές ενότητες για να είναι πιο κατανοητά τα συμπεράσματα των αποτελεσμάτων. Έτσι παρουσιάζεται πρώτα η πακτωμένη πλάκα.

Όπως και στη δοκό, ελέγχεται αρχικά η διαφορά απόκρισης μεταξύ των δύο ειδών στοιχείων πλέγματος. Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα (Σχ. 4.18) δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά μεταξύ των αποκρίσεων, όπως είχε προκύψει και στην περίπτωση της δοκού. Βάσει των παραπάνω, στη μελέτη χρησιμοποιείται το τετρακομβικό στοιχείο, καθώς έχει μικρότερα μητρώα, καθιστώντας το υπολογιστικά ταχύτερο - διαφορά που θα φαινόταν σε μεγαλύτερης κλίμακας κατασκευές.

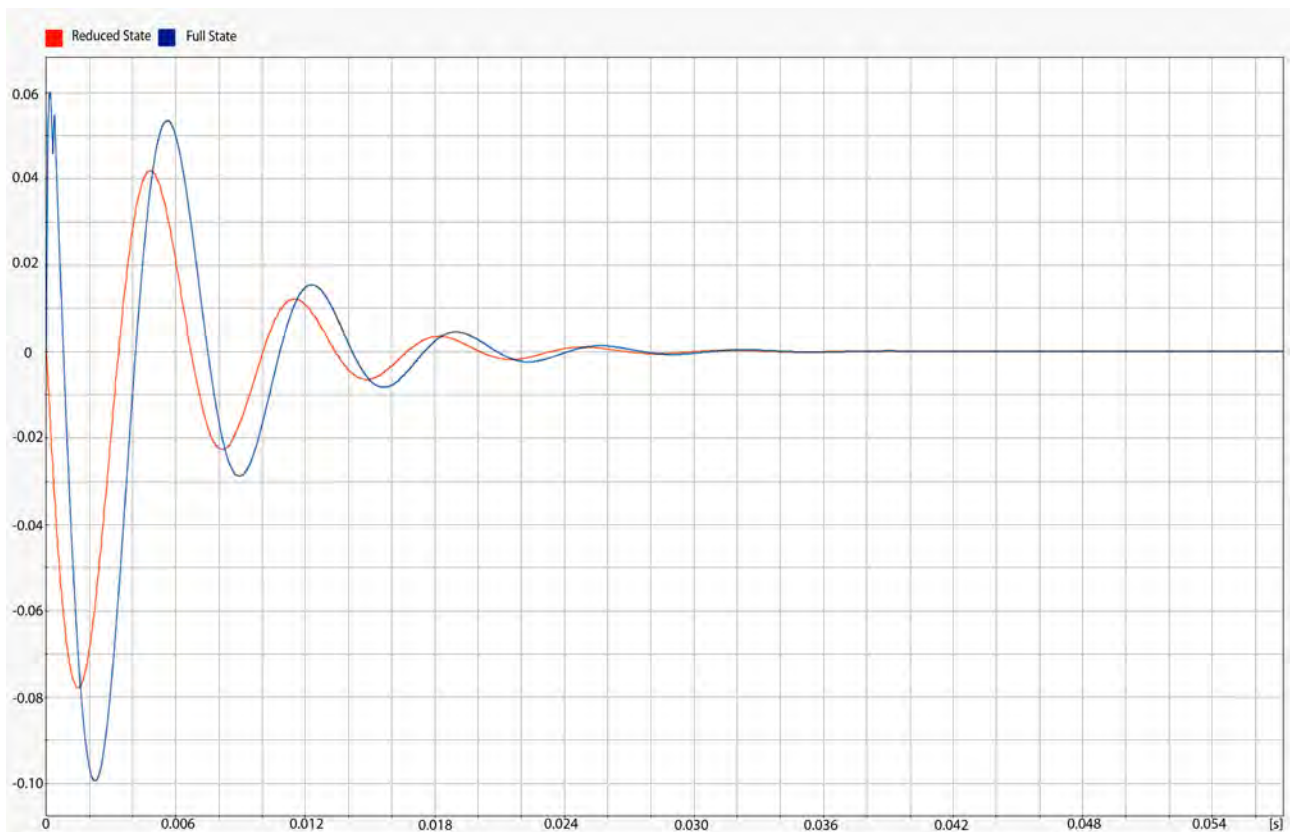


Σχήμα 4.18: Σύγκριση απόκρισης τετρακομβικού - οχτακομβικού στοιχείου πλέγματος.

Όσον αφορά την εφαρμογή των δύο ειδών παρατηρητών, η μελέτη έχει γίνει και στη δοκό. Όπως φαίνεται από το Σχ. 4.19, οι δύο παρατηρητές παρουσιάζουν κάποιες διαφορές, οι οποίες οφείλονται στη ταχύτητα κάθε παρατηρητή και στις αρχικές συνθήκες του. Έτσι - γνωρίζοντας και την απόκριση των πραγματικών μεταβλητών κατάστασης - ο παρατηρητή μειωμένης τάξεως έχει πιο κοντινή στην πραγματική απόκριση και προκρίνεται. Για τα Σχ. 4.19, με πορτοκαλί συμβολίζεται ο παρατηρητής μειωμένης τάξης, ενώ με μπλε ο πλήρους.



(α')



(β')

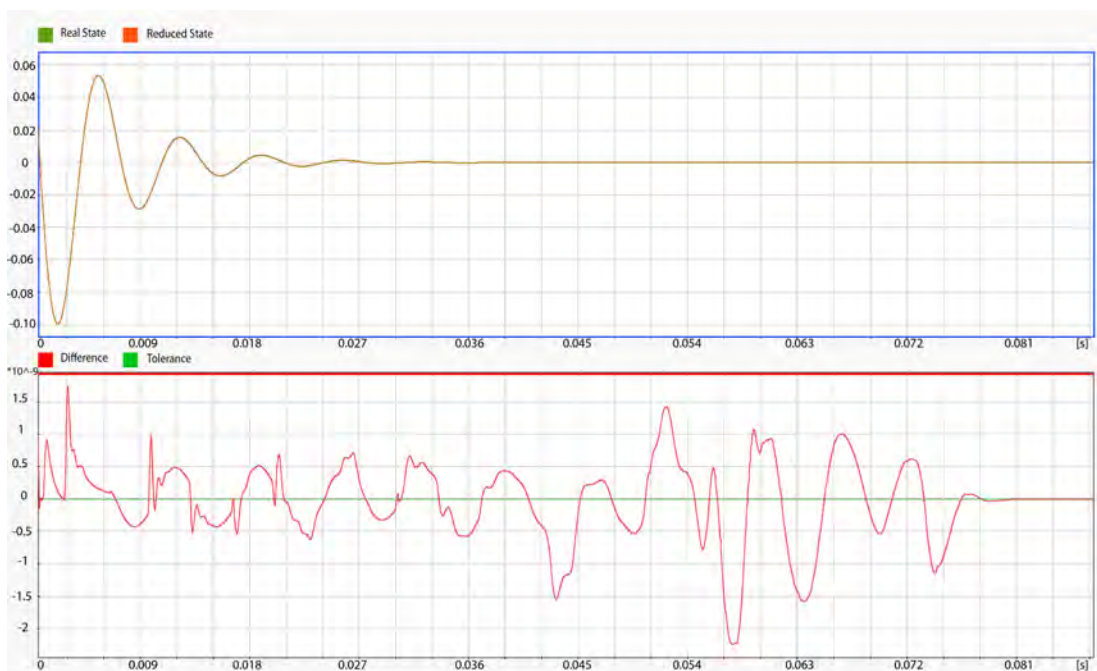
Σχήμα 4.19: Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης και πλήρους τάξης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης).

Η επιβεβαίωση της σωστής απόκρισης του παρατηρητή μειωμένης τάξης φαίνεται στο επόμενο διάγραμμα (Σχ. 4.20), όπου συγκρίνεται αυτή με τις πραγματικές τιμές των μεταβλητών κατάστασης. Όπως φαίνεται και για τα δύο σχήματα (Σχ. 4.20), οι διαφορές από τις πραγματικές τιμές είναι πολύ μικρές καθώς ακόμα και για το δεύτερο (Σχ. 4.20β') αυτή είναι περί το 10^{-9} . Για το πρώτο διάγραμμα μεταβλητών κατάστασης (Σχ. 4.20α') είναι λογικό η διαφορά να είναι μηδενική, καθώς, όπως δείχνει η θεωρία (βλ. Εν. 2.3.2.3), παίρνεται αυτούσια από το σύστημα. Συμπερασματικά, μέχρι στιγμής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση παρατηρητής μειωμένης τάξης και τα τετρακομβικά στοιχεία για τον έλεγχο και μοντελοποίηση του συστήματος αντίστοιχα.

Σημειώνεται πως στο Σχ. 4.20, με πορτοκαλί συνεχίζει να συμβολίζεται ο παρατηρητής μειωμένης τάξης και με πράσινο οι πραγματικές μεταβλητές κατάστασης.



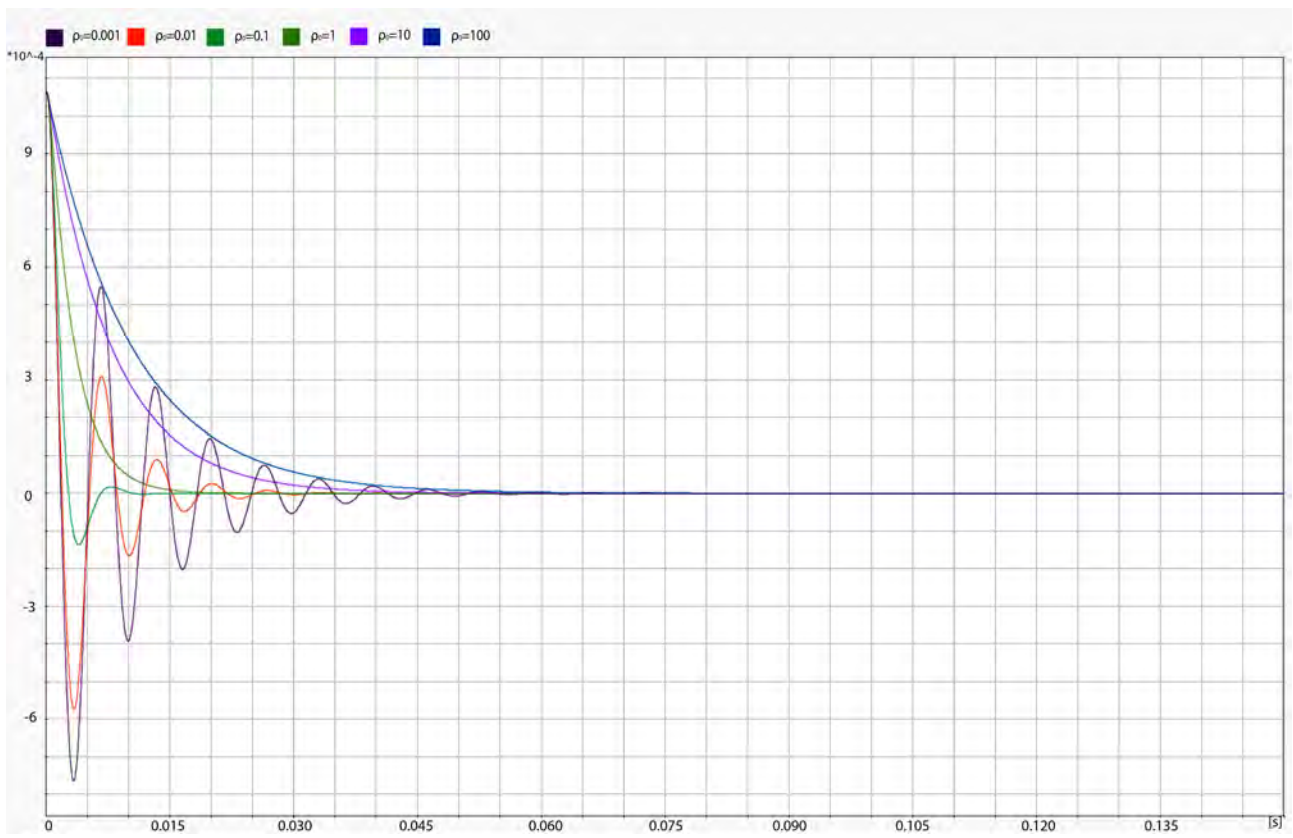
(α')



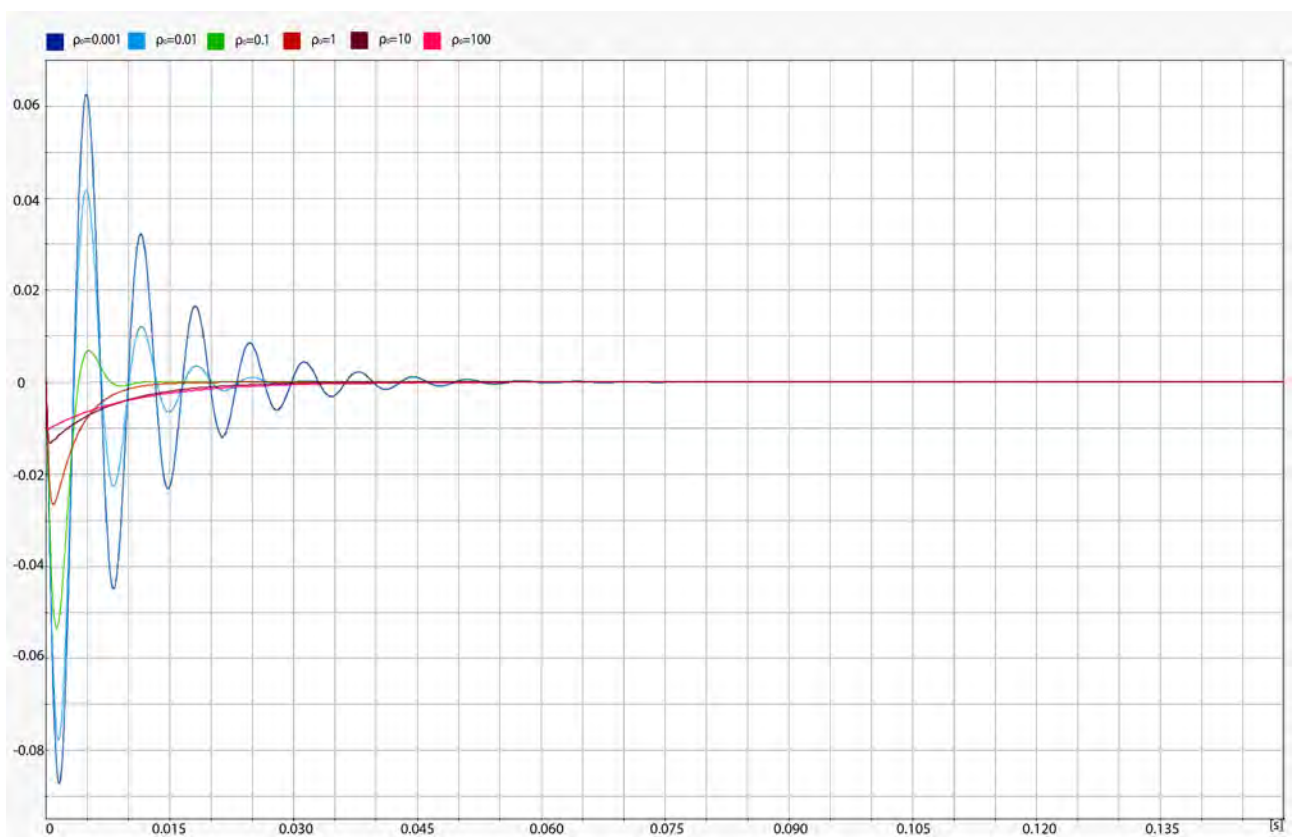
(β')

Σχήμα 4.20: Σύγκριση παρατηρήτη μειωμένης τάξης και πραγματικών μεταβλητών κατάστασης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης).

Στη συνέχεια, ελέγχονται διαφορετικές περιπτώσεις κερδών LQR, ώστε να βρεθεί η κατάλληλη τιμή τους, η οποία, από τη μία, θα προσφέρει αρκετή ενεργητική απόσβεση στο σύστημα αλλά, από την άλλη, δεν θα ξεπερνάει τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί. Αντίστοιχα με τη δοκό, ο λόγος ρ_0 κυμαίνεται από το 0.001 έως το 100 αυξανόμενος κάθε φορά κατά μία τάξη μεγέθους. Όπως είναι εμφανές, με την αύξηση του λόγου LQR η απόκριση γίνεται ταχύτερη (Σχ. 4.21) και αντιστοίχως η ενέργεια ελέγχου αυξάνεται (Σχ. 4.22). Προκειμένου το σύστημα να βρίσκεται εντός των προδιαγραφών και τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα να έχουν ικανοποιητική επίδραση στην απόσβεση επιλέγεται ο λόγος $\rho_0 = 0.01$, το οποίο αντιστοιχεί σε τιμές ηλεκτρικής τάσης επενεργητών περί τα 300 V, όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα επίλυσης του προγράμματος MATLAB (βλ. Σχ. 4.31).

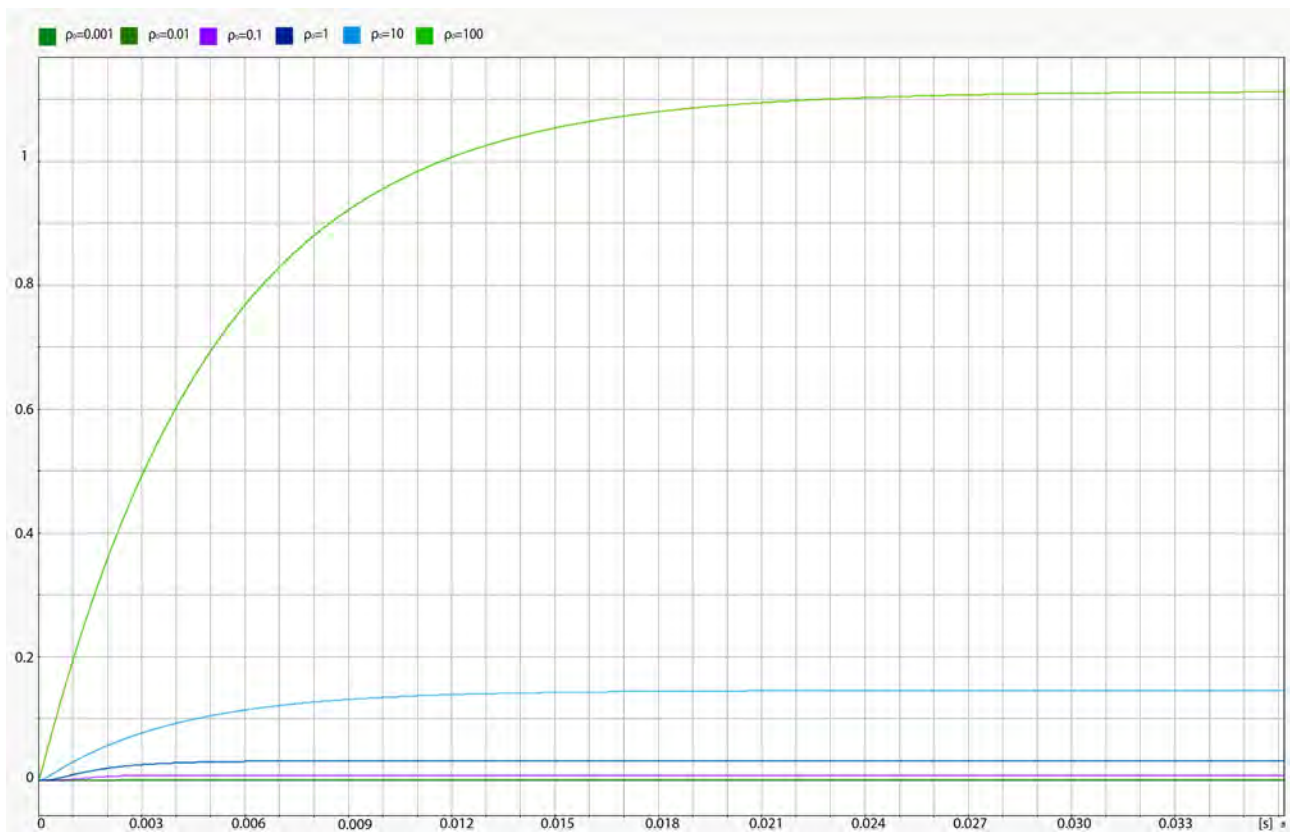


(α')



(β')

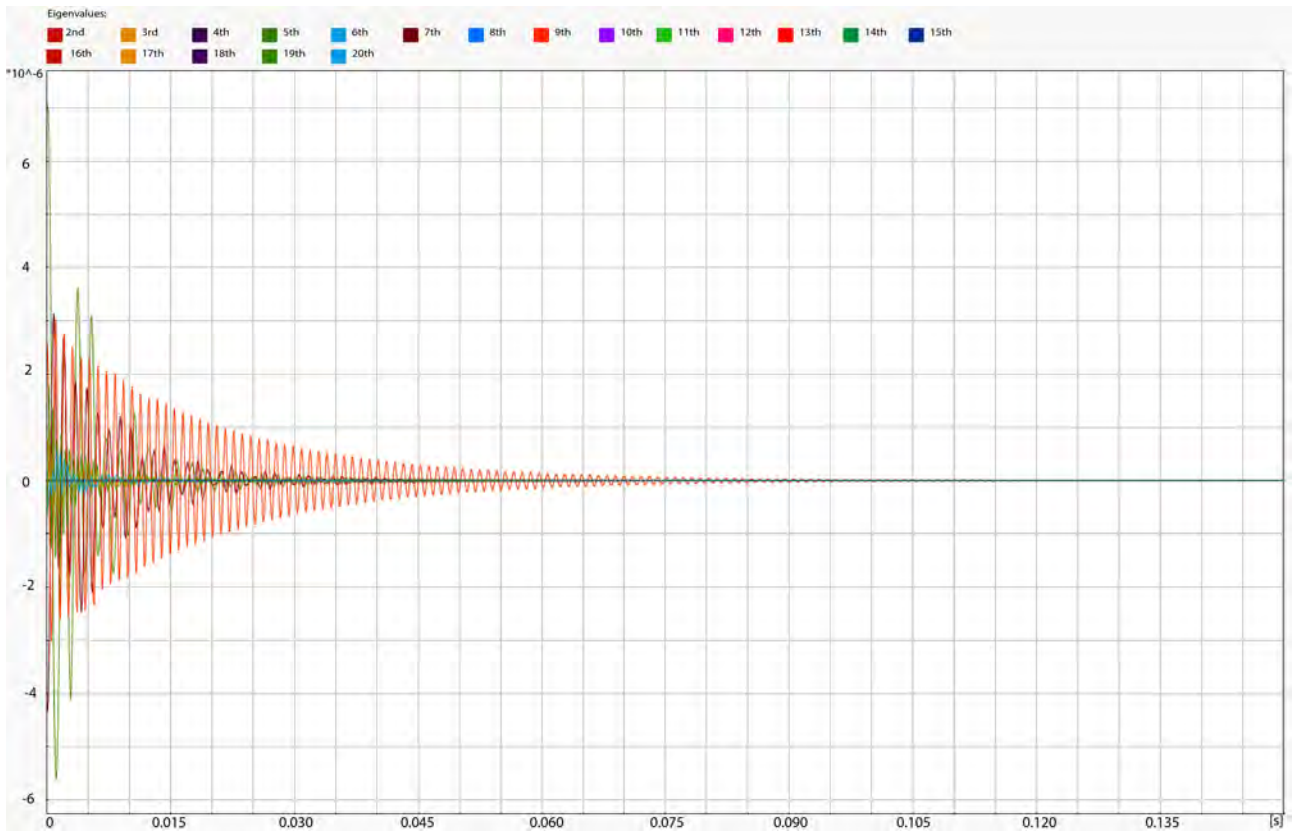
Σχήμα 4.21: Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ταχύτητα κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης).



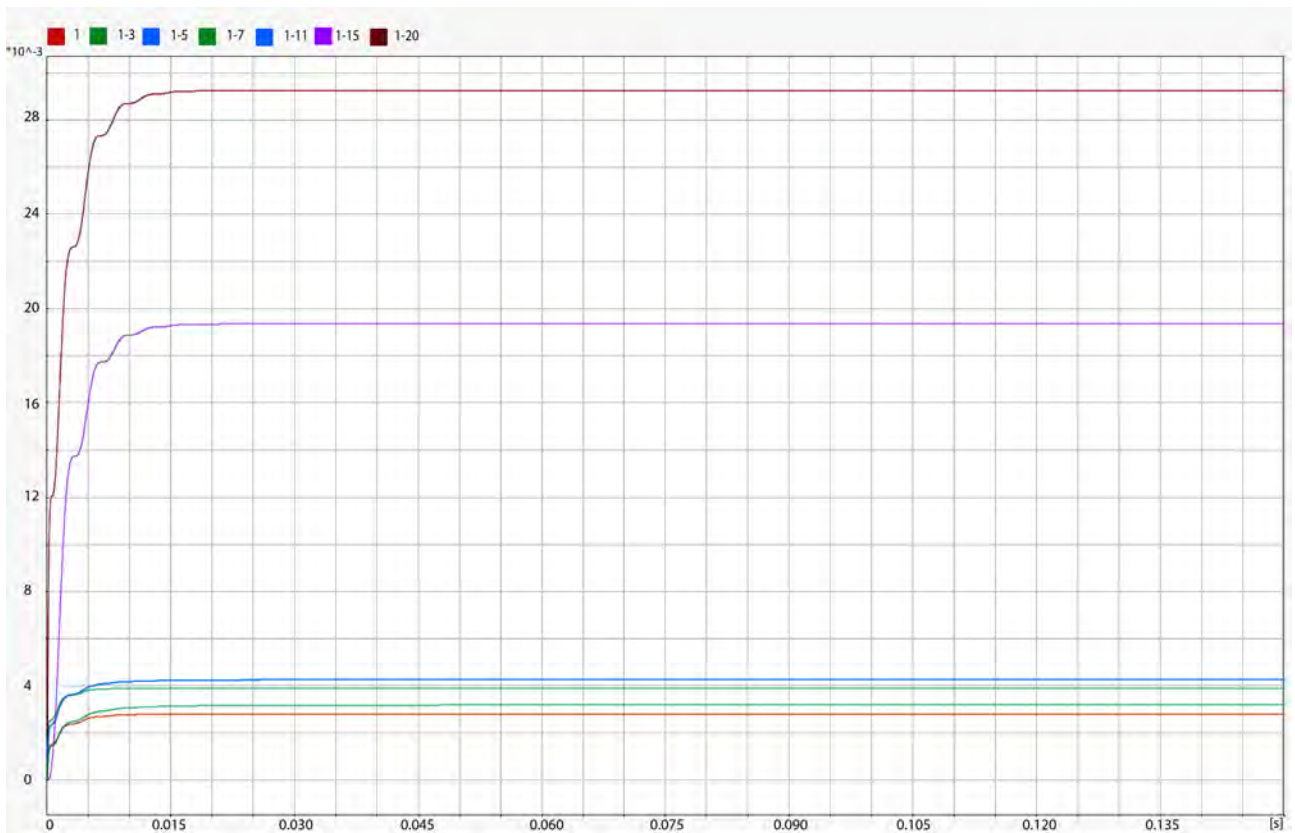
Σχήμα 4.22: Απόκριση ενέργειας συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR.

Το ύστατο βήμα στην επιλογή παραμέτρων είναι ο αριθμός των μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων στο σύστημα ελέγχου. Για αυτό παρατίθενται σχήματα με μοντελοποιημένες περισσότερες ιδιοσυχνότητες και γίνεται σύγκριση μεταξύ τους. Δεδομένου πως στην περίπτωση της δοκού έχουν φανεί τέτοια σχήματα, στο παρόν παρουσιάζεται οι αποκρίσεις του διανύσματος μετατόπισης του κέντρου της πλάκας για τις ιδιοσυχνότητες 2 έως 20 (Σχ. 4.23) και οι ενέργειες ελέγχου για μοντέλα με 1,3,5,7,11,15,17 και 20 ιδιομορφές μοντελοποιημένες (Σχ. 4.24).

Στο Σχ. 4.23, φαίνεται για τις 20 ιδιοσυχνότητες η επιρροή τους στη μετατόπιση της πλάκας, ο συνδυασμός όλων των αποκρίσεων τους καταλήγει στην απόκριση του κέντρου της πλάκας σε φυσικές ιδιοσυχνότητες. Τα συμπεράσματα από τα Σχ. 4.23 και 4.24 είναι παρόμοια με αυτά της δοκού. Οι πρώτες ιδιοσυχνότητες έχουν την περισσότερη ενέργεια ταλάντωσης, λόγω του ποσοστού μάζας σε αυτές, ενώ καθώς προστίθενται περισσότερες ιδιομορφές στο μοντέλο η ενέργεια ελέγχου παρουσιάζει αυξητική πορεία (Σχ. 4.24). Στην περίπτωση της πλάκας δεν υπάρχουν ιδιοσυχνότητες που δεν είναι ελέγξιμες - όπως γινόταν για τις στρεπτικές ιδιοσυχνότητες στη δοκό - λόγω της διαρρύθμισης των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων, επομένως όλες οι ιδιομορφές μπορούν να αποσβεστούν από τους επενεργητές.



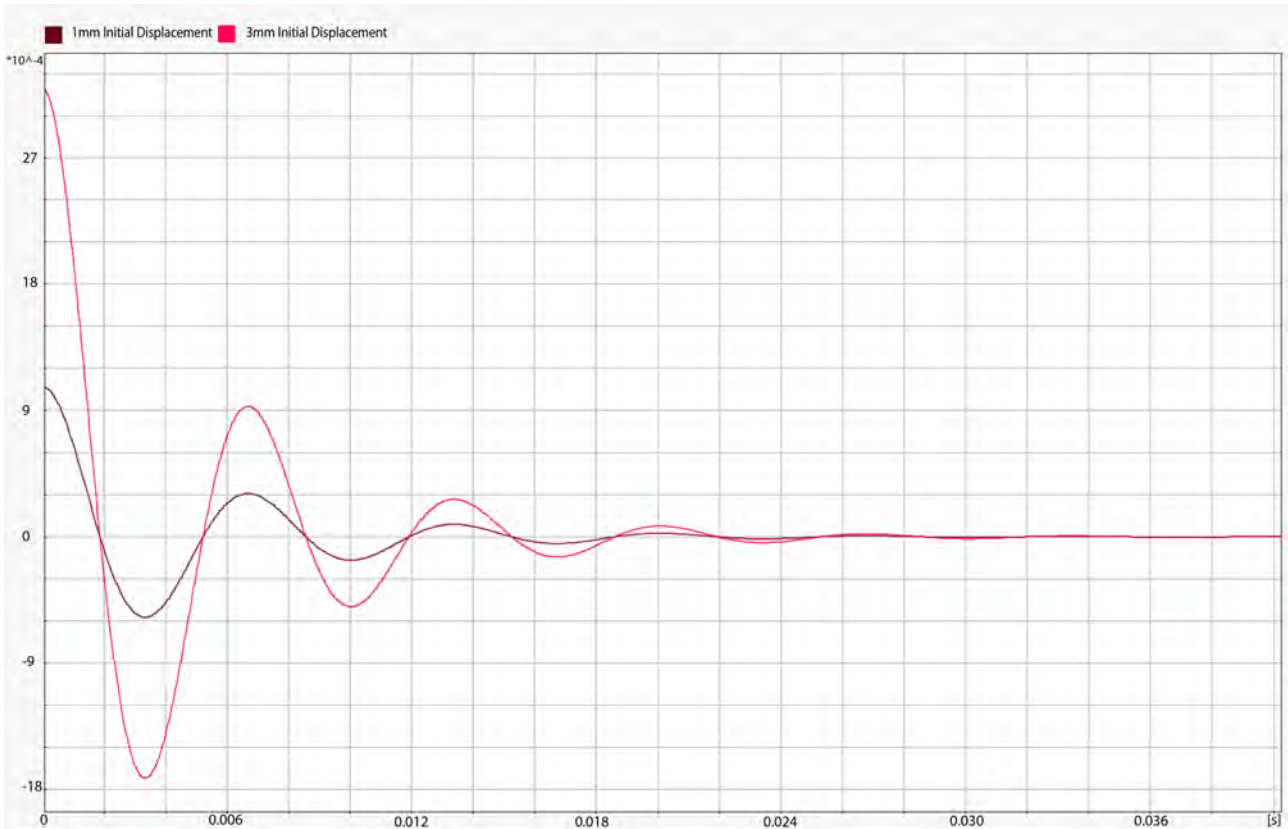
Σχήμα 4.23: Αποκρίσεις διανύσματος μετατόπισης ελεύθερου άκρου πλάκας 2ης έως 20ης ιδιοσυχνότητας.



Σχήμα 4.24: Αποκρίσεις ενέργειας ελέγχου μοντέλων .

Τέλος, παρουσιάζονται διαγράμματα σύγκρισης μεταξύ δύο διαφορετικών αρχικών συνθηκών του μοντέλου και συγκεκριμένα δύο μετατοπίσεων του κέντρου της πλάκας. Στο Σχ. 4.25, η πορτοκαλί καμπύλη είναι για αρχική μετατόπιση κέντρου 1 mm ενώ η μπλε για 3 mm. Είναι εμφανές πως το μέτρο της μπλε καμπύλης είναι

τριπλάσιο της πορτοκαλί καθ' όλη τη διάρκεια της απόκρισης, επιβεβαιώνοντας τη γραμμικότητα του μοντέλου.

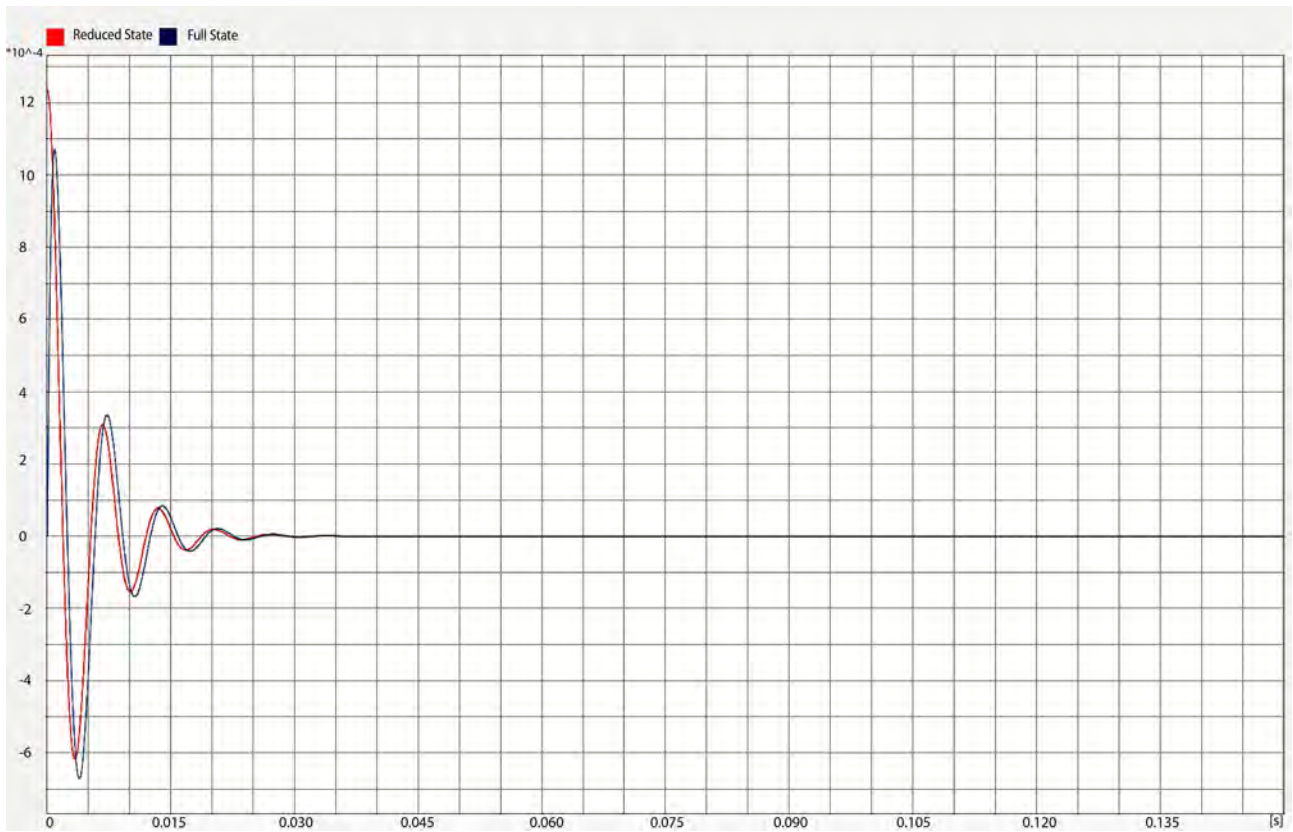


Σχήμα 4.25: Αποκρίσεις μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης) διαφορετικών αρχικών συνθηκών.

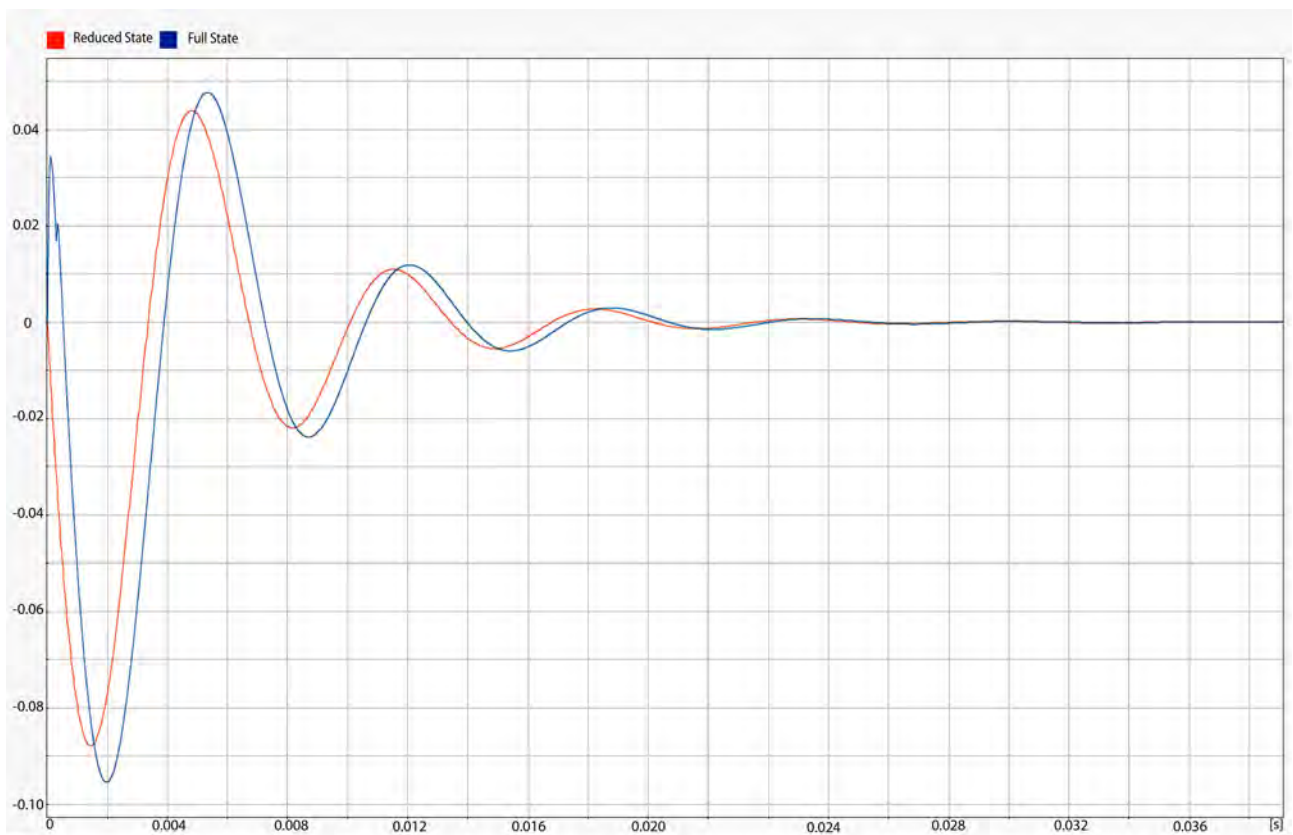
4.7.1.2 Οριακές συνθήκες άρθρωσης ακμών - SSSS

Αντίστοιχα με την παραπάνω ανάλυση γίνεται και για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών, οι οποίες αντιστοιχούν αρθρώσεις στις 4 πλευρές της πλάκας. Η ανάλυση που έγινε είναι ίδια με των προηγούμενων συνθηκών συνεπώς θα παρουσιάζονται τα διαγράμματα και θα γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων. Όσον αφορά τα δύο είδη στοιχείων πλεγματοποίησης, δεν θεωρήθηκε αναγκαίο να εξεταστούν ξανά οι διαφορές στην απόκριση τους δεδομένου πως έχει επιβεβαιωθεί τόσο για δοκό όσο και για πλάκα η ομοιότητα τους.

Έτσι για τους δύο παρατηρητές, μειωμένης και πλήρους τάξης, φαίνεται από τα Σχ. 4.26 πως υπάρχουν διαφορές μεταξύ του παρατηρητή μειωμένης τάξης - με πορτοκαλί χρώμα - και του πλήρους τάξης - με μπλε χρώμα - οι οποίες συμβαδίζουν με αυτές που βρέθηκαν στις άλλες οριακές συνθήκες.



(α')



(β')

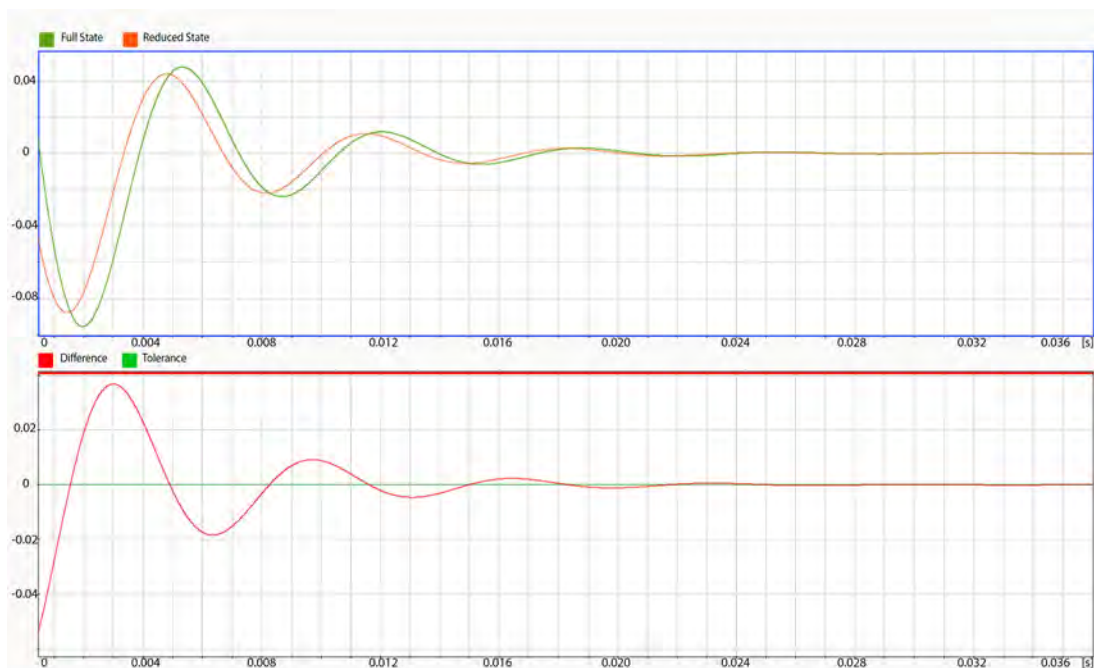
Σχήμα 4.26: Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης και πλήρους τάξης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης).

Ελέγχοντας τις διαφορές μεταξύ πραγματικών και παρατηρήσιμων συνθηκών για τον παρατηρητή

μειωμένης τάξης, είναι εμφανές πως ενώ υπάρχουν διαφορές μεταξύ τους που οφείλονται στην ταχύτητα των πόλων του παρατηρητή (Σχ. 4.27). Αυτές πολύ γρήγορα περιορίζονται και παρατηρούνται με ακρίβεια οι πραγματικές καταστάσεις. Επομένως, ο παρατηρητής μειωμένης τάξης είναι το καλύτερο δυνατό υποσύστημα για την παρατήρηση καταστάσεων για τον έλεγχο του συστήματος.



(α')



(β')

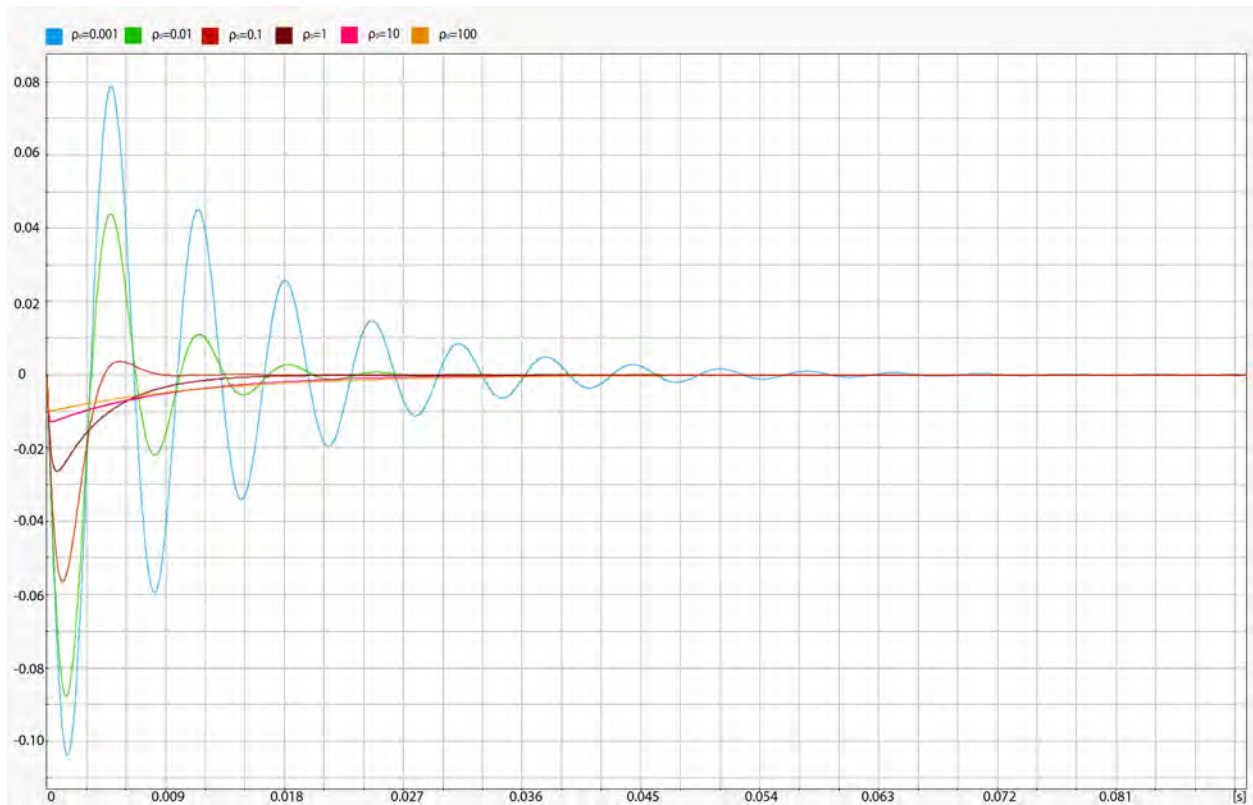
Σχήμα 4.27: Σύγκριση παρατηρητή μειωμένης τάξης και πραγματικών μεταβλητών κατάστασης. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Σύγκριση απόκρισης ταχύτητας κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης).

Όσον αφορά τα κέρδη ελεγκτή, αυτά κυμαίνονται στις ίδιες τιμές με αυτά της πακτωμένης πλάκας. Από τα Σχ. 4.28, μπορεί εύκολα να γίνει αντιληπτό πως με τη μείωση του χρόνου αποκατάστασης του συστήματος και με την αύξηση της ενεργητικής απόσβεσης του συστήματος, η απόκριση τόσο της μετατόπισης (Σχ. 4.28α') όσο και της ταχύτητας (Σχ. 4.28β') βελτιώνεται, αφού ελέγχονται και οι δύο, ενώ προκύπτει αύξηση της ισχύος

και ενέργειας ελέγχου του συστήματος (Σχ. 4.29). Ο λόγος ρ_0 για την περίπτωση της αρθρωμένης πλάκας θα ισούται με 0.003.

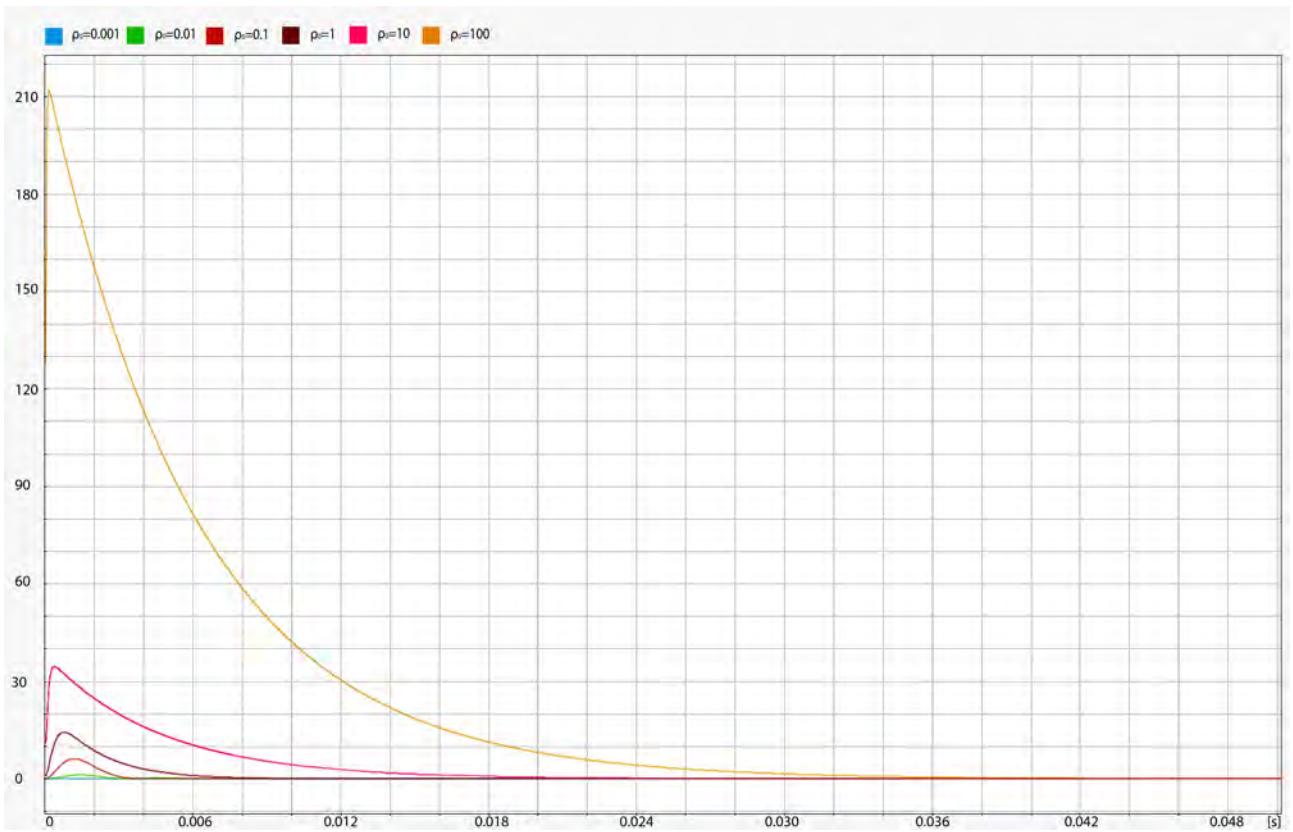


(α')

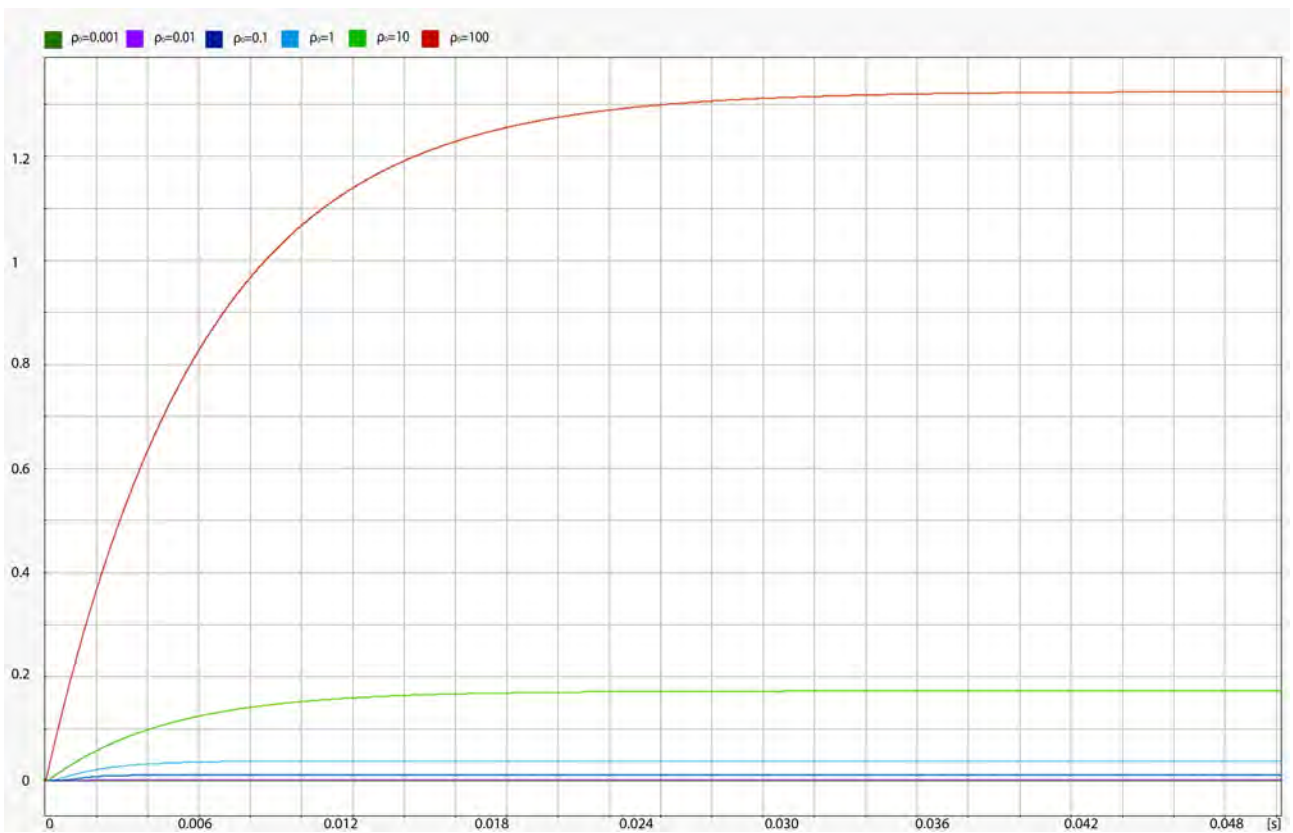


(β')

Σχήμα 4.28: Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ταχύτητα κέντρου πλάκας (2ης μεταβλητής κατάστασης).



(α')

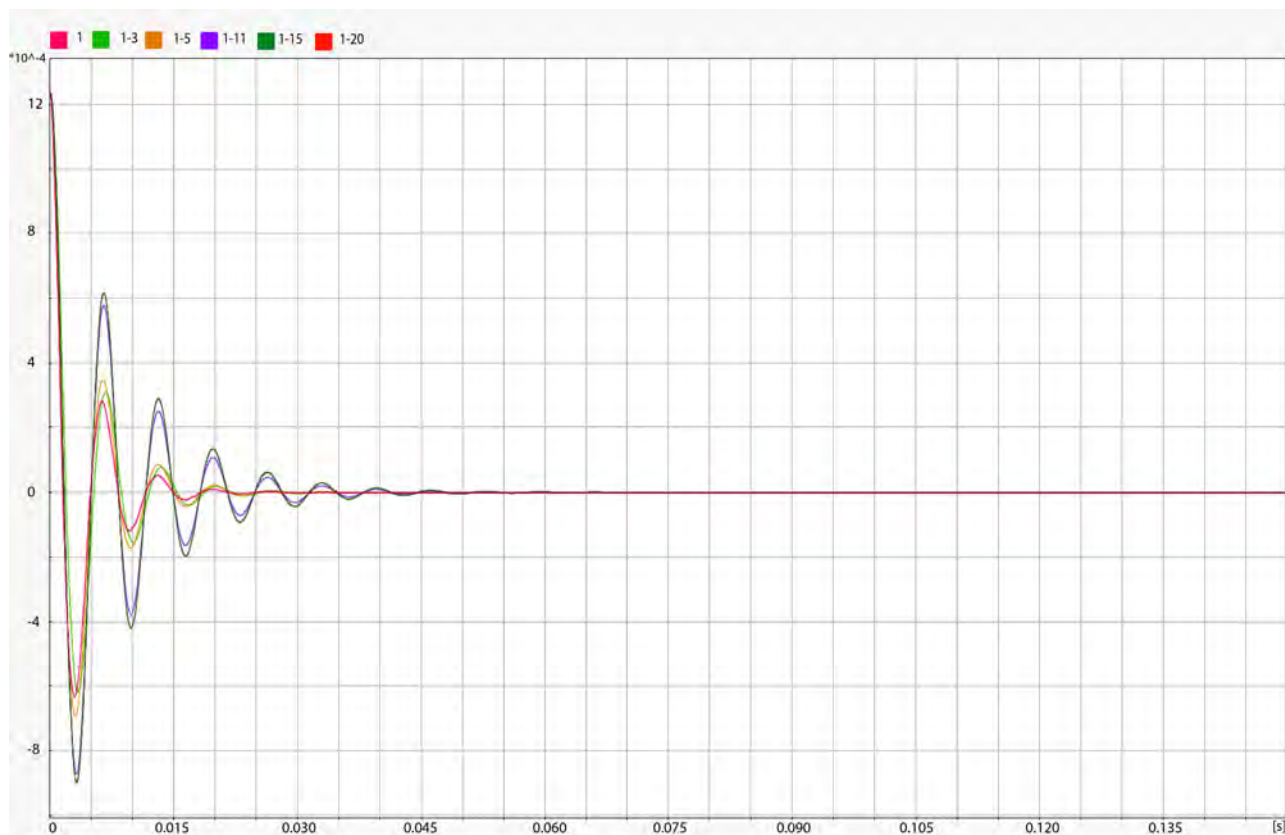


(β')

Σχήμα 4.29: Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Ισχύς ελέγχου. β' Ενέργεια ελέγχου.

Τέλος, για τη σύγκριση μεταξύ του διαφορετικού αριθμού μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων παρουσιάζεται το επόμενο διάγραμμα (Σχ. 4.30) με την απόκριση του συστήματος στην πρώτη ιδιομορφή

για διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιομορφών. Στο Σχ. 4.30, συμπεραίνεται πως αυξάνοντας τις μοντελοποιημένες ιδιομορφές στο σύστημα, η απόκριση γίνεται πιο ακριβής και συγκλίνει περισσότερο στην πραγματικότητα. Για τις αρχικές συνθήκες, οι οποίες βασίζονται στον αντίστροφο μορφικό μετασχηματισμό για να μετασχηματιστούν σε φυσικές συντεταγμένες, όπως φαίνεται για μηδενικό χρόνο, πλησιάζουν επίσης την πραγματική τους τιμή.

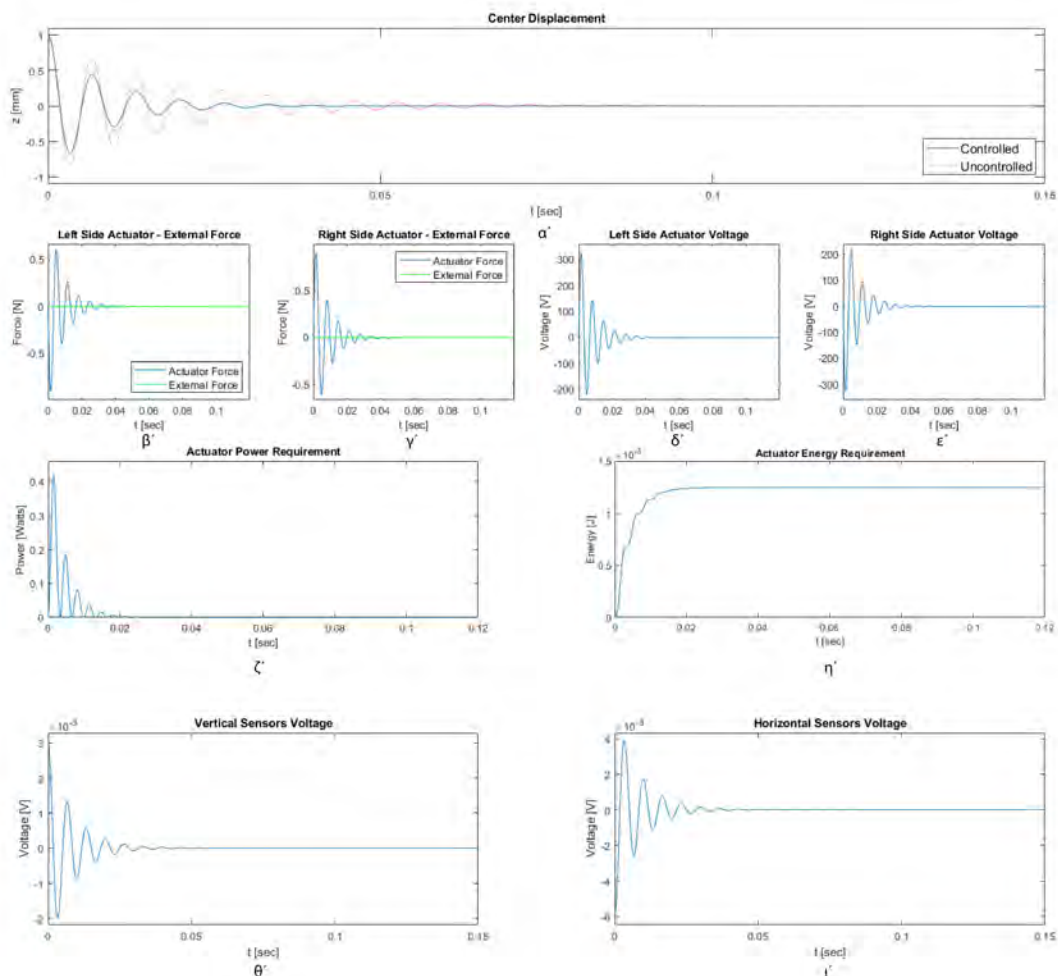


Σχήμα 4.30: Αποκρίσεις μετατόπισης κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης) για διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιομορφών.

Από τις παραπάνω μελέτες και σε συνδυασμό με τη μελέτη που έχει γίνει για τη δοκό αποδεικνύεται η εγκυρότητα των μοντέλων που χρησιμοποιούνται έτσι μπορούν να εξαχθούν τα αποτελέσματα του συστήματος σε μορφή που είναι χρήσιμη για το χρήστη και να αξιοποιηθεί το σύστημα ελέγχου σε πραγματικές εφαρμογές.

4.7.2 Εξαγωγή αποτελεσμάτων

Τα τελικά αποτελέσματα για την πρώτη ιδιοσυχνότητα μοντελοποιημένη και για την αρθρωμένη πλάκα με τις ρυθμίσεις που έχουν αναφερθεί στην παραπάνω ενότητα παρουσιάζονται στη συνέχεια.



Σχήμα 4.31: Αποτελέσματα απόκρισης επενεργητών και αισθητήρων. α' Απόκριση κέντρου (φυσικές συντεταγμένες). β' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. δ' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. ε' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. ζ' Ισχύς ελέγχου. η' Ενέργεια ελέγχου. θ' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - κατακόρυφη διεύθυνση. ι' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - οριζόντια διεύθυνση.

Στο Σχ. 4.31, φαίνεται η απόκριση του κέντρου της πλάκας σε φυσικές ιδιοσυχνότητες (Σχ. 4.31α') ενώ από κάτω παρουσιάζονται από δεξιά προς τα αριστερά η ασκούμενη δύναμη από τους επενεργητές (Σχ. 4.31β', Σχ. 4.31γ'), η εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση σε αυτούς (Σχ. 4.31δ', Σχ. 4.31ε') και τέλος η ισχύς (Σχ. 4.31ζ') και ενέργεια ελέγχου (Σχ. 4.31η') όπως έχει υπολογιστεί από τις προσομοιώσεις. Σημειώνεται πως το Σχ. 4.31β' είναι για τους επενεργητές στην αριστερή πλευρά της πλάκας, ενώ το Σχ. 4.31γ' για τη δεξιά και αντίστοιχα για τα Σχ. 4.31δ' και 4.31ε'.

Όπως φαίνεται στα 4.31δ' και 4.31ε', η ηλεκτρική τάση που απαιτείται κυμαίνεται στην περιοχή των 250 με 300 V, τιμή η οποία είναι κάτω από τα όρια που επιτρέπουν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα για συνεχή φόρτιση, ενώ υπερβαίνει το όριο της διατιθέμενης ηλεκτρικής τροφοδοσίας για πειραματική διαδικασία (150 V). Από τα αποτελέσματα φαίνεται πως η ηλεκτρική τάση στους επενεργητές είναι ίδια για όλους, επιβεβαιώνοντας τη συμμετρία της απόκρισης. Η οριακή συνθήκη φαίνεται στο Σχ. 4.31α' να μην ξεκινάει από τη μονάδα όπως έχει οριστεί, ωστόσο αυτό οφείλεται στον αντίστροφο μορφικό μετασχηματισμό, αν μοντελοποιηθούν περισσότερες ιδιοσυχνότητες τότε θα πλησιάσει στην πραγματική τιμή.

Επιπλέον στα Σχ. 4.31θ' και 4.31ι' είναι η υπολογιζόμενη ηλεκτρική τάση στους κάθετους και οριζόντιους

αισθητήρες, αντίστοιχα. Όπως είναι εμφανές, η ηλεκτρική τάση που εμφανίζεται στους αισθητήρες δεν είναι ίδια για αυτούς που βρίσκονται στη κάθετη διεύθυνση και για αυτούς που βρίσκονται στην οριζόντια. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι λόγω ορθοτροπίας του υλικού της πλάκας δεν προκύπτει το ίδιο πλήθος ιδιομορφών σε κάθε κατεύθυνση (π.χ. μπορεί να προκύπτουν πρώτα οι 1,2 και 13 και μετά η 2,1), καθώς και στο τρόπο με τον οποίο παραμορφώνεται η πλάκα εξαιτίας των επενεργητών.

4.8 Υπολογιστική Επαλήθευση Αποτελεσμάτων Μοντέλου

Ομοίως με την περίπτωση της δοκού, η απόκριση της πλάκας πρέπει να επιβεβαιωθεί μέσω δοκιμών είτε υπολογιστικών ή πειραματικών. Για το λόγο αυτό και δεδομένου πως έχει ελεγχθεί η αρχή λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων στην πλάκα (βλ. Εν. 4.5) και του αυτομάτου ελέγχου (βλ. Εν. 4.7), μπορεί να γίνει προσομοίωση ελέγχου ανοιχτού βρόχου στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων, όπως έγινε και στη δοκό.

4.8.1 Υπολογιστική προσομοίωση ανοιχτού βρόχου

Για την ανάλυση αυτή δεν υπάρχουν προς το παρόν πειραματικά δεδομένα, παρά μόνο σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από το πρόγραμμα που έχει δημιουργηθεί για τον αυτόματο έλεγχο της πλάκας και των αποτελεσμάτων απόκρισης που προκύπτουν από το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Σημειώνεται πως αυτό έγινε και για τις δύο περιπτώσεις οριακών συνθηκών στην πλάκα - πακτωμένη και αρθρωμένη - και έτσι θα παρουσιαστεί.

Η συγκεκριμένη μελέτη περιλαμβάνει την προσομοίωση του συστήματος στο πρόγραμμα που έχει σχεδιαστεί στην Εν. 4.6 από το οποίο θα εξαχθούν οι εισοδοί που προκύπτουν από τον ελεγκτή για το σύστημα εξισώσεων του συναρμολογήματος, η απόκριση του κέντρου της πλάκας καθώς και οι ηλεκτρικές τάσεις που αναπτύσσονται στους αισθητήρες. Όσον αφορά τις εισόδους, αυτές είναι οι εφαρμοζόμενες δυνάμεις που αντικαθιστούν την επίδραση του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου των επενεργητών.

Αναλυτικά, οι αρχικές συνθήκες που εφαρμόζονται στο μοντέλο ανεξαρτήτως οριακών είναι μετατόπιση 1 mm του κέντρου της πλάκας. Βάσει αυτών επιδιώκεται ο μηδενισμός της ελεύθερης ταλάντωσης της πλάκας και η εξαγωγή των κατάλληλων αποτελεσμάτων. Στο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων, εφαρμόζονται οι οριακές και αρχικές συνθήκες ενώ τα ζεύγη δυνάμεων που έχουν υπολογιστεί μοιράζονται αναλόγως της διεύθυνσης τους, αφού όπως έχει αποδειχθεί στη θεωρία στην περίπτωση της πλάκας τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία εφαρμόζουν διαφορετικές μηχανικές τάσεις σε κάθε διεύθυνση (βλ. Εν. 2.4.2.2). Στο τέλος, τα αποτελέσματα αποκρίσεων από τα δύο μοντέλα - SIMULINK και πεπερασμένα στοιχεία - συγκεντρώνονται και συγκρίνονται.

4.8.1.1 Οριακές συνθήκες πάκτωσης ακμών - CCCC

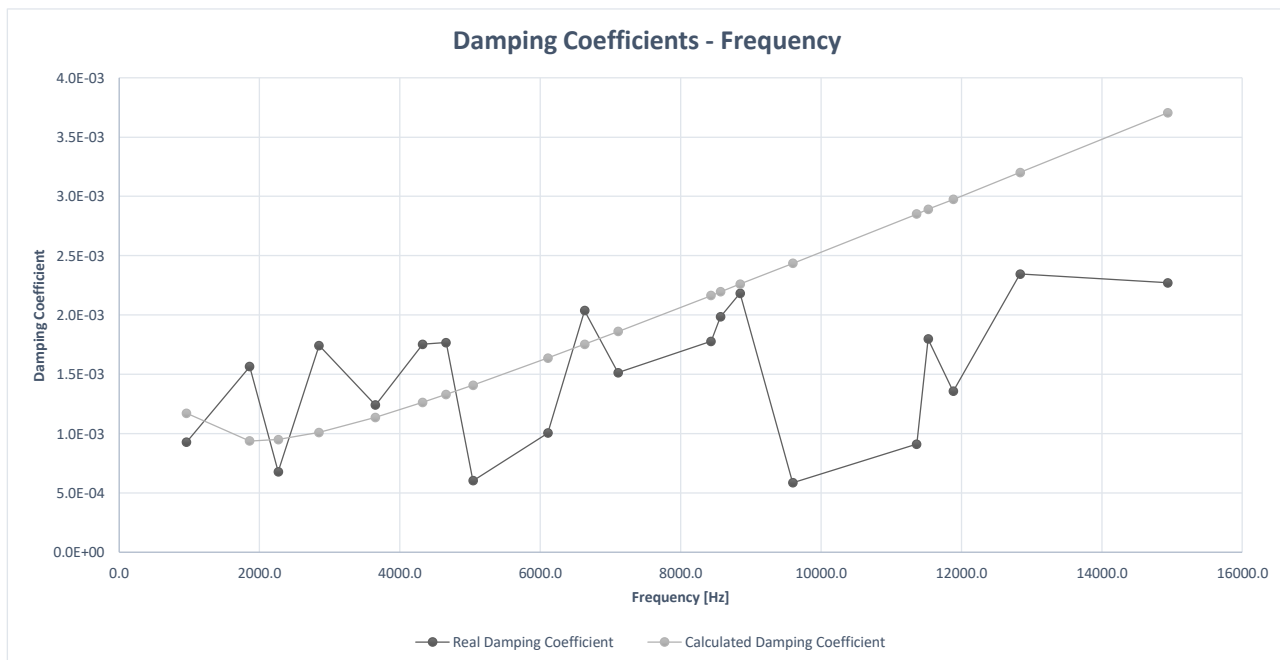
Υπολογισμός συντελεστών απόσβεσης Rayleigh

Προτού παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της ανάλυσης, όπως και στην περίπτωση της δοκού, πρέπει να βρεθούν για το μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων οι συντελεστές απόσβεσης Rayleigh. Η διαδικασία είναι ίδια με διαφορά τους γνωστούς συντελεστές απόσβεσης, τις φυσικές συχνότητες της πλάκας και τους συντελεστές Rayleigh για κάθε ιδιοσυχνότητα της πακτωμένης πλάκας οπότε προκύπτει ο Πιν. 4.2.

Πίνακας 4.2: Πίνακας συντελεστών απόσβεσης, φυσικών ιδιοσυχνοτήτων πακτωμένης πλάκας, συντελεστών απόσβεσης Rayleigh.

	c	f [Hz]	ω [rad/s]	a	b
1	$9.27 \cdot 10^{-04}$	152.40	957.55	$3.16 \cdot 10^{-01}$	$1.59 \cdot 10^{-06}$
2	$1.57 \cdot 10^{-03}$	296.09	1860.38	$4.76 \cdot 10^{+00}$	$3.08 \cdot 10^{-07}$
3	$6.78 \cdot 10^{-04}$	360.69	2266.27	$-2.74 \cdot 10^{+00}$	$1.13 \cdot 10^{-06}$
4	$1.74 \cdot 10^{-03}$	453.21	2847.63	$5.16 \cdot 10^{+00}$	$5.87 \cdot 10^{-07}$
5	$1.24 \cdot 10^{-03}$	581.08	3651.03	$-9.71 \cdot 10^{-01}$	$7.53 \cdot 10^{-07}$
6	$1.75 \cdot 10^{-03}$	688.43	4325.51	$1.95 \cdot 10^{+00}$	$7.07 \cdot 10^{-07}$
7	$1.77 \cdot 10^{-03}$	741.40	4658.33	$1.27 \cdot 10^{+01}$	$1.76 \cdot 10^{-07}$
8	$6.03 \cdot 10^{-04}$	802.27	5040.83	$-1.25 \cdot 10^{+00}$	$2.88 \cdot 10^{-07}$
9	$1.00 \cdot 10^{-03}$	971.89	6106.55	$-9.60 \cdot 10^{+00}$	$5.86 \cdot 10^{-07}$
10	$2.04 \cdot 10^{-03}$	1055.59	6632.50	$9.52 \cdot 10^{+00}$	$3.98 \cdot 10^{-07}$
11	$1.51 \cdot 10^{-03}$	1131.23	7107.74	$1.22 \cdot 10^{+00}$	$4.02 \cdot 10^{-07}$
12	$1.78 \cdot 10^{-03}$	1342.01	8432.08	$-1.63 \cdot 10^{+00}$	$4.44 \cdot 10^{-07}$
13	$1.98 \cdot 10^{-03}$	1363.63	8567.96	$-9.82 \cdot 10^{-01}$	$4.76 \cdot 10^{-07}$
14	$2.18 \cdot 10^{-03}$	1407.96	8846.47	$3.05 \cdot 10^{+01}$	$1.04 \cdot 10^{-07}$
15	$5.85 \cdot 10^{-04}$	1527.47	9597.40	$-2.37 \cdot 10^{+00}$	$1.48 \cdot 10^{-07}$
16	$9.11 \cdot 10^{-04}$	1808.35	11362.22	$-1.81 \cdot 10^{+01}$	$3.01 \cdot 10^{-07}$
17	$1.80 \cdot 10^{-03}$	1834.77	11528.23	$1.26 \cdot 10^{+01}$	$2.17 \cdot 10^{-07}$
18	$1.36 \cdot 10^{-03}$	1891.20	11882.76	$-1.81 \cdot 10^{+01}$	$3.57 \cdot 10^{-07}$
19	$2.35 \cdot 10^{-03}$	2043.14	12837.45	$1.13 \cdot 10^{+01}$	$2.97 \cdot 10^{-07}$
20	$2.27 \cdot 10^{-03}$	2378.29	14943.23	$-3.65 \cdot 10^{+02}$	$1.94 \cdot 10^{-06}$

Ο σταθμισμένος μέσος όρος των παραπάνω συντελεστών (Πιν. 4.2), σύμφωνα με τις κυριότερες ιδιοσυχνότητες, είναι $a = 1.80$ και $b = 4.88 \cdot 10^{-7}$ και το σχήμα σύγκρισης μεταξύ των υπολογισμένων και των πραγματικών (Σχ. 4.32) παρουσιάζεται στη συνέχεια.



Σχήμα 4.32: Διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα.

Μετά το προσδιορισμό της απόσβεσης για το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων και έχοντας παρουσιάσει τη μορφή που προκύπτουν τα αποτελέσματα από το πρόγραμμα του MATLAB, ορίζονται οι συνθήκες του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων (Σχ. 4.33) όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια. Η δύναμη επενεργητή έχει την παρακάτω μορφή (Σχ. 4.34).

I: Transient Structural - Open Loop - CC

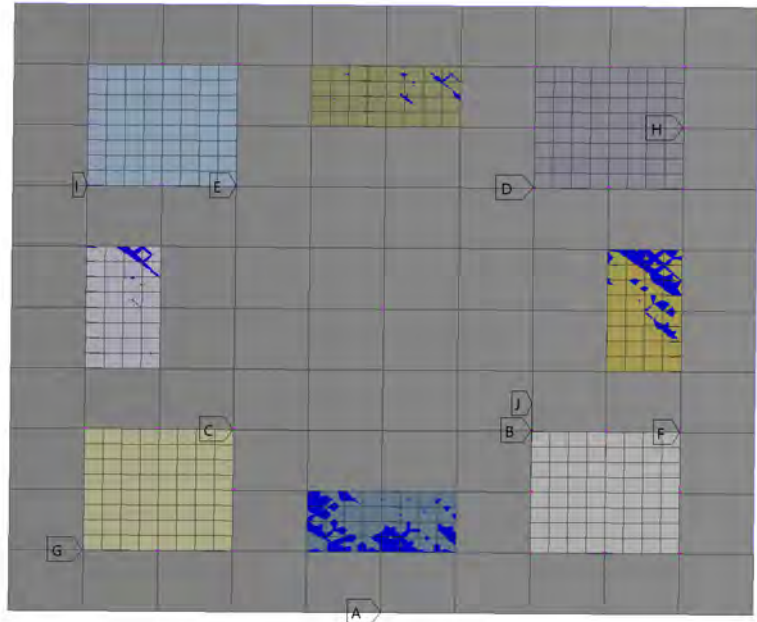
Transient

Time: 0.15 s

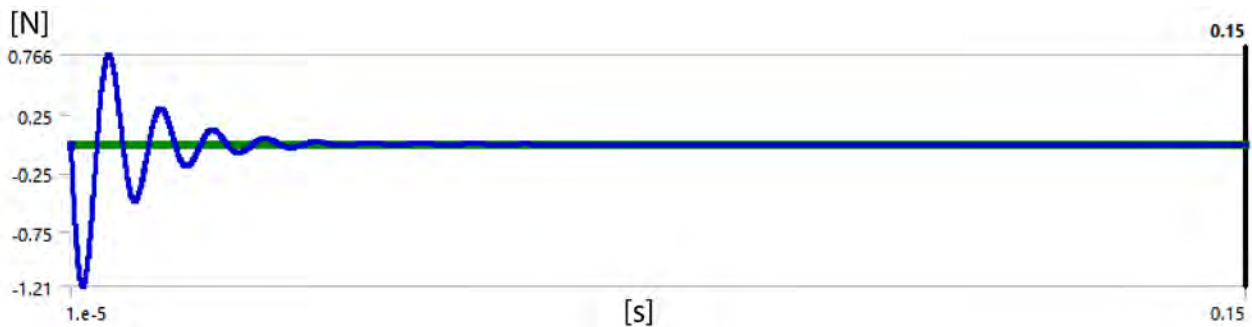
Items: 10 of 23 indicated

15/02/2019 21:12

- A Fixed Support
- B Nodal Force 1: 3.28e-008 N
- C Nodal Force 2: 3.28e-008 N
- D Nodal Force 3: 3.28e-008 N
- E Nodal Force 4: 3.28e-008 N
- F Nodal Force 5: 3.28e-008 N
- G Nodal Force 6: 3.28e-008 N
- H Nodal Force 7: 3.28e-008 N
- I Nodal Force 8: 3.28e-008 N
- J Nodal Force 9: 3.28e-008 N



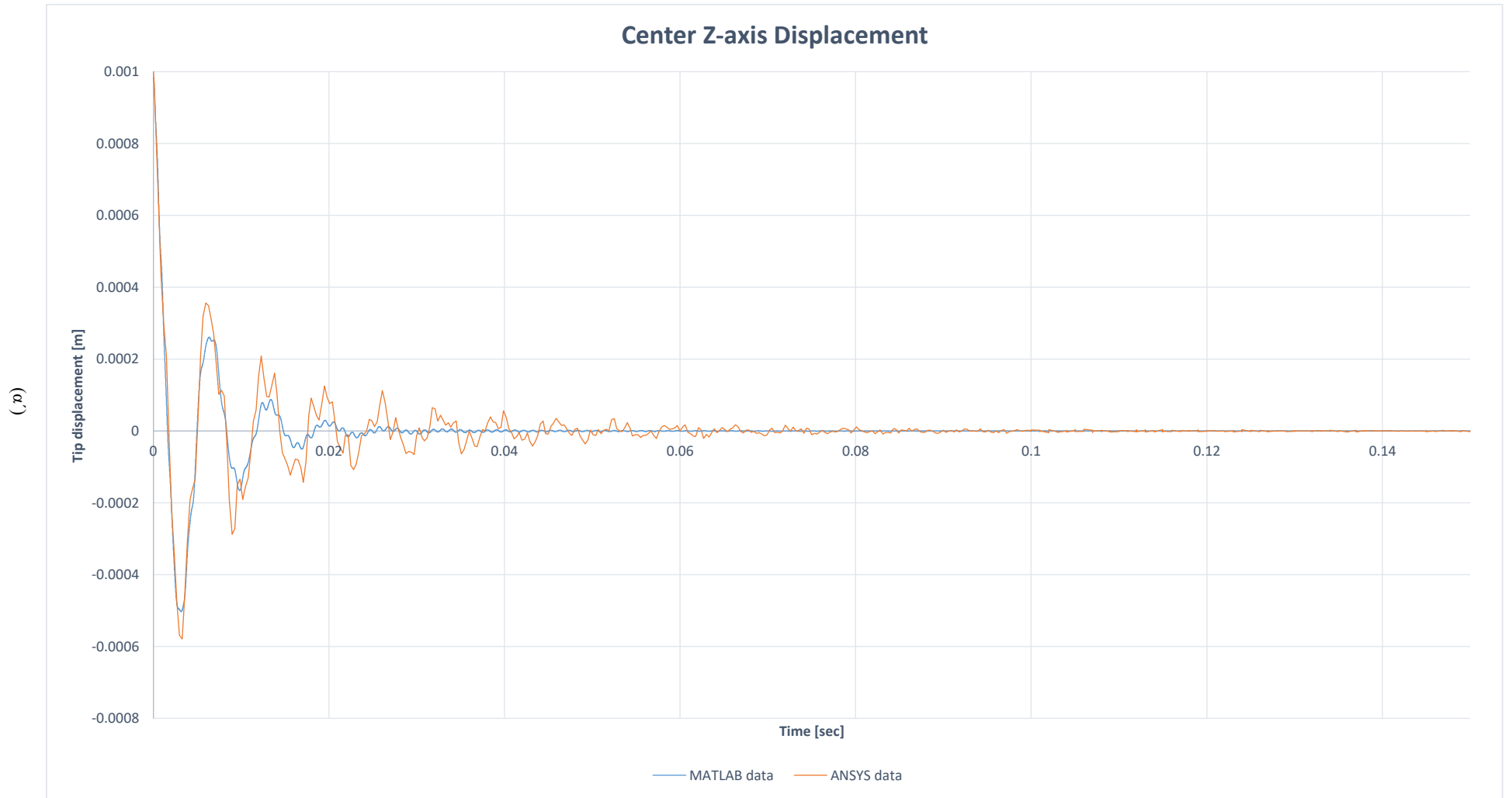
Σχήμα 4.33: Οριακές και αρχικές συνθήκες πακτωμένης πλάκας.

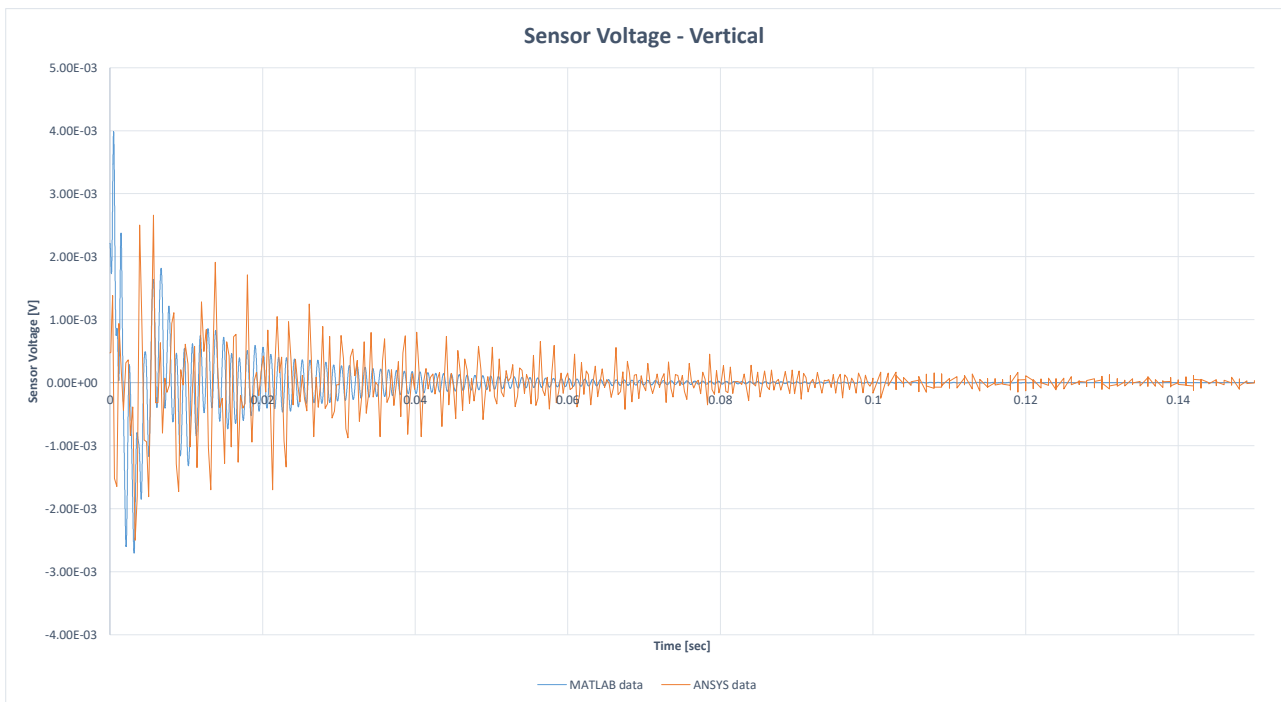


Σχήμα 4.34: Διάγραμμα δύναμης επενεργητή.

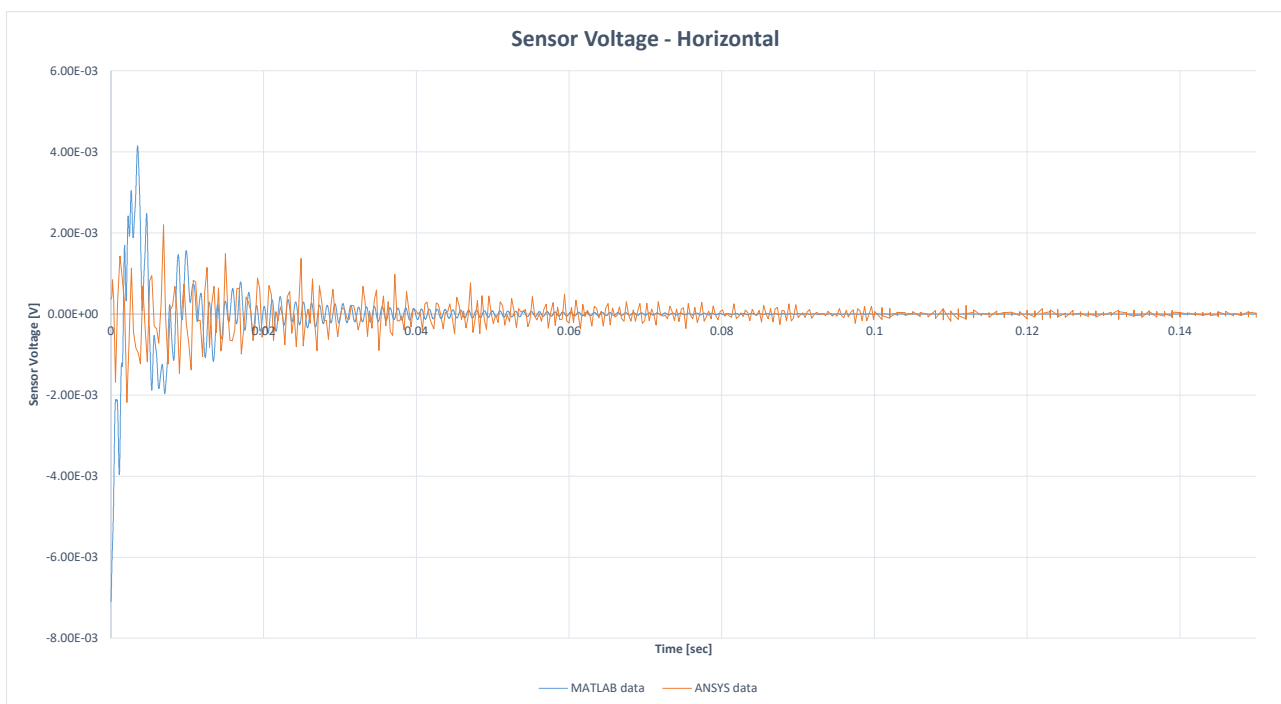
Προσομοιώνοντας το μοντέλο στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων και παρακολουθώντας την απόκριση του κέντρου της πλάκας και την ηλεκτρική τάση των αισθητήρων, συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του προγράμματος. Συνεπώς, από τα Σχ. 4.35 είναι εμφανές πως οι προσομοιώσεις έχουν διαφορές στις αποκρίσεις τόσο στη μετατόπιση του κέντρου όσο και στις ηλεκτρικές τάσεις, αλλά δεν απέχουν πολύ μεταξύ τους, καθιστώντας το μοντέλο έγκυρο. Για το πρώτο (Σχ. 4.35α'), οι διαφορές οφείλονται σε σφάλματα στρογγυλοποίησης αλλά κυρίως στην προσέγγιση των συντελεστών απόσβεσης με τους συντελεστές Rayleigh που έγινε στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Αντίστοιχα, για τους αισθητήρες στα Σχ. 4.35β' και 4.35γ', οι διαφορές οφείλονται στις διαφορετικές παραμορφώσεις που καταγράφονται σε κάθε μοντέλο όπως έχει περιγραφεί σε παραπάνω υποενότητα (βλ. Υποεν. 4.5.4), οι οποίες οφείλονται στο διαφορετικό σχήμα της πλάκας αναλόγως της επενέργειας της.

Ορισμένες παρατηρήσεις που πρέπει να γίνουν είναι πως στην περίπτωση της πλάκας, σε αντίθεση με τη δοκό, μοντελοποιήθηκαν 20 ιδιοσυχνότητες αντί για μία στο πρόγραμμα MATLAB έτσι ώστε οι αρχικές συνθήκες και η απόκριση να είναι πιο ακριβείς. Αυτό φαίνεται από το Σχ. 4.35α' όπου οι διαφορές στην αρχική μετατόπιση είναι αρκετά μικρές. Επίσης, σε αυτή τη μελέτη, οι επενεργητές δεν μοντελοποιήθηκαν καθόλου - ούτε ως παθητικά στοιχεία - χωρίς αυτό να επηρεάζει ποιοτικά τα αποτελέσματα, καθώς μόνο τα μητρώα αλλάζουν. Η διαφορά έγκειται σε ενδεχόμενη σύγκριση με πειραματικά αποτελέσματα όπου η παράλειψη των επενεργητών θα μεταβάλλει την απόκριση.





(β')



(γ')

Σχήμα 4.35: Αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης ανοιχτού βρόχου. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης κατακόρυφων αισθητήρων MATLAB-ANSYS. γ' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης οριζόντιων αισθητήρων MATLAB-ANSYS.

4.8.1.2 Οριακές συνθήκες άρθρωσης ακμών - SSSS

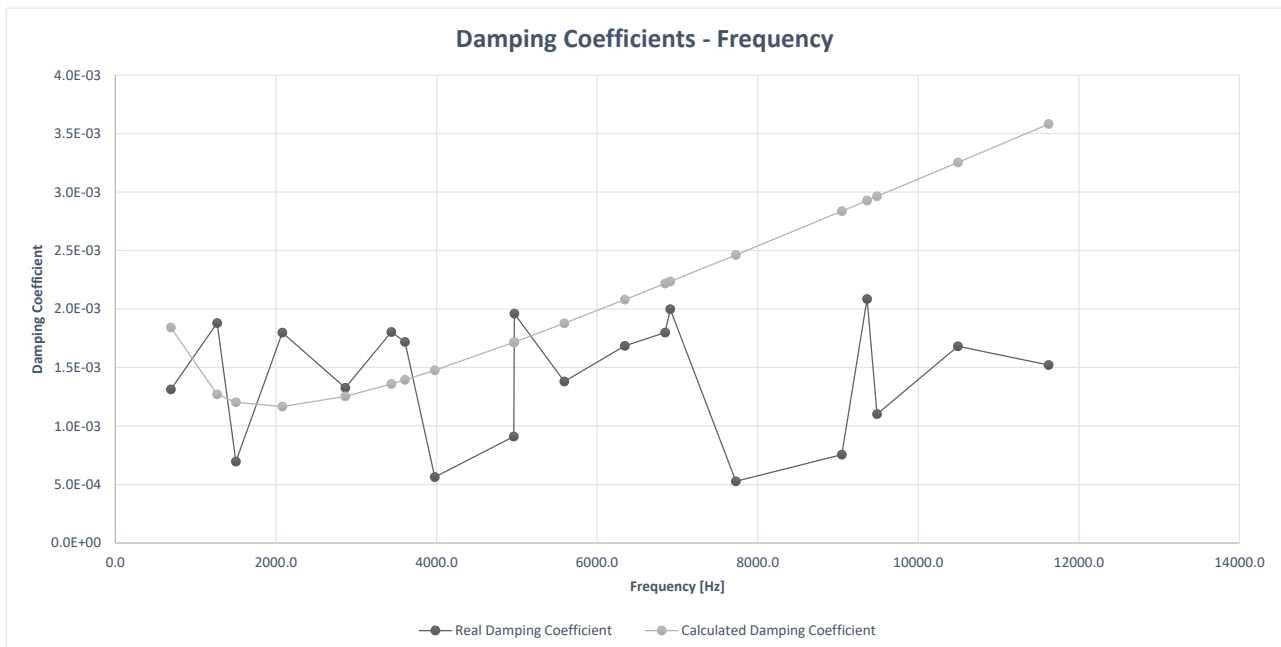
Υπολογισμός συντελεστών απόσβεσης Rayleigh

Αντίστοιχη μελέτη έγινε και για τις άλλες συνθήκες πλάκας με αρθρώσεις στις ακμές της. Η διαδικασία θα σχολιασθεί εν συντομία, αρχίζοντας με την προσέγγιση των συντελεστών απόσβεσης όπου ο Πιν. 4.3 υπολογίζει τους συντελεστές Rayleigh για κάθε ιδιοσυχνότητα της αρθρωμένης πλάκας.

Πίνακας 4.3: Πίνακας συντελεστών απόσβεσης, φυσικών ιδιοσυχνοτήτων αρθρωμένης πλάκας, συντελεστών απόσβεσης Rayleigh.

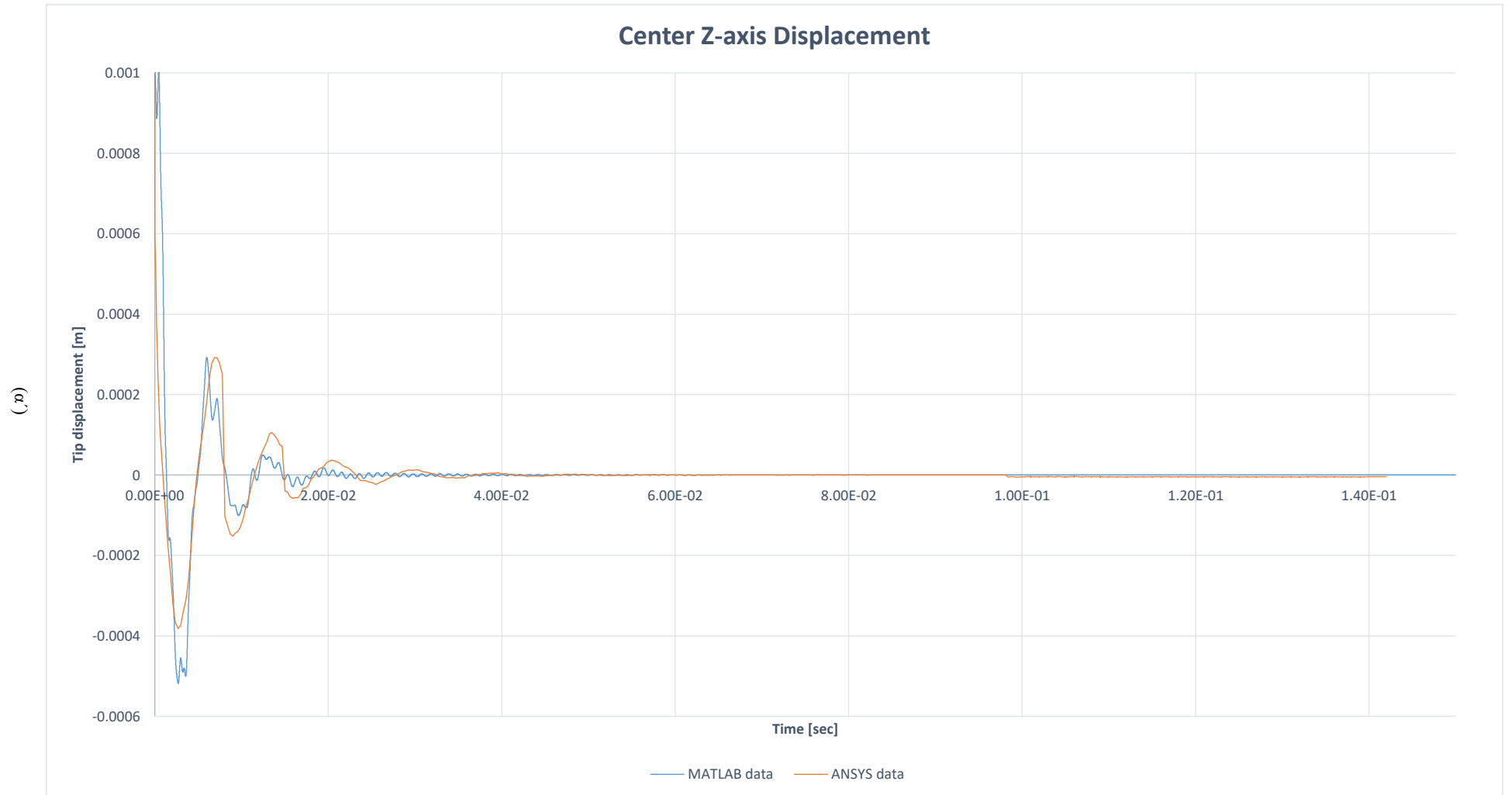
	c	f [Hz]	ω [rad/s]	a	b
1	1.3110^{-03}	110	691.15	$5.66 \cdot 10^{-01}$	$2.61 \cdot 10^{-06}$
2	1.8810^{-03}	202	1269.20	$4.53 \cdot 10^{+00}$	$1.55 \cdot 10^{-07}$
3	6.9610^{-04}	239	1501.68	$-1.23 \cdot 10^{+00}$	$1.47 \cdot 10^{-06}$
4	1.8010^{-03}	331	2079.73	$4.24 \cdot 10^{+00}$	$7.49 \cdot 10^{-07}$
5	1.3310^{-03}	456	2865.13	$-6.85 \cdot 10^{-02}$	$9.34 \cdot 10^{-07}$
6	1.8010^{-03}	547	3436.90	$2.42 \cdot 10^{+00}$	$8.45 \cdot 10^{-07}$
7	1.7210^{-03}	574	3606.55	$1.01 \cdot 10^{+01}$	$1.74 \cdot 10^{-07}$
8	5.6310^{-04}	633	3977.26	$-2.51 \cdot 10^{-01}$	$2.99 \cdot 10^{-07}$
9	9.1110^{-04}	790	4963.72	$-8.94 \cdot 10^{+00}$	$7.30 \cdot 10^{-07}$
10	1.9610^{-03}	791	4970.00	$8.57 \cdot 10^{+00}$	$4.42 \cdot 10^{-07}$
11	1.3810^{-03}	890	5592.03	$4.38 \cdot 10^{-02}$	$4.92 \cdot 10^{-07}$
12	1.6910^{-03}	1010	6346.02	$1.60 \cdot 10^{+00}$	$4.92 \cdot 10^{-07}$
13	1.8010^{-03}	1090	6848.67	$-9.76 \cdot 10^{-01}$	$5.46 \cdot 10^{-07}$
14	2.0010^{-03}	1100	6911.50	$2.25 \cdot 10^{+01}$	$1.07 \cdot 10^{-07}$
15	5.2810^{-04}	1230	7728.32	$-5.33 \cdot 10^{-01}$	$1.45 \cdot 10^{-07}$
16	7.5410^{-04}	1440	9047.79	$-2.13 \cdot 10^{+01}$	$4.27 \cdot 10^{-07}$
17	2.0910^{-03}	1490	9361.95	$2.04 \cdot 10^{+01}$	$2.13 \cdot 10^{-07}$
18	1.1010^{-03}	1510	9487.61	$-6.60 \cdot 10^{+00}$	$3.06 \cdot 10^{-07}$
19	1.6810^{-03}	1670	10492.92	$7.86 \cdot 10^{+00}$	$2.49 \cdot 10^{-07}$
20	1.5210^{-03}	1850	11623.89	$-4.78 \cdot 10^{+02}$	$3.80 \cdot 10^{-06}$

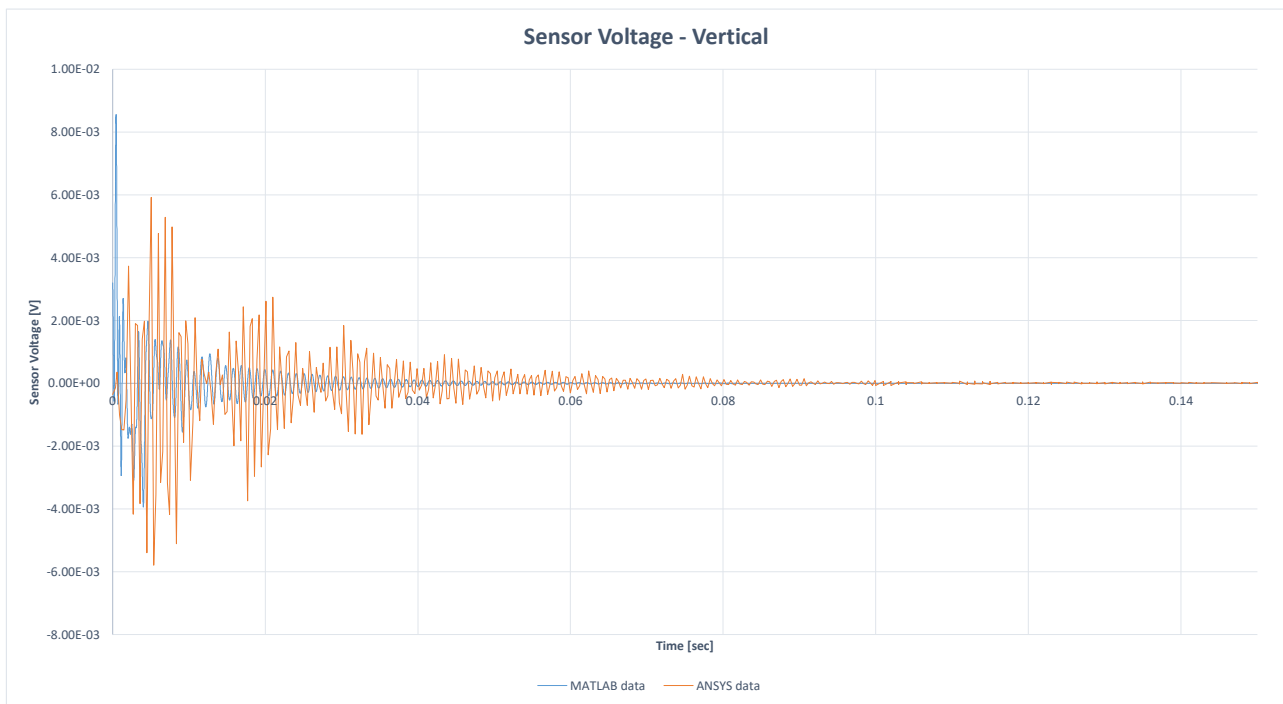
Ο σταθμισμένος μέσος όρος των παραπάνω συντελεστών (Πιν. 4.3), σύμφωνα με τις κυριότερες ιδιοσυχνότητες, είναι $a = 2.26$ και $b = 6.00 \cdot 10^{-7}$ και το σχήμα σύγκρισης 4.36 μεταξύ των υπολογισμένων και των πραγματικών φαίνεται παρακάτω.



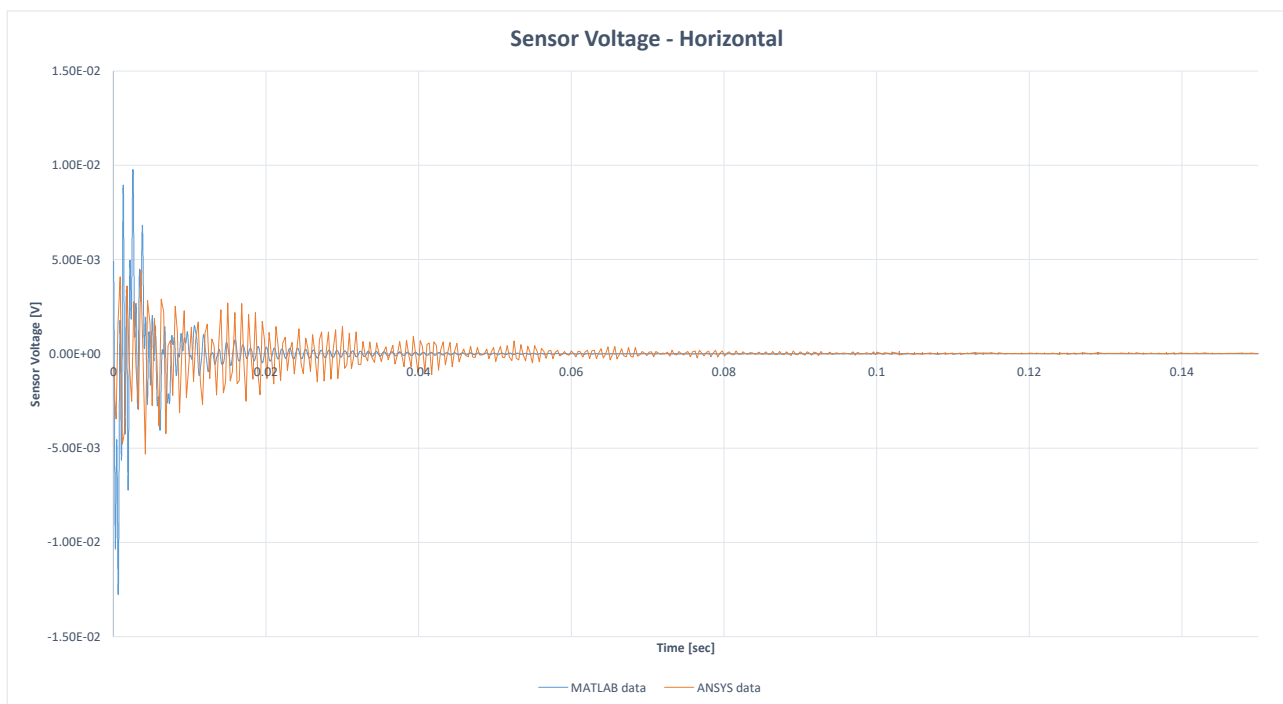
Σχήμα 4.36: Διάγραμμα συντελεστών Rayleigh σε σχέση με τη φυσική συχνότητα.

Τα αποτελέσματα για τη μετατόπιση (Σχ. 4.37α'), όπως παρουσιάζονται, επιβεβαιώνουν την εγκυρότητα του προγράμματος που έχει σχεδιαστεί στο MATLAB, το οποίο πλέον μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πειραματικές εφαρμογές κλειστού βρόχου ή για τον έλεγχο συστήματος με εξωτερικές φορτίσεις. Όσον αφορά τις ηλεκτρικές τάσεις των αισθητήρων (Σχ. 4.37β', Σχ. 4.37γ') τα αποτελέσματα ποιοτικά έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά με αυτά της πακτωμένης πλάκας, όπου η διαφορά στις τιμές οφείλεται σε όλους τους παράγοντες που έχουν αναφερθεί.





(β')



(γ')

Σχήμα 4.37: Αποτελέσματα υπολογιστικής προσομοίωσης ανοιχτού βρόχου. α' Σύγκριση απόκρισης μετατόπισης κέντρου πλάκας MATLAB-ANSYS. β' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης κατακόρυφων αισθητήρων MATLAB-ANSYS. γ' Σύγκριση ηλεκτρικής τάσης οριζόντιων αισθητήρων MATLAB-ANSYS.

Η μελέτη επαλήθευσης των αποτελεσμάτων ανοιχτού βρόχου για τις δύο περιπτώσεις οριακών συνθηκών της πλάκας, επιβεβαιώνουν την δυνατότητα του μοντέλου που έχει αναπτυχθεί για τη πλάκα να αντιπροσωπεύει ικανοποιητικά το φυσικό πρόβλημα και του συστήματος αυτομάτου ελέγχου που έχει σχεδιαστεί στο MATLAB να περιορίζει την ελεύθερη ταλάντωση της πλάκας. Εν κατακλείδι, το σύστημα αυτό μπορεί να αξιοποιηθεί σε πραγματικές εφαρμογές ελέγχου κατασκευών.

4.9 Ανάλυση Διαδικασίας Ελέγχου Δοκού και Πλάκας

Οι διαδικασίες για τη μοντελοποίηση και εφαρμογή ελέγχου σε δοκό και αντίστοιχα σε πλάκα σύνθετου υλικού έχουν πολλά κοινά στοιχεία και παρουσιάζονται συνοπτικά στη συνέχεια. Ως πρώτο βήμα, η επιθυμητή κατασκευή (δοκός, πλάκα) μοντελοποιείται με πεπερασμένα στοιχεία στο κατάλληλο λογισμικό - στην προκειμένη περίπτωση ANSYS - και υπολογίζονται οι ιδιοσυχνότητες και ιδιομορφές της στο λογισμικό, χρησιμοποιώντας την Εξ. (2.5). Ταυτόχρονα, από το λογισμικό εξάγονται τα μη κανονικοποιημένα μητρώα μάζας, δυσκαμψίας και απόσβεσης (βλ. Εξ. (2.1)) και υπολογίζονται τα μετασχηματισμένα μητρώα (βλ. Εξ. (2.9)-(2.11)) χρησιμοποιώντας κώδικα στον επιλύτη του ANSYS (βλ. Παράρτημα Α 7). Οι ιδιοσυχνότητες, τα ιδιοδιανύσματα καθώς και τα μητρώα που υπολογίστηκαν εισάγονται στο πρόγραμμα που έχει δημιουργηθεί στο MATLAB. Μαζί με αυτά εισάγονται όλες οι απαραίτητες παράμετροι του συστήματος, όπως είναι ιδιότητες υλικών, διαστάσεις του συναρμοσμένου και οι αρχικές συνθήκες της κατασκευής σε φυσικές συντεταγμένες. Στο πρόγραμμα, γίνονται μετασχηματισμοί από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο ιδιομορφών σε όλα τα απαραίτητα μητρώα, όπως είναι στις αρχικές συνθήκες - σύμφωνα με την Εξ. (2.17) - και στο μητρώο δύναμης, χρησιμοποιώντας την Εξ. (2.12). Για τον μετασχηματισμό του μητρώου δύναμης αρχικά πρέπει να δημιουργηθεί ο πίνακας δύναμης σε φυσικές συντεταγμένες. Αυτό γίνεται, όπως φαίνεται στην Υποεν. 3.4.1, μοιράζοντας μοναδιαία δύναμη στους κόμβους του πλέγματος που αντιστοιχούν στον επενεργητή. Σε περίπτωση κατασκευής με παραπάνω από ένα πιεζοηλεκτρικό επενεργητή, όπως στην πλάκα, αυτό γίνεται για κάθε επενεργητή και αντίστοιχα μητρώο δύναμης. Τελικά, δημιουργούνται όλα τα μητρώα της Εξ. (2.13) και μπορούν, εν συνεχεία, να μετασχηματιστούν στο χώρο καταστάσεων μέσω της διαδικασίας που παρουσιάζεται στην Υποεν. 2.3.1. Το επόμενο βήμα στο πρόγραμμα του MATLAB είναι ο σχεδιασμός του νόμου ελέγχου και του παρατηρητή των μεταβλητών κατάστασης. Για αυτό πρέπει αρχικά να εξεταστεί η ελεγχιμότητα και παρατηρησιμότητα του συστήματος μέσω των Εξ. (2.23) και (2.24) αντίστοιχα και να οριστούν οι πίνακες $[Q]$ και $[R]$ του γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή (LQR). Αυτοί, στην προκειμένη περίπτωση, κανονικοποιούνται όπως φαίνεται στις Εξ. (2.29) και (2.30), έχοντας υπολογίσει ή εκτιμήσει τις μέγιστες τιμές που μπορεί να λάβουν οι μεταβλητές κατάστασης και οι εισόδοι. Το κέρδος του LQR υπολογίζεται χρησιμοποιώντας υπάρχουσα ρουτίνα του MATLAB, έχοντας ως εισόδους τα μητρώα A , B , $[Q]$ και $[R]$. Όσον αφορά τον παρατηρητή, στη συγκεκριμένη εργασία, σχεδιάζονται δύο είδη - πλήρους τάξης και μειωμένης - όπου ο υπολογισμός όλων των απαραίτητων πινάκων και κερδών τους καταγράφεται στις Υποεν. 2.3.2.3 και 2.3.2.3. Έχοντας σχεδιάσει το σύστημα ελέγχου της κατασκευής, μπορούν να γίνουν οι προσομοιώσεις των διάφορων περιπτώσεων στα μοντέλα SIMULINK που έχουν δημιουργηθεί και φαίνονται στο Παράρτημα Γ 9 και να εξαχθούν τα αποτελέσματα αυτών προς επεξεργασία. Για την επεξεργασία και παρουσίαση των αποτελεσμάτων αυτά πρέπει να μετασχηματιστούν από το πεδίο των ιδιομορφών σε φυσικές συντεταγμένες όπως παρουσιάζεται στην Υποεν. 2.2.2 με χρήση των Εξ. (modtra12) και (3.5). Για την περίπτωση περισσότερων αισθητήρων το μητρώο της Εξ. (3.5) πρέπει να υπολογιστεί τόσες φορές όσο και ο αριθμός αισθητήρων. Εν τέλει, υπολογίζονται η ηλεκτρική τάση που εφαρμόζεται στους επενεργητές, η ηλεκτρική τάση που εμφανίζεται στους αισθητήρες και η ισχύς και ενέργεια ελέγχου. Για την ηλεκτρική τάση επενεργητών χρησιμοποιείται για την περίπτωση της δοκού η Εξ. (2.72), ενώ για την περίπτωση της πλάκας είτε η Εξ. (2.96) ή η προσεγγιστική μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στην Υποεν. 2.4.2.2. Όσον αφορά την ηλεκτρική τάση αισθητήρων η μεθοδολογία είναι κοινή για τη δοκό και την πλάκα και χρησιμοποιεί την Εξ. (2.106) σε συνδυασμό με τη (2.107) για να υπολογιστεί. Προφανώς, για κάθε αισθητήρα και επενεργητή πρέπει να ακολουθηθεί η ίδια διαδικασία. Τέλος, για την ισχύ και ενέργεια ελέγχου χρησιμοποιείται η Εξ. (2.25), όπου η ενέργεια ελέγχου υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα απευθείας, ενώ η ισχύς από την παράγωγο αυτού για κάθε χρονική στιγμή.

4.10 Συμπεράσματα Μοντελοποίησης Δοκού και Πλάκας

Μετά την ολοκλήρωση των μελετών τόσο για τη δοκό όσο και για την πλάκα, μπορούν να εξαχθούν ορισμένα γενικότερα συμπεράσματα για τα συστήματα που έχουν δημιουργηθεί και τις διαδικασίες που έχουν χρησιμοποιηθεί τόσο για τη μοντελοποίηση αυτών όσο και για την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων τους.

Αρχικά όσον αφορά τη μοντελοποίηση τους στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων και στη μετέπειτα εξαγωγή και επεξεργασία μητρώων, αυτή δεν είναι η ταχύτερη δυνατή μέθοδος, καθώς θα μπορούσαν - ειδικά απλές κατασκευές - να μοντελοποιηθούν κατευθείαν στο πρόγραμμα που σχεδιάστηκε, ωστόσο σε εκείνη την περίπτωση δεν θα μπορούσαν να μοντελοποιηθούν κατασκευές πιο σύνθετης γεωμετρίας ενώ ταυτόχρονα δεν

θα μπορούσαν να γίνουν στη συνέχεια οι αναλύσεις για την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων.

Οι προσομοιώσεις που παρουσιάστηκαν και αναφέρονται στη συνέχεια έγιναν σε επεξεργαστή Intel i7 3820 και με RAM DDR3 24 Gb.

Όσον αφορά τους χρόνους παραγωγής και εξαγωγής των μητρώων μάζας και δυσκαμψίας - καθώς για αυτά απαιτείται ο περισσότερος χρόνος - ανέρχονται για την περίπτωση της δοκού στα 7 λεπτά για περίπου 190 κόμβους και 60 στοιχεία, ενώ για την περίπτωση της πλάκας με 350 κόμβους και 120 στοιχεία αυτός αυξάνεται στα 12 με 15 λεπτά.

Το υπόλοιπο πρόγραμμα για την πρώτη φορά που χρειάζεται να "τρέξει", καθυστερεί μόνο στην κανονικοποίηση των μητρώων [Q] και [R], καθώς πρέπει προσομοιωθούν συστήματα μέσα σε επαναληπτική διαδικασία. Αυτό μπορεί να χρειαστεί 2 με 3 λεπτά αναλόγως την περίπτωση. Ωστόσο αυτό δεν είναι κρίσιμο, καθώς οι πίνακες [Q] και [R] μπορούν να εκτιμηθούν προσεγγιστικά, χωρίς να επηρεάσουν την απόκριση σημαντικά.

Τέλος, όσον αφορά το τελικό τμήμα του προγράμματος το οποίο περιλαμβάνει την προσομοίωση του συστήματος και την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, για την περίπτωση της δοκού απαιτείται χρόνος 3.5 με 4 δευτερόλεπτα για την πρώτη ιδιοσυχνότητα μοντελοποιημένη ενώ έως και τη 15η χρειάζεται 7 δευτερόλεπτα. Στην περίπτωση της πλάκας, και για τις δύο οριακές συνθήκες ο χρόνος είναι παρόμοιος και κυμαίνεται από τα 7 μέχρι 10 δευτερόλεπτα για τη 1η ιδιοσυχνότητα και 9 με 10 δευτερόλεπτα σε όλες μέχρι την 20η.

Για τις ίδιες περιπτώσεις μοντέλων στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων και για επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων μέσω ανοιχτού βρόχου - το οποίο δεν απαιτεί περαιτέρω υπολογισμούς ελέγχου και ανάδραση στο σύστημα - ο χρόνος προκύπτει 10 με 15 λεπτά για τη δοκό και 45 με 55 λεπτά για την πλάκα. Συγχρόνως, τα αποτελέσματα μεταξύ των δύο μοντέλων δεν διαφέρουν σημαντικά. Είναι, λοιπόν, εμφανές πως η προσομοίωση στο πρόγραμμα που σχεδιάστηκε είναι συμφέρουσα υπολογιστικά, αλλά και σε οικονομία χρόνου, και μπορεί να βελτιωθεί σε επιδόσεις βελτιστοποιώντας ορισμένα βήματά της. Αυτό γίνεται, καθώς έχουν παραχθεί τα μητρώα της κατασκευής εξαρχής, ενώ ταυτόχρονα έχουν μοντελοποιηθεί μόνο οι απαραίτητες ιδιοσυχνότητες - δηλαδή αυτές που έχουν σημαντική επίδραση στην απόκριση του συστήματος.

5. Εφαρμογή Αυτομάτου Ελέγχου Κρούσης σε Πλάκα

5.1 Εισαγωγή

Έχοντας επιβεβαιώσει την εγκυρότητα της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε και του συστήματος αυτομάτου ελέγχου που σχεδιάστηκε τόσο για τη δοκό όσο και για την πλάκα για ελεύθερη ταλάντωση, μπορεί να δοκιμαστεί ο έλεγχος κρούσης στην πλάκα. Η εφαρμογή γίνεται πάνω σε πλάκα καθώς υπάρχει εκτενέστερη έρευνα για κρούσεις σε πλάκα, ενώ ταυτόχρονα στις πραγματικές εφαρμογές τέτοιου είδους φορτίσεις είναι συχνότερες σε πλάκες και κελύφη παρά σε δοκούς. Έτσι σε αυτό το μέρος γίνεται αρχικά ανάλυση της μοντελοποίησης κρούσης σε πλάκα σύνθετου υλικού με πεπερασμένα στοιχεία και χαρακτηρίζονται οι παράμετροι που επηρεάζουν αυτή την ανάλυση, όπως είναι το είδος και η πυκνότητα του πλέγματος στοιχείων ή το είδος επιλύτη. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται υπολογιστικά αποτελέσματα για διάφορες περιπτώσεις κρούσης βασισμένες στη βιβλιογραφία, ώστε να γίνει σύγκριση των αποκρίσεων. Αυτές οι εφαρμογές αφορούν τα περισσότερα είδη κρούσεων όπως έχουν χαρακτηριστεί στο [21] και επιβεβαιώνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα των αναλύσεων. Ως τελικό βήμα αυτής της μελέτης, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που έχει αναπτυχθεί σε παραπάνω ενότητες επιδιώκεται ο έλεγχος της ταλάντωσης της δοκού κατά και μετά τη διάρκεια της κρούσης.

Το φυσικό πρόβλημα, για αυτή την ανάλυση, περιλαμβάνει πλάκα σύνθετου υλικού πακτωμένη ή με άρθρωση στις ακμές της στην οποία προσκρούει μεταλλικός επικρουστήρας. Οι διαστάσεις των δύο μερών του προβλήματος μεταβάλλονται αναλόγως της μελέτης. Η πλάκα διαθέτει κολλημένα στην επιφάνεια της πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, τα οποία λειτουργούν ως παθητικά στοιχεία επηρεάζοντας τη δυναμική του συστήματος αποκλειστικά μέσω των μηχανικών ιδιοτήτων τους.

Η ανάλυση που γίνεται εδώ, καθώς και η αντίστοιχη μεθοδολογία, είναι δυνατόν να εφαρμοστούν και στην περίπτωση της δοκού, ωστόσο αυτό δεν είναι επιθυμητό όπως έχει αναφερθεί. Τέλος, η μοντελοποίηση των κρούσεων έγινε χρησιμοποιώντας το λογισμικό ANSYS με επιλύτη ειδικό για τέτοια δυναμικά προβλήματα (explicit solver), το AUTODYN. Η εφαρμογή αυτομάτου ελέγχου έγινε όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια στο MATLAB.

5.2 Μοντέλο Πλάκας και Επικρουστήρα

5.2.1 Γεωμετρία και υλικό συναρμολογήματος

Όσον αφορά το υλικό της πλάκας που χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη, αυτό είναι ίδιο με αυτό που ορίστηκε στο Κεφάλαιο 4. Το υλικό κάθε στρώσης φαίνεται στον Πιν. 2.1 και η κατανομή των στρώσεων είναι $[(0/90)_2/0]_S$. Οι διαστάσεις της πλάκας στη βασική μελέτη είναι 260 mm επί 260 mm με πάχος 1.016 mm, όπως και στο Κεφάλαιο 4 και φαίνονται μαζί με τα υπόλοιπα δεδομένα στον Πιν. 5.1. Το υλικό του επικρουστήρα θεωρείται κοινός χάλυβας, ωστόσο καθώς στη μοντελοποίηση θεωρείται ως απαραμόρφωτο σώμα δεν είναι απαραίτητη η καταγραφή των μηχανικών ιδιοτήτων του. Οι διαστάσεις αυτού εξαρτώνται από τη μάζα του, η οποία αλλάζει σε κάποιες μελέτες. Ωστόσο, στη βασική μελέτη είναι 0.008537 kg και σε κάθε περίπτωση η γεωμετρία του είναι σφαιρική στο τμήμα που έρχεται σε επαφή με την πλάκα. Ανακεφαλαιώνοντας, η πλάκα κατασκευάζεται από σύνθετο υλικό το οποίο έχει καταγραφεί παραπάνω, ενώ έχει τρεις περιπτώσεις διαστάσεων και ο επικρουστήρας θεωρείται απαραμόρφωτος με, επίσης, τρεις περιπτώσεις διαστάσεων (Πιν. 5.2). Σε κάθε μελέτη καταγράφονται τα στοιχεία γεωμετρίας και υλικών ώστε να είναι δυνατή η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων της.

Πίνακας 5.1: Πίνακας Βασικών Δεδομένων Συναρμολογήματος Πλάκας.

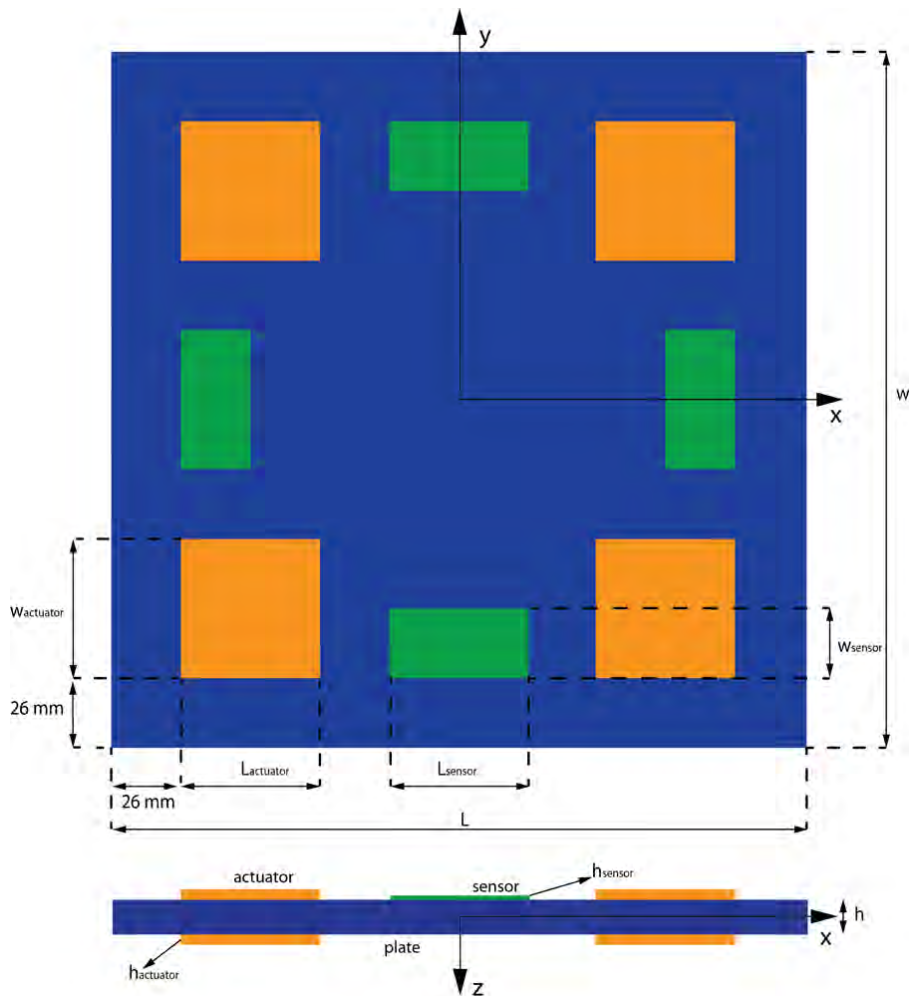
	Πλάκα		Επικρουστήρας	Πιεζοηλεκτρικά Στοιχεία	
				Επενεργητής	Αισθητήρας
Μάζα[kg]	-		0.008537	-	-
Διαστάσεις					
Μήκος (L) [m]		0.260	-	0.026	0.04
Πλάτος (w) [m]		0.260	-	0.035	0.016
Πάχος (h) [m]		0.001016	-	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$4.00 \cdot 10^{-5}$
Κατανομή Στρώσεων	[(0/90) ₂ /0] _S		-	-	-
Συντελεστές απόσεβησης					
Rayleigh	Clamped	Simply Supported			
a	1.80	2.26	-	-	-
b	$4.88 \cdot 10^{-7}$	$6.00 \cdot 10^{-7}$	-	-	-

Πίνακας 5.2: Πίνακας Περιπτώσεων Διαρρυθμίσεων Συναρμολογήματος.

	Πλάκα			Επικρουστήρας		
	A	B	C	A	B	C
Μάζα [kg]	-	-	-	0.015	1.5	25
Διαστάσεις						
Μήκος (L) [m]	0.400	0.400	0.200	-	-	-
Πλάτος (w) [m]	0.400	0.400	0.200	-	-	-
Πάχος (h) [m]	0.0054	0.0027	0.0108	-	-	-

Μια παρατήρηση που πρέπει να γίνει είναι πως για ακριβέστερα αποτελέσματα ο επικρουστήρας θα έπρεπε να θεωρηθεί παραμορφώσιμος, όπως φαίνεται και στο [23], ωστόσο καθώς είναι υπολογιστικά απαιτητικό και ο χάλυβας είναι πολύ σκληρότερος από το σύνθετο υλικό Gr/Ep, κρίθηκε πως δεν είναι απαραίτητο.

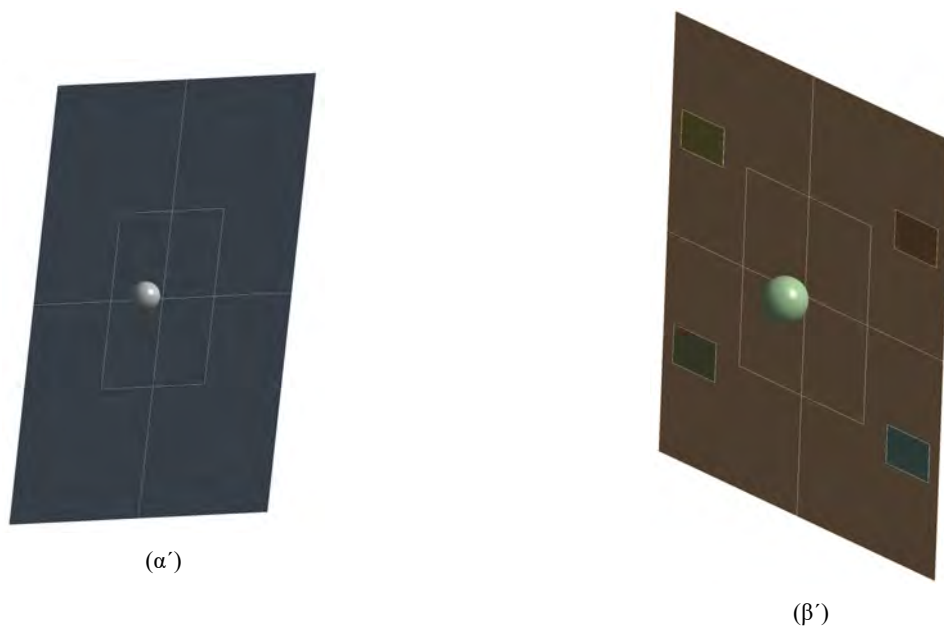
Για τη συνέχεια της μελέτης, όπου θα είναι απαραίτητος ο έλεγχος της γεωμετρίας με επενεργητές και αισθητήρες, τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα τοποθετούνται στις ίδιες θέσεις με αυτές στο Κεφ. 4. Συγκεκριμένα, τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα προσκολλήθηκαν συμμετρικά πάνω στην πλάκα ως εξής: οι επενεργητές τοποθετήθηκαν 26 mm από τις γωνίες της πλάκας και από τις δύο τις πλευρές, ενώ οι αισθητήρες τοποθετήθηκαν στα μέσα των πλευρών και πάλι 26 mm από τις ακμές της (Σχ. 5.1). Επομένως, χρησιμοποιήθηκαν 8 πιεζοηλεκτρικοί επενεργητές και 4 αισθητήρες, με διαστάσεις όπως αναφέρονται στον Πιν. 5.1. Όπως και στην περίπτωση της δοκού, δε μοντελοποιείται κάποιο συνδετικό υλικό ανάμεσα στα επιθέματα και την πλάκα.



Σχήμα 5.1: Μοντέλο Πλάκας.

Η μοντελοποίηση που έγινε στη γεωμετρία, παρομοίως με τη δοκό, περιλαμβάνει μία επιφάνεια κατάλληλων διαστάσεων στην οποία πακτωμένα βρίσκονται τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία (Σχ. 5.2). Το υλικό των στοιχείων αντιστοιχεί σε PIC 255 για τους επενεργητές και PVDF για τους αισθητήρες, ενώ μοντελοποιείται με τη δημιουργία στρώσεων στους κατάλληλους προσανατολισμούς (Σχ. 5.3).

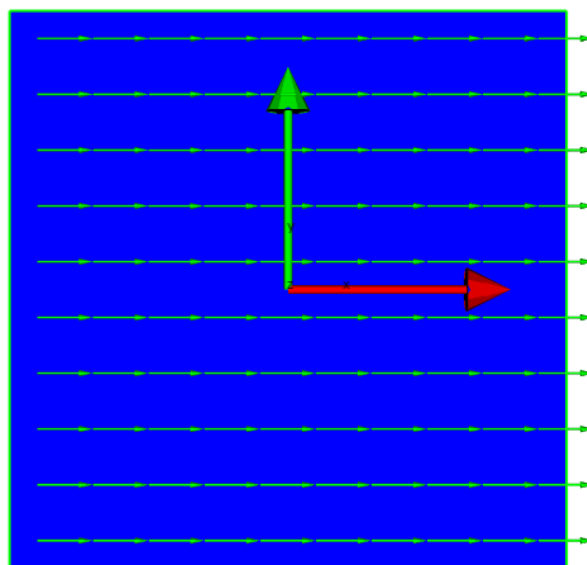
Αναλόγως του σταδίου της μελέτης και της περίπτωσης προστίθενται ή αφαιρούνται στοιχεία από το συναρμολόγημα (Σχ. 5.2). Επίσης, ο επικρουστήρας έχει σχεδιαστεί να προσκρούει στο κέντρο της πλάκας, ωστόσο υπάρχει η δυνατότητα αυτή η θέση να αλλάξει.



Σχήμα 5.2: Μοντέλο Πεπερασμένων Στοιχείων. α' Γεωμετρία Πλάκας - ισομετρική όψη. β' Γεωμετρία Συναρμολογήματος - ισομετρική όψη.

ACP Model
18-Nov-18 16:53
Selection:
MP - ModelingPly.1

Thickness.1
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016
0.001016

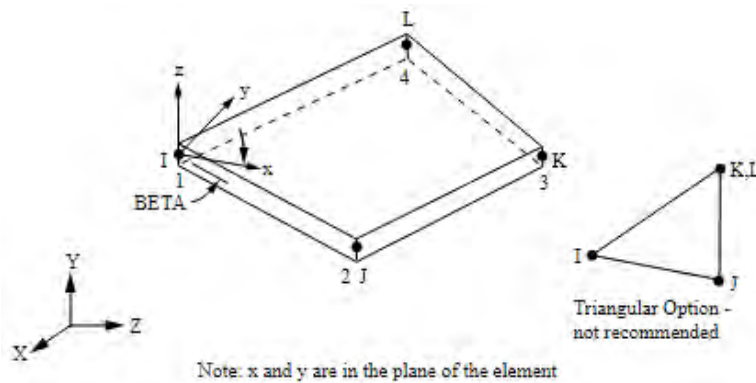


Σχήμα 5.3: Διάταξη σύνθετου υλικού.

5.2.2 Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων

Για το πρώτο στάδιο της μελέτης, το πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων της πλάκας είναι ιδιαίτερα κρίσιμο για τη σωστή μοντελοποίηση της κρούσης, τόσο από άποψη επιλογής σωστών στοιχείων όσο και για την πυκνότητά του. Συνεπώς, όσον αφορά το είδος του πλέγματος, όπως και στην περίπτωση του ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης κατασκευής στα Κεφ. 3 και Κεφ. 4, επιλέγονται τετρακομβικά ή οχτακομβικά στοιχεία, καθώς σε αυτή την περίπτωση έχουν κατάλληλη συμπεριφορά για μοντελοποίηση κρούσης. Τελικά επιλέγεται τετρακομβικό στοιχείο πλέγματος, ειδικά σχεδιασμένο για τον επιλύτη του λογισμικού.

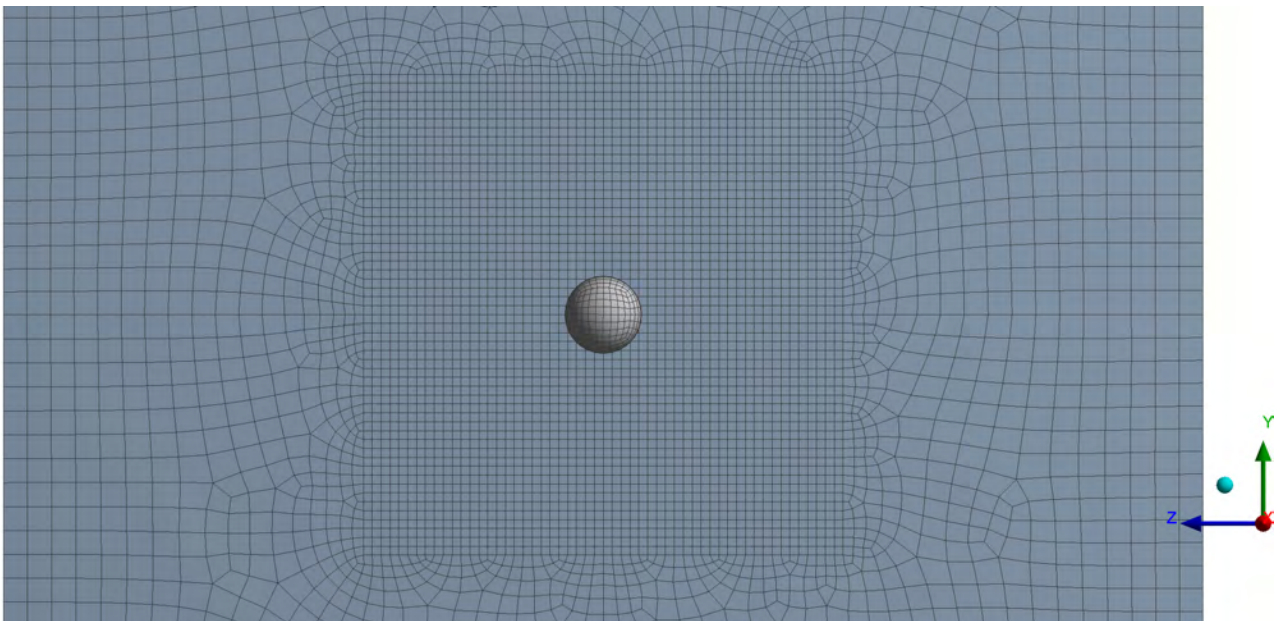
Το συγκεκριμένο είδος στοιχείου (Σχ. 5.4) διαθέτει 4 κόμβους, ο καθένας εκ των οποίων έχει 12 βαθμούς ελευθερίας. Αυτοί είναι 3 μετατοπίσεις, 3 ταχύτητες, 3 επιταχύνσεις και 3 περιστροφές κατά κάθε άξονα (x,y,z). Έτσι, μπορεί να αξιοποιηθεί απευθείας σε τέτοιου είδους μελέτες, καθώς αυτές απαιτούν τον υπολογισμό των ταχυτήτων και επιταχύνσεων των κόμβων κάθε χρονική στιγμή.



Σχήμα 5.4: Στοιχείο πλέγματος.

Το τελικό πλέγμα της πλάκας παρουσιάζεται στη συνέχεια, ενώ για την περίπτωση του επικρουστήρα, λόγω του ορισμού του ως απαραμόρφωτο σώμα, θεωρείται σημειακή μάζα με επιφάνεια απλού πλέγματος στην ακτίνα του ώστε να ανιχνεύεται η επαφή. Ταυτόχρονα, έχουν θεωρηθεί οι ιδιότητες του υλικού του επικρουστήρα, ώστε να προσομοιάζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια η επαφή μεταξύ πλάκας και επικρουστήρα.

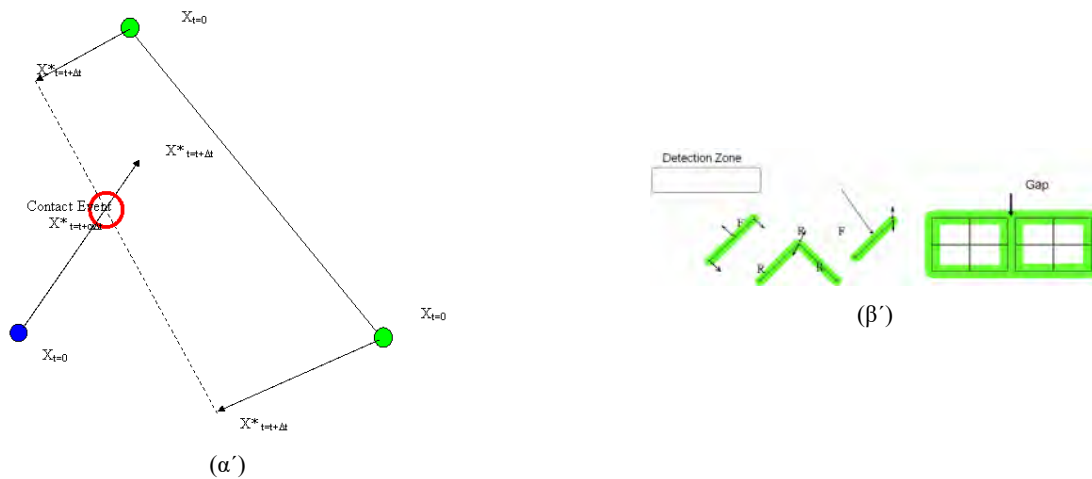
Όπως είναι εμφανές στο Σχ. 5.5, στην περιοχή γύρω από το αναμενόμενο σημείο κρούσης η περιοχή του πλέγματος έχει μεγαλύτερη πυκνότητα, έτσι ώστε να είναι ακριβέστερη η προσομοίωση στην περιοχή ενδιαφέροντος, αλλά επιπλέον να μην είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα η επίλυση του προβλήματος.



Σχήμα 5.5: Πλέγμα Πλάκας και Επικρουστήρα.

5.2.3 Μοντελοποίηση επαφής

Μετά τον ορισμό του πλέγματος για τη μελέτη πεπερασμένων στοιχείων, εισάγεται ο νόμος επαφής μεταξύ των δύο τεμαχίων. Αυτός βασίζεται στη μέθοδο που χρησιμοποιεί το λογισμικό για αναγνώριση της επαφής μεταξύ δύο επιφανειών. Ο πρώτος τρόπος βασίζεται στον υπολογισμό της τροχιάς των κόμβων του συστήματος και με την εισχώρηση ενός σε κάποιον άλλο εφαρμόζεται δύναμη σε κάθε ένα προκειμένου να επιστρέψουν στη σωστή θέση (μη εισχώρηση, Σχ. 5.6α'). Ο άλλος τρόπος θεωρεί γύρω από τους κόμβους περιοχές επαφής όπου όταν εισέρχονται άλλοι κόμβοι σε αυτές αρχίζει να ασκείται δύναμη στους κατάλληλους ώστε να απομακρυνθούν μεταξύ τους (Σχ. 5.6β').



Σχήμα 5.6: Νόμοι επαφής. α' Βασιζόμενος στη τροχιά κόμβων. β' Βασιζόμενος σε περιοχή εγγύτητας κόμβων.

Όσον αφορά τις δυνάμεις επαφής που ασκούνται από κάθε νόμο επαφής αυτές είναι αντίστοιχα,

$$F = 0.1 \cdot \frac{M_N \cdot M_F}{M_N + M_F} \cdot \frac{PD}{Dt^2} \quad (5.1)$$

και

$$F = \frac{M_N \cdot M_F}{M_N + M_F} \cdot \frac{PD^2}{Gap \cdot Dt} \quad (5.2)$$

όπου PD είναι το βάθος της διείσδυσης, M η σχετική μάζα του κόμβου (N) και της επιφάνειας επαφής (F), Dt το χρονικό βήμα προσομοίωσης και τέλος Gap είναι το πάχος της ορισμένης περιοχής ελέγχου ως προς την εισχώρηση.

Ο πρώτος τρόπος είναι αποδοτικότερος και χρησιμοποιείται κατά κόρον στις μελέτες κρούσης, για αυτό το λόγο επιλέγεται αυτός.

Τέλος, ορισμένες συμπληρωματικές ρυθμίσεις για την ανίχνευση επαφών στο μοντέλο αφορούν τον ορισμό της πλάκας ως επιφάνεια. Έτσι, για τη μοντελοποίηση της επαφής θεωρείται πως η πλάκα έχει πάχος ώστε η επαφή να γίνεται στην επιφάνεια της και όχι στο μέσο επίπεδο όπως θα γινόταν αλλιώς. Συγχρόνως, μικρά διάκενα που μπορεί να υπάρχουν κατά τον υπολογισμό της επαφής αντισταθμίζονται. Επίσης, η επαφή μεταξύ των δύο επιφανειών - αν και δεν επηρεάζει τη συμπεριφορά αισθητά - θεωρείται πως έχει συντελεστή στατικής τριβής 0.12 και συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.8. Οι τιμές αυτές είναι εμπειρικές και δεν έχουν προκύψει βάσει κάποιας ανάλυσης. Αυτές οι ρυθμίσεις γίνονται ώστε η επαφή μεταξύ των δύο σωμάτων να γίνεται κατά το δυνατόν με ακρίβεια.

5.2.4 Επιλογή επιλύτη και ρυθμίσεων

Όπως έχει αναφερθεί το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων έχει ειδικό επιλύτη για περιπτώσεις προσομοιώσεων μεγάλων παραμορφώσεων σε μικρό χρονικό διάστημα. Αυτός ο επιλύτης δεν επιδιώκει σύγκλιση σε κάθε βήμα όπως στη κλασική ανάλυση χρονικά μεταβαλλόμενων προβλημάτων (implicit solver), αλλά βασίζεται στον υπολογισμό των ταχυτήτων και επιταχύνσεων κάθε κόμβου (explicit solver). Αυτό τον καθιστά κατάλληλο για τέτοιες αναλύσεις και έτσι επιλέγεται αυτός.

Οι ρυθμίσεις αυτού αφορούν τη χρονική διάρκεια του φαινομένου και το χρονικό βήμα που ορίζεται, ενώ στη συνέχεια υπάρχουν αρκετές άλλες ρυθμίσεις όπως είναι ο συντελεστής απόσβεσης, η διαγραφή στοιχείων πλέγματος ή επιλογή ρυθμίσεων αυτόματα βάσει χαρακτηρισμού της κρούσης. Έτσι, υπάρχει δυνατότητα επιλογής ρυθμίσεων για κρούση χαμηλής ταχύτητας επικρουστήρα - μικρότερη των 100 m/s - υψηλής ταχύτητας - μεγαλύτερη των 100 m/s - ημιστατική, όπου οι ταχύτητες θεωρούνται αρκετά μικρές ωστόσο οι μετατοπίσεις είναι μεγάλες και τέλος ρύθμιση για γρήγορη ανάλυση με μικρή ακρίβεια, η οποία εν γένει χρησιμοποιείται ως προκαταρκτική μελέτη για τη συμπεριφορά του συστήματος.

Όσον αφορά τους χρόνους προσομοίωσης και το χρονικό βήμα, ο πρώτος επιλέγεται βάσει εμπειρίας και βιβλιογραφίας για κάθε επιμέρους μελέτη, ωστόσο εν γένει είναι της τάξης των $2 \cdot 10^{-3}$ s. Το χρονικό βήμα επιλέγεται από το πρόγραμμα, ωστόσο ορίζονται οι μέγιστοι "κύκλοι" σύγκλισης για αυτό, οι οποίοι για ασφάλεια - χωρίς να πλησιάζουν ποτέ κοντά σε αυτό το νούμερο - ορίζονται στα $1 \cdot 10^6$. Οι υπόλοιπες ρυθμίσεις

παραμένουν στις καθορισμένες τιμές από το πρόγραμμα καθώς είναι οι πιο αποδοτικές και ρεαλιστικές. Μία μόνιμη αλλαγή που έγινε ήταν η μη διαγραφή των στοιχείων σε περίπτωση διαρροής του υλικού του τεμαχίου ή για μεγάλες παραμορφώσεις σε αυτά. Ο λόγος ήταν πως δεν παρατηρούνται τέτοια φαινόμενα στις μελέτες της βιβλιογραφίας, ενώ επιπλέον η ανάλυση θα γινόταν ιδιαίτερα σύνθετη χωρίς ουσιαστική χρησιμότητα στη συνέχεια της μελέτης.

Για την περίπτωση της απόσβεσης και των γενικών ρυθμίσεων που προσφέρονται από το λογισμικό, παρουσιάζονται στη συνέχεια αλλαγές που έχουν γίνει, καθώς και συγκρίσεις με τις προκαθορισμένες ρυθμίσεις.

5.2.5 Αρχικές και Οριακές Συνθήκες

Σε αυτή την ενότητα αναφέρονται οι οριακές και αρχικές συνθήκες που εφαρμόζονται στο μοντέλο καθώς και οι ενδεχόμενες φορτίσεις. Όσον αφορά τις οριακές συνθήκες, αυτές μπορούν να είναι ή πακτωμένη πλάκα σε όλες τις ακμές της ή με αρθρώσεις σε όλες τις ακμές, χαρακτηριζόμενη ως απλά εδραζόμενη (simply-supported). Εν γένει, στη βιβλιογραφία η πλάκα είναι απλά εδραζόμενη και η απόκριση της είναι ομαλότερη και διαρκεί περισσότερο χρόνο λόγω της μεγαλύτερης ευκαμψίας της σε σχέση με τη περίπτωση πάκτωσης των ακμών. Για τις αρχικές συνθήκες, η μόνη που εφαρμόζεται είναι αρχική ταχύτητα στον επικρουστήρα της τάξης των 3 m/s όπως έχει οριστεί στις περισσότερες μελέτες. Σε περίπτωση που εφαρμόζεται διαφορετική τιμή αυτό θα αναφέρεται συγκεκριμένα.

5.2.6 Εξαγωγή αποτελεσμάτων

Από την παραπάνω ανάλυση, εξάγονται τρία κύρια αποτελέσματα προκειμένου να συγκριθούν με βιβλιογραφικά δεδομένα. Αυτά είναι: η μετατόπιση του κέντρου της πλάκας και του επικρουστήρα και η δύναμη επαφής που αναπτύσσεται μεταξύ των δύο αυτών σωμάτων.

Είναι δυνατόν να εξαχθούν και άλλα αποτελέσματα, όπως παραμορφώσεις της πλάκας ή μηχανικές τάσεις, ωστόσο στο συγκεκριμένο στάδιο αυτό δε θεωρείται σκόπιμο.

5.3 Ανάλυση και Επιβεβαίωση Αποτελεσμάτων

Στην συγκεκριμένη ενότητα, αναπτύσσονται τα απαραίτητα μοντέλα κρούσης, αρχικά για τη σύγκριση και επιλογή επιμέρους συνθηκών ανάλυσης και μετέπειτα επιβεβαιώνονται ως προς την ακρίβεια πρόβλεψης με άλλα βιβλιογραφικά δεδομένα. Αναλυτικά, συγκρίνονται σε πρώτο στάδιο οι αποκρίσεις αρθρωμένης πλάκας σύνθετου υλικού για διαφορετική πυκνότητα πλέγματος, ενώ στη συνέχεια ελέγχεται η διαφορά μεταξύ των προκαθορισμένων ρυθμίσεων του λογισμικού για την επίλυση σε σχέση με τις ρυθμίσεις για κρούσης χαμηλής ταχύτητας. Τέλος, για τις ρυθμίσεις, καταγράφονται οι αποκρίσεις για διαφορετικούς συντελεστές απόσβεσης όπως χαρακτηρίζεται στο λογισμικό. Σε επόμενο στάδιο, επιβεβαιώνεται η εγκυρότητα των προβλεφθέντων αποκρίσεων για συγκεκριμένη πλάκα αναλόγως της βιβλιογραφίας.

Σημειώνεται πως στην πλειονότητα των περιπτώσεων χρησιμοποιούνται οριακές συνθήκες αρθρωμένης πλάκας, ωστόσο ειδικά για το πρώτο στάδιο δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα ποιοτικά, ενώ για το δεύτερο έτσι έχει μοντελοποιηθεί στις μελέτες που έχουν γίνει.

5.3.1 Επιλογή ρυθμίσεων προσομοίωσης

Τα αποτελέσματα που συγκρίνονται σε αυτή την ενότητα δεν ελέγχονται ως προς την προσέγγιση της πραγματικής απόκρισης, καθώς αυτό θα γίνει μετέπειτα. Αντιθέτως συγκρίνονται μόνο ποιοτικά και σε σχέση με τις μεταβολές που εμφανίζονται.

5.3.1.1 Συμμετρία μοντέλου

Για λόγους ταχύτητας προσομοίωσης είχε επιδιωχθεί να εφαρμοστούν συνθήκες συμμετρίας ενός τετάρτου στην πλάκα. Αυτό θα έκανε ταχύτερη την επίλυση με θεωρητικά ίδια ή παρόμοια αποτελέσματα, καθώς και οι συνθήκες αλλά και τα αποτελέσματα θεωρούνται πως είναι συμμετρικά. Ωστόσο, κατά τη μελέτη αυτής της ρύθμισης προέκυπταν ασύμβατα αποτελέσματα, όπως φαίνεται από τη σύγκριση του Σχ. 5.7. Αυτό συμβαίνει,

επειδή η κρούση γίνεται ακριβώς στο κέντρο της πλάκας, εκεί που αλληλεπιδρούν και οι δύο συνθήκες συμμετρίας για αυτή. Έτσι προκαλούνται ανεπιθύμητες ανακρίβειες κατά την επίλυση.

5.3.1.2 Πυκνότητα πλέγματος

Για τον έλεγχο της πυκνότητας πλέγματος πραγματοποιούνται τρεις μελέτες με διαφορετικά μεγέθη πλέγματος όπως φαίνονται στον Πιν. 5.3. Αυτά αφορούν και τις δύο περιοχές διακριτοποίησης με ΠΣ, δηλαδή στον Πιν. 5.3, το ελάχιστο μέγεθος είναι για τη περιοχή κοντά στη κρούση, ενώ το μέγιστο για το υπόλοιπο σώμα. Η μελέτη γίνεται σε αρθρωμένη πλάκα διαστάσεων 260 επί 260 mm² και επικρουστήρα μάζας 0.008537 kg.

Πίνακας 5.3: Πίνακας Περιπτώσεων Πλεγμάτων Στοιχείων.

A/A Πλέγματος		1	2	3
Μέγεθος Στοιχείων [mm]	min	1	0.75	0.5
	max	5	3	1.5
Μέγεθος Στοιχείων Ακμή [mm]		5	3	1.5
Μέγεθος Στοιχείων Επιφάνεια [mm]		1.5	1	0.5

Το χρονικό προφίλ δύναμης επαφής και εγκάρσιας μετατόπισης για τα διαφορετικά μεγέθη πλέγματος παρουσιάζονται στα Σχ. 5.8. Όπως είναι εμφανές από τα Σχ. 5.8, με την αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος, ειδικά σε περιοχή γύρω από τη κρούση, τα αποτελέσματα απόκρισης της πλάκας βελτιώνονται σε ακρίβεια, ωστόσο απαιτούν μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και κατ' επέκταση χρόνο επίλυσης. Συγκεκριμένα, φαίνεται πως στην περίπτωση της αναπτυσσόμενη δύναμης (Σχ. 5.8α'), το μέγιστο της συγκλίνει προς μία τιμή, ενώ ταυτόχρονα γίνονται πιο εμφανείς οι μεταβολές του προφίλ της δύναμης. Στο σχήμα μετατόπισης (Σχ. 5.8β') δεν εμφανίζονται σημαντικές μεταβολές, με κάποιες μικρές αποκλίσεις να εμφανίζονται προς στο τέλος του φαινομένου.

Από τα παραπάνω, συμπεραίνεται η ανάγκη επιλογής κατάλληλου μεγέθους πλέγματος, ώστε η μελέτη να γίνεται με ακρίβεια αλλά ταυτόχρονα η επίλυση να μην είναι χρονοβόρα. Άλλωστε για αυτό ακριβώς το λόγο πυκνώνεται σε μικρότερη περιοχή κοντά στο σημείο της κρούσης. Τελικά, επιλέγεται το τρίτο πλέγμα, καθώς έχει τη καλύτερη ακρίβεια, η οποία χρειάζεται για την περίπτωση επιβεβαίωσης των αποτελεσμάτων, ενώ ταυτόχρονα ο χρόνος επίλυσης του δεν ξεπερνά κατά πολύ αυτούς των άλλων περιπτώσεων.

5.3.1.3 Γενικότερες ρυθμίσεις επίλυσης

Όπως έχει αναφερθεί, το λογισμικό παρέχει τη δυνατότητα άμεσης επιλογής ρυθμίσεων αναλόγως με γενικό χαρακτηρισμό του φαινομένου που μοντελοποιείται. Έτσι, παρέχεται η δυνατότητα να επιλυθεί το συγκεκριμένο πρόβλημα είτε με τις προκαθορισμένες ρυθμίσεις ή με ρυθμίσεις για κρούση χαμηλής ενέργειας. Οι άλλες δυνατότητες που υπάρχουν, όπως κρούση υψηλής ενέργειας ή ημιστατικό πρόβλημα, δεν είναι κατάλληλες για την περιγραφή του προβλήματος, ενώ η επιλογή για γρήγορη επίλυση δεν είναι επιθυμητή στη συγκεκριμένη περίπτωση, καθώς έχει απώλειες στην ακρίβεια και μπορεί να οδηγήσει σε αδυναμία σύγκλισης.

Από τα Σχ. 5.9, παρατηρείται πως δεν εμφανίζονται σημαντικές διαφορές μεταξύ των δύο αποκρίσεων, είτε στη δύναμη είτε στη μετατόπιση της πλάκας. Για τις ρυθμίσεις χαμηλής ενέργειας κρούσης φαίνεται πως οι αποκρίσεις, ιδιαίτερα της δύναμης επαφής (Σχ. 5.9α'), είναι πιο ομαλές και δεν εμφανίζουν απότομες κορυφές και μεταβολές, όπως γίνεται στην περίπτωση εφαρμογής των βασικών ρυθμίσεων. Για αυτό το λόγο επιλέγονται αυτές, καθώς προσομοιάζουν καλύτερα τις πραγματικές συνθήκες και έχουν έστω και μικρή βελτίωση στο χρόνο επίλυσης.

5.3.1.4 Συντελεστής απόσβεσης

Ως τελική μελέτη στις ρυθμίσεις του μοντέλου εξετάζεται ο συντελεστής απόσβεσης της προσομοίωσης. Αυτός ο συντελεστής δεν αφορά το υλικό αλλά απόσβεση που εισάγεται στο σύστημα μέσω του επιλύτη ώστε η προσομοίωση να έχει πιο ομαλά αποτελέσματα και να μην παρουσιάζονται σφάλματα κατά τη σύγκλιση στη

διαδικασία της αριθμητικής ολοκλήρωσης των ΔΕ. Για αυτή δοκιμάστηκαν διάφορες τιμές για να αξιολογηθεί η επίδραση της στην απόκριση του μοντέλου.

Τα αποτελέσματα (Σχ. 5.10) παρουσιάζουν διαφορές μεταξύ της μη αποσβενύμενης και αποσβενύμενης απόκρισης, με τη δύναμη να εμφανίζει τις μεγαλύτερες αποκλίσεις στη δεύτερη επαφή, όπως είναι αναμενόμενο, αφού έχει επηρεαστεί από την απόσβεση. Η απόκρισή της αποσβενύμενης κρούσης (Σχ. 5.10α') είναι πιο ομαλή, γενικά, ενώ στη δεύτερη επαφή εμφανίζει μικρότερο μέγιστο και μετατοπισμένη καμπύλη. Μεταξύ των αποκρίσεων δύναμης επαφής για διάφορους συντελεστές απόσβεσης δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές όπως και γενικότερα για τη μετατόπιση του κέντρου της πλάκας (Σχ. 5.10β'). Επομένως, επιλέγεται η επίλυση χωρίς τεχνητό συντελεστή απόσβεσης καθώς δεν επηρεάζεται το ολικό μέγιστο της δύναμης επαφής - το οποίο είναι το κρισιμότερο στον έλεγχο της κρούσης - και η καμπύλη έχει ικανοποιητική απόκριση ως έχει.

5.3.1.5 Είδος επιλύτη

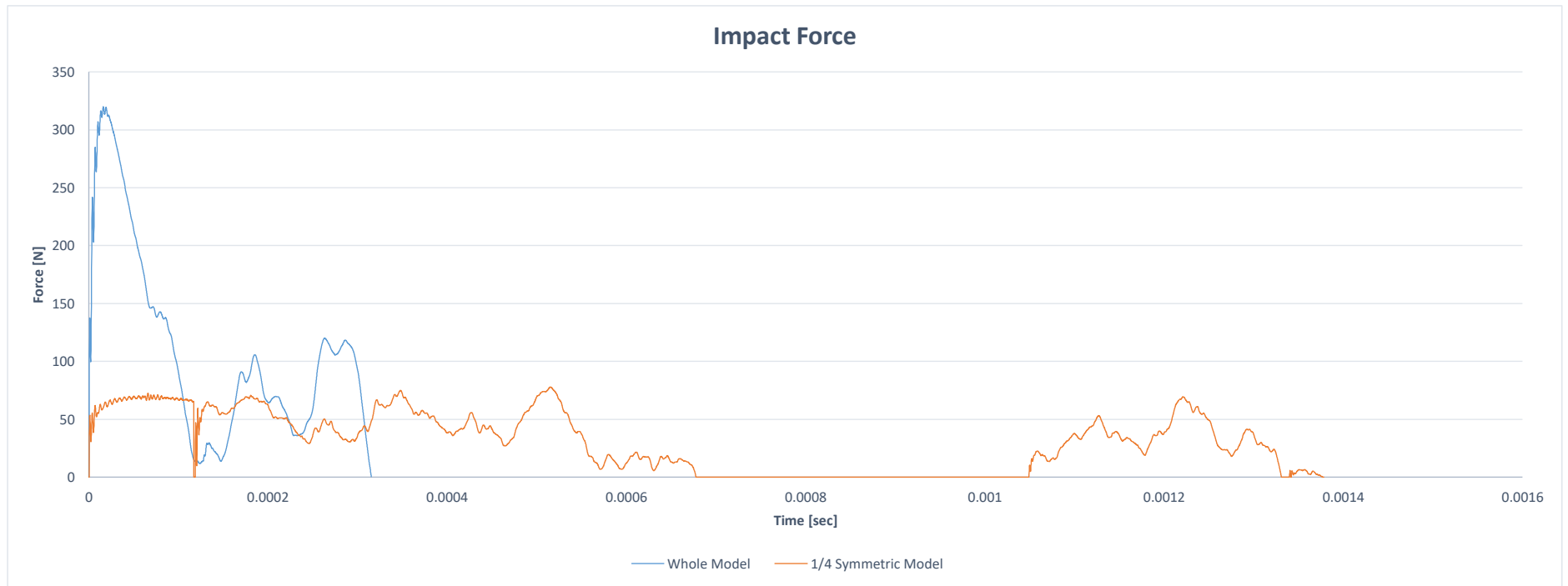
Σε προηγούμενο σημείο, έχουν αναφερθεί τα οφέλη και οι λόγοι επιλογής του άμεσου (explicit) επιλύτη για την προσομοίωση κρούσης σε σχέση με τον κλασικό επιλύτη του λογισμικού πεπερασμένων στοιχείων. Προκειμένου να επιβεβαιωθεί η επιλογή που έχει γίνει παρουσιάζονται οι αποκρίσεις που προέρχονται από τους δύο επιλυτές. Μια παρατήρηση που πρέπει να γίνει, είναι πως ο έμμεσος (implicit) επιλύτης του λογισμικού δεν διαθέτει δυνατότητα υπολογισμού των δυνάμεων επαφής που εμφανίζονται μεταξύ των σωμάτων καθώς δεν ανιχνεύει επαφές με τον ίδιο τρόπο. Για αυτό το λόγο παρουσιάζεται μόνο η απόκριση του κέντρου της πλάκας.

Από τα αποτελέσματα (Σχ. 5.11) είναι εμφανής η απόκλιση μεταξύ των δύο καμπυλών, με τον κλασικό επιλύτη να έχει πολύ ομαλότερη καμπύλη χωρίς αυτή, όμως, να συγκλίνει με την άλλη. Από επόμενα αποτελέσματα θα αποδειχθεί πως ο άμεσος (explicit) επιλύτης έχει πιο σωστή απόκριση και αυτό είναι λογικό, καθώς είναι σχεδιασμένος για μελέτη τέτοιων προβλημάτων. Ο έμμεσος (implicit) επιλύτης θα μπορούσε να δώσει σωστά αποτελέσματα με τις κατάλληλες ρυθμίσεις επίλυσης (π.χ. βήμα, κριτήριο σύγκλισης κλπ), μια τέτοια μελέτη όμως ξεφεύγει από τα όρια της παρούσας εργασίας. Εν τέλει, επιλέγεται ο άμεσος (explicit) επιλύτης βάσει των παραπάνω λόγων.

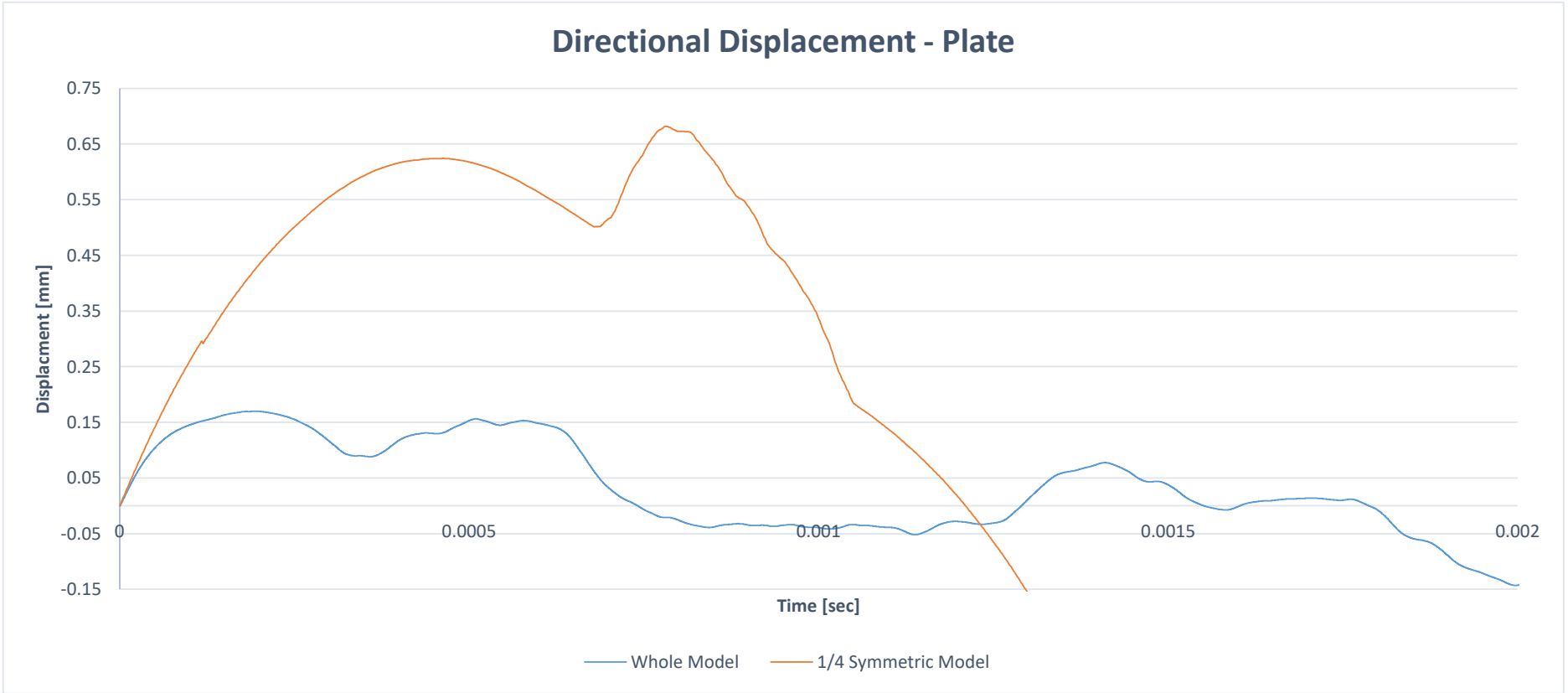
5.3.1.6 Οριακές συνθήκες

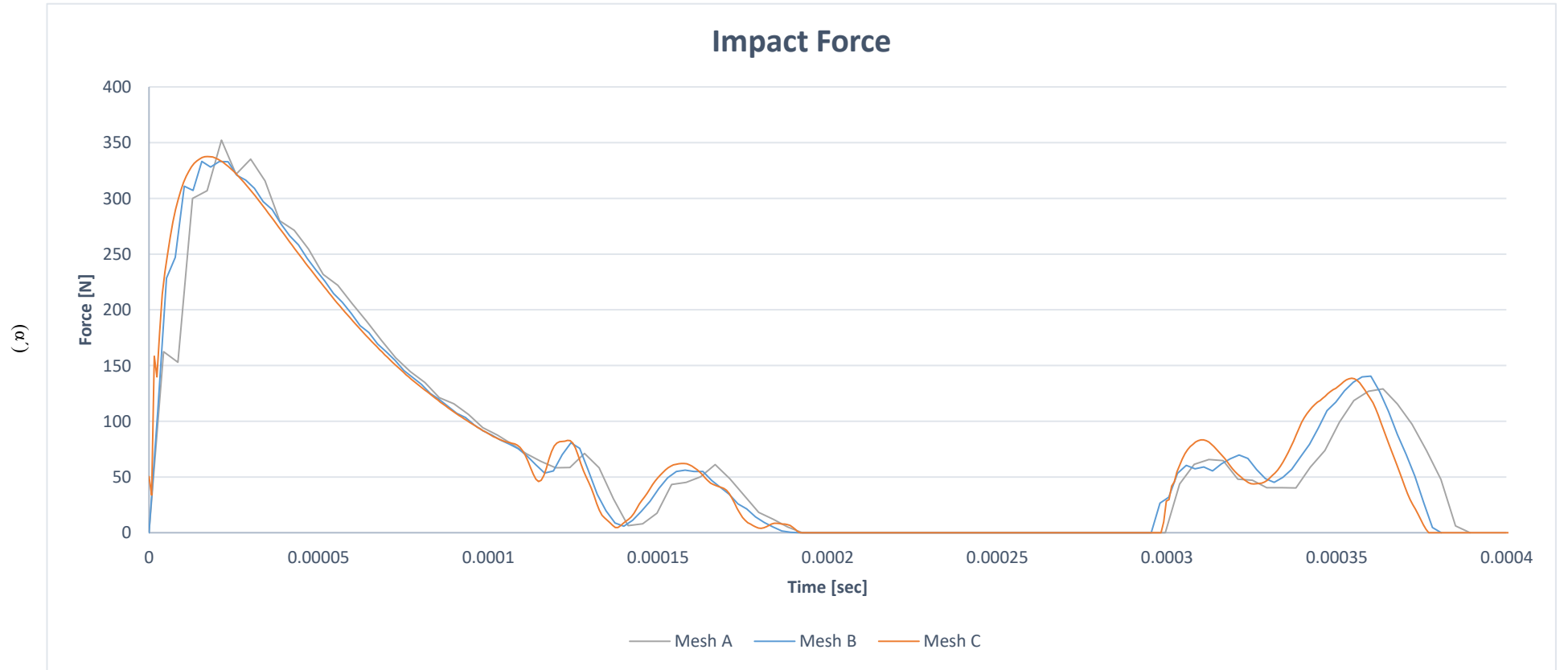
Μια τελευταία μελέτη αφορά τα διαφορετικά αποτελέσματα μεταξύ των δύο ειδών οριακών συνθηκών της ανάλυσης - CCCC και SSSS. Η συγκεκριμένη μελέτη γίνεται για ίδιο επικρουστήρα με τις προηγούμενες αλλά με πλάκα διαστάσεων 400 επί 400 mm². Τα αποτελέσματα θα είναι διαφορετικά για αυτή σε σχέση με τη μικρότερη πλάκα, καθώς η μεγαλύτερη θα έχει μικρότερη δυσκαμψία, ωστόσο σε αυτό το σημείο είναι πιο ενδιαφέρουσα η ποιοτική διαφορά μεταξύ των δύο οριακών συνθηκών.

Ως αναμενόμενο, υπάρχουν διαφορές στις αποκρίσεις μεταξύ των δύο οριακών συνθηκών, λόγω της διαφορετικής δυσκαμψίας του συστήματος που προέρχεται από τις οριακές συνθήκες. Η πακτωμένη πλάκα έχει πολύ μικρότερη δυσκαμψία με αποτέλεσμα να γίνεται μία επαφή μεταξύ αυτής και της σφαίρας. Αντιθέτως, η αρθρωμένη πλάκα όπως φαίνεται από το σχήμα της δύναμης επαφής (Σχ. 5.12α') πραγματοποιεί τρεις επαφές με τον επικρουστήρα, αφού η δύναμη για δύο μικρά χρονικά διαστήματα φαίνεται να μηδενίζεται. Επίσης, παρατηρείται πως η κρούση στην αρθρωμένη δοκό έχει μεγαλύτερη διάρκεια, γεγονός που ενισχύει την παραπάνω παρατήρηση. Η μέγιστη δύναμη που εφαρμόζεται στις πλάκες είναι ίδια σε μέτρο, καθώς η ενέργεια κρούσης είναι ίδια μεταξύ των δύο - αρχική ταχύτητα επικρουστήρα ίδια - και δεν υφίσταται απόσβεση στα συστήματα, αυτό παρατηρείται στην αρχή της καμπύλης όπου το σύστημα επηρεάζεται μόνο από την ενέργεια κρούσης. Στο σχήμα μετατοπίσεων (Σχ. 5.12β'), η αρθρωμένη πλάκα καταγράφει μεγαλύτερες μετατοπίσεις και ταλαντώσεις σε σχέση με την πακτωμένη. Οι έντονες ταλαντώσεις που εμφανίζονται στην αρχή της καμπύλης δύναμης και για τις δύο οριακές συνθήκες οφείλονται σε σφάλματα στρογγυλοποίησης κατά την επεξεργασία των δεδομένων και όχι κατά την επίλυση. Εν τέλει, οι επιπλέον επαφές που παρατηρούνται συμβαίνουν όταν η πλάκα ταλαντώνεται ανεξάρτητα του επικρουστήρα και λόγω της μεγαλύτερης συχνότητας ταλάντωση προλαβαίνει τον επικρουστήρα και άλλες φορές πριν απομακρυνθεί αυτός (φαινόμενο chattering [44]).

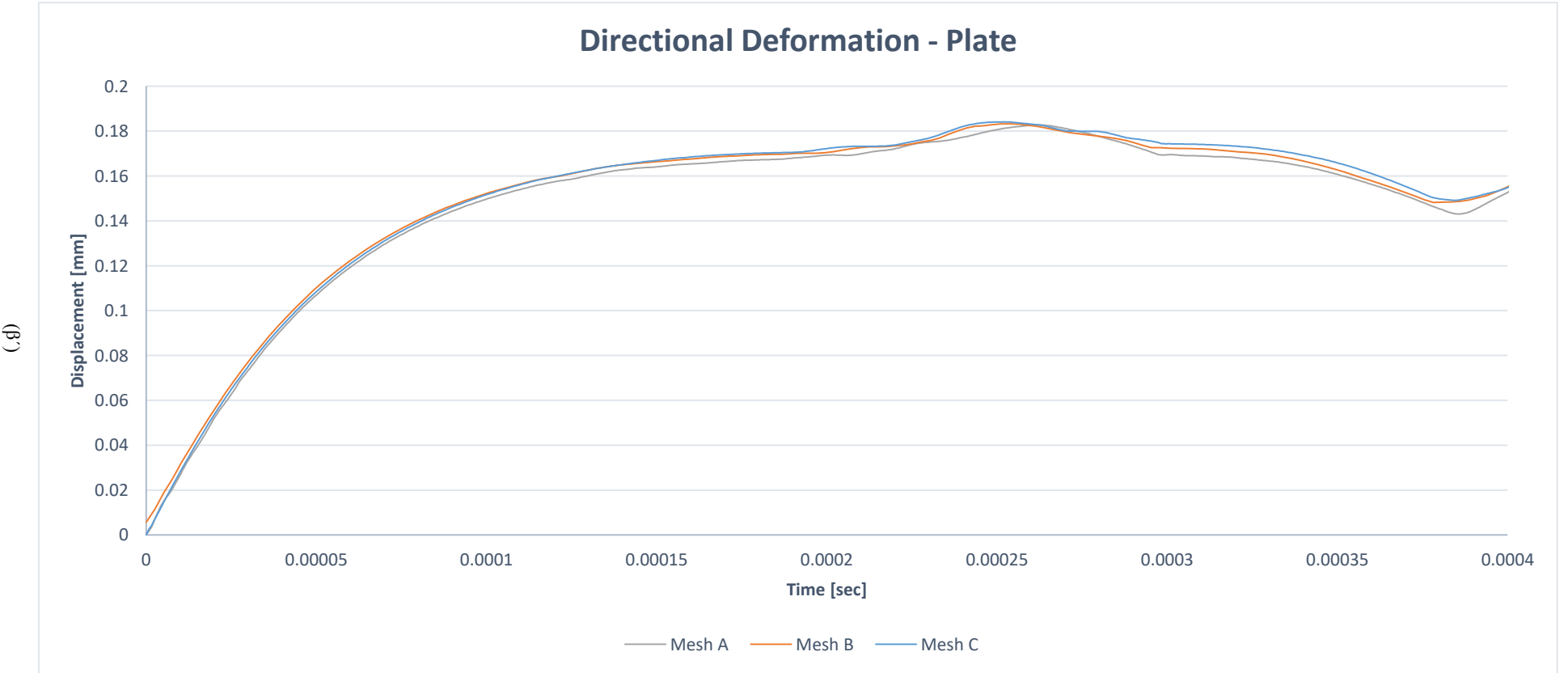


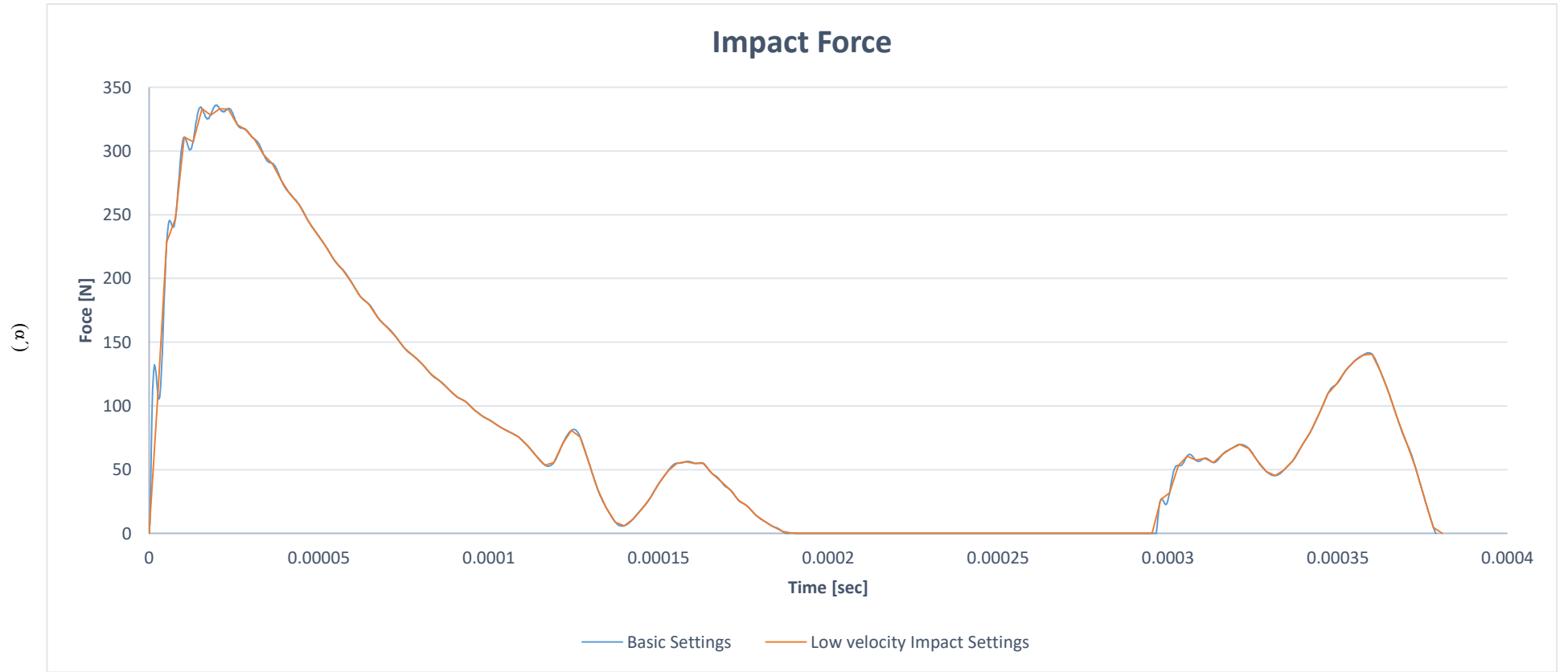
(β')



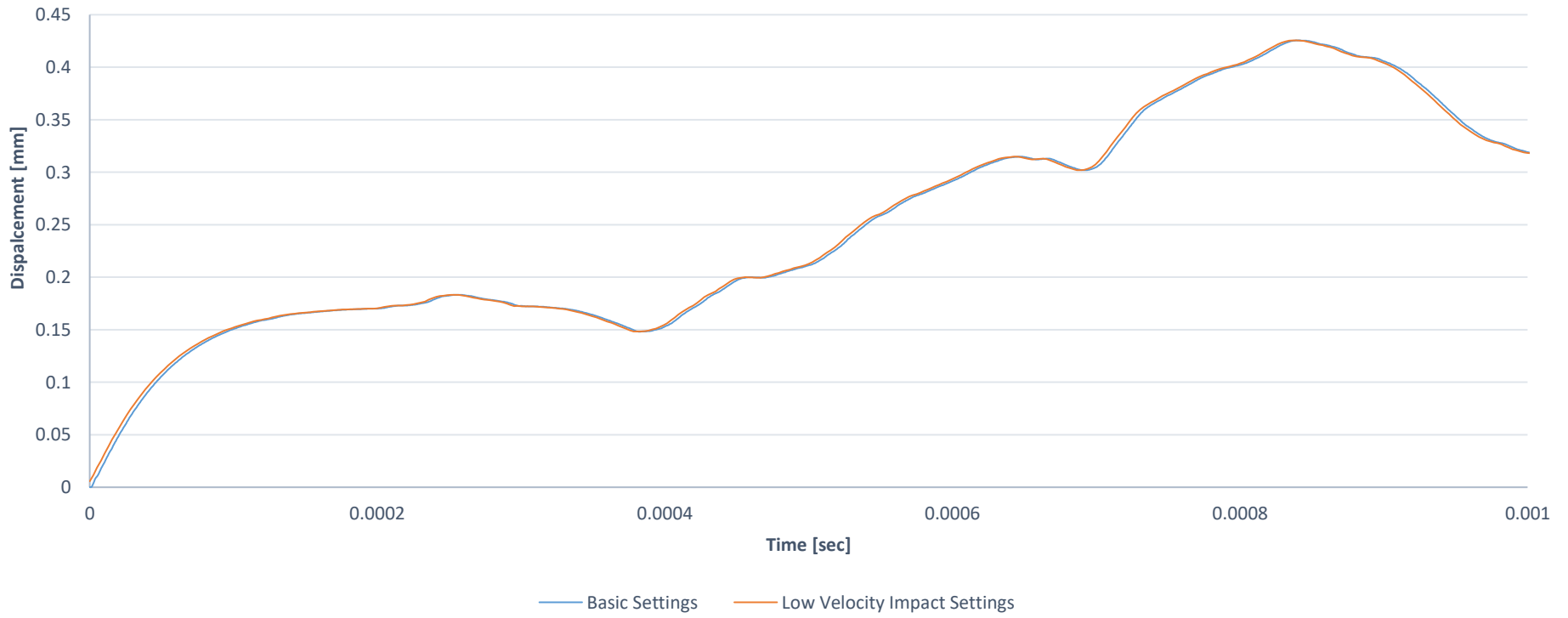


Σχήμα 5.8: Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικά μεγέθη πλέγματος: α' Απόκριση δύναμης επαφής; β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας.



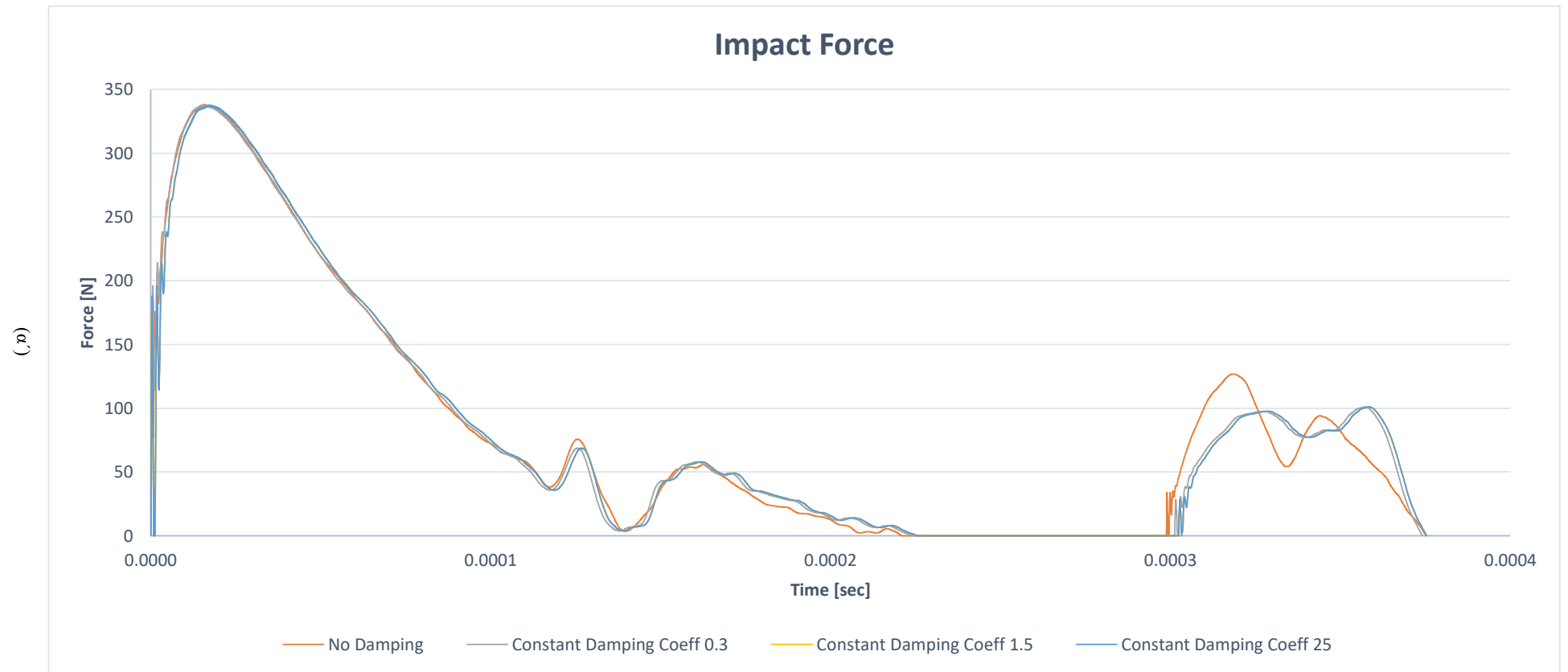


Directional Deformation - Plate

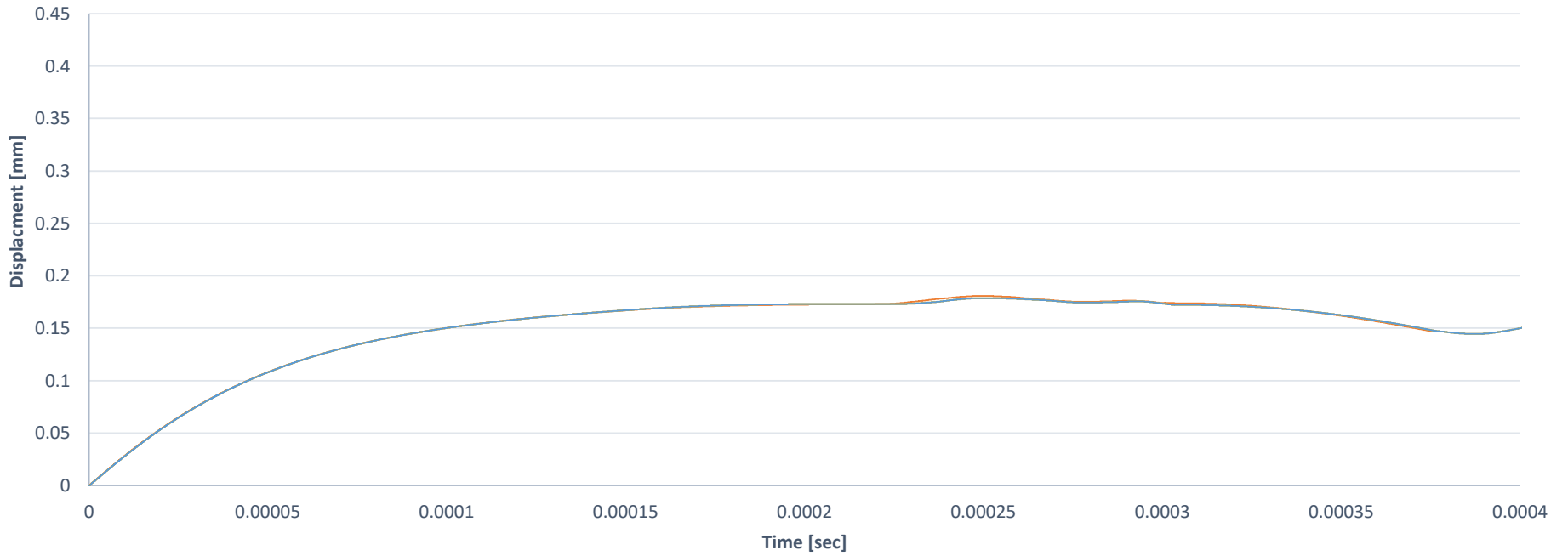


Σχήμα 5.9: Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικές ρυθμίσεις επίλυσης. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας.

(β')



Directional Deformation - Plate

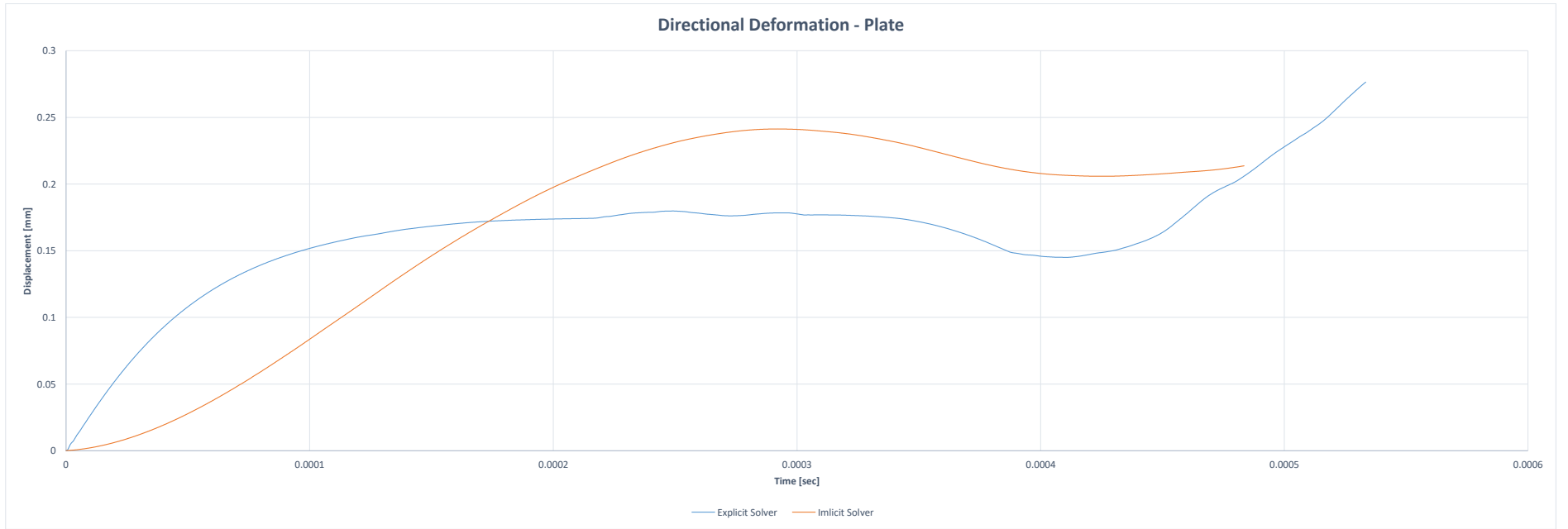


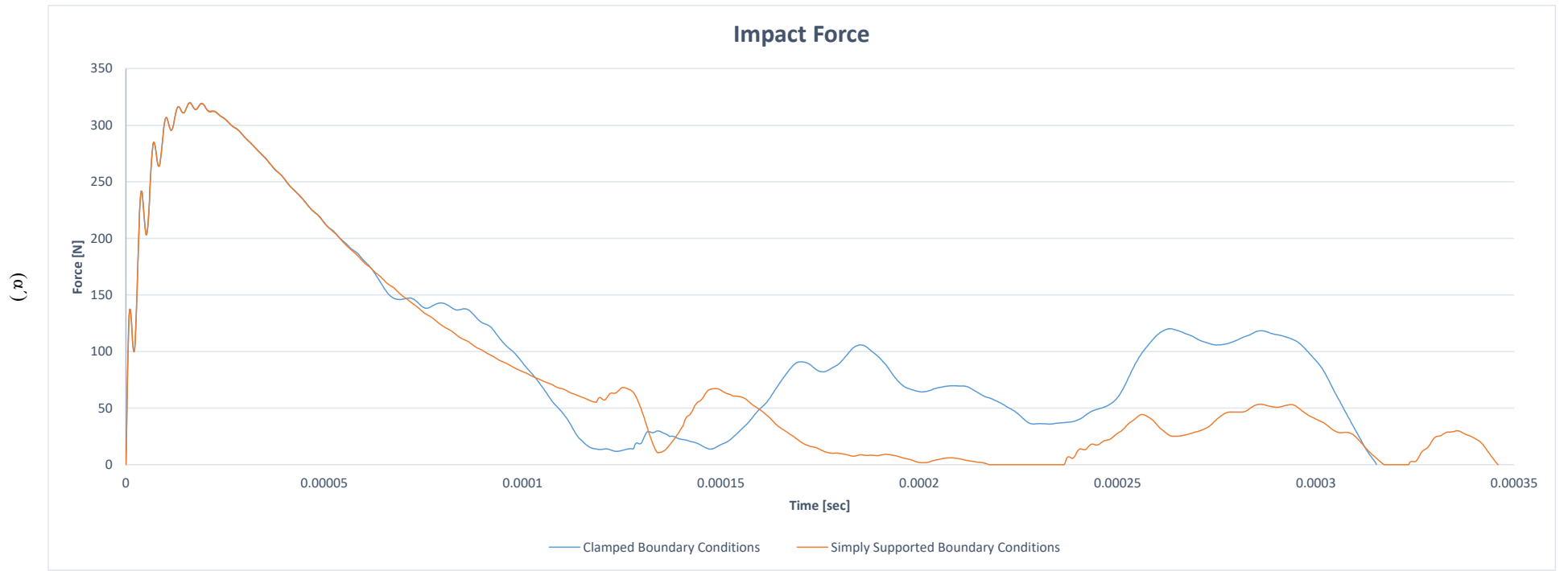
No Damping Constant Damping Coeff 0.3 Constant Damping Coeff 1.5 Constant Damping Coeff 25

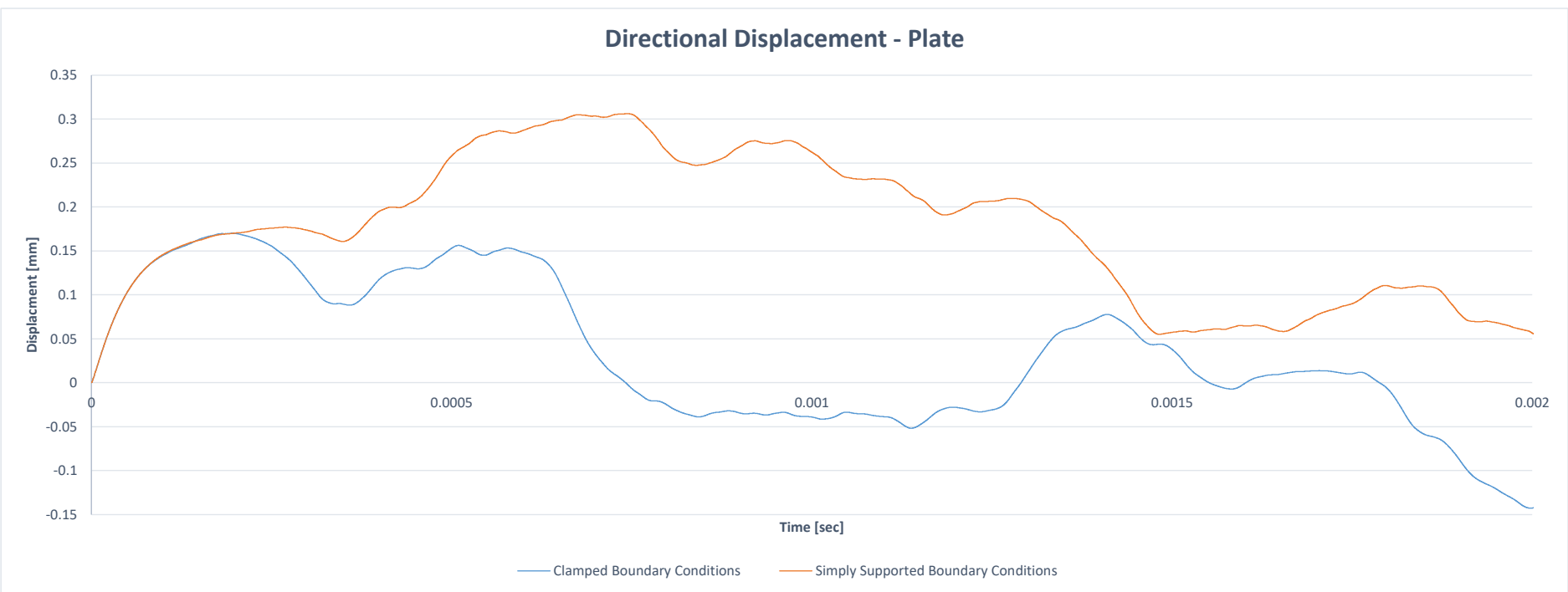
Σχήμα 5.10: Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικές τιμές τεχνητής απόσβεσης: α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας.

(β')

Σχήμα 5.11: Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικούς επιδότητες.







Σχήμα 5.12: Σύγκριση αποκρίσεων για διαφορετικές οριακές συνθήκες. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας.

(β')

5.3.2 Επιβεβαίωση αποτελεσμάτων

Μετά την τελική επιλογή των ρυθμίσεων για την προσομοίωση κρούσης σε πλάκα, γίνεται η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων με τη χρήση βιβλιογραφικών δεδομένων. Αυτά προέρχονται από τρεις διαφορετικές πηγές αναλόγως της γεωμετρίας και του υλικού της πλάκας. Με τη σύγκριση των αποτελεσμάτων, θα είναι πλέον σίγουρο πως το μοντέλο κρούσης που έχει εφαρμοστεί στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων είναι έγκυρο και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο κρούσης με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα.

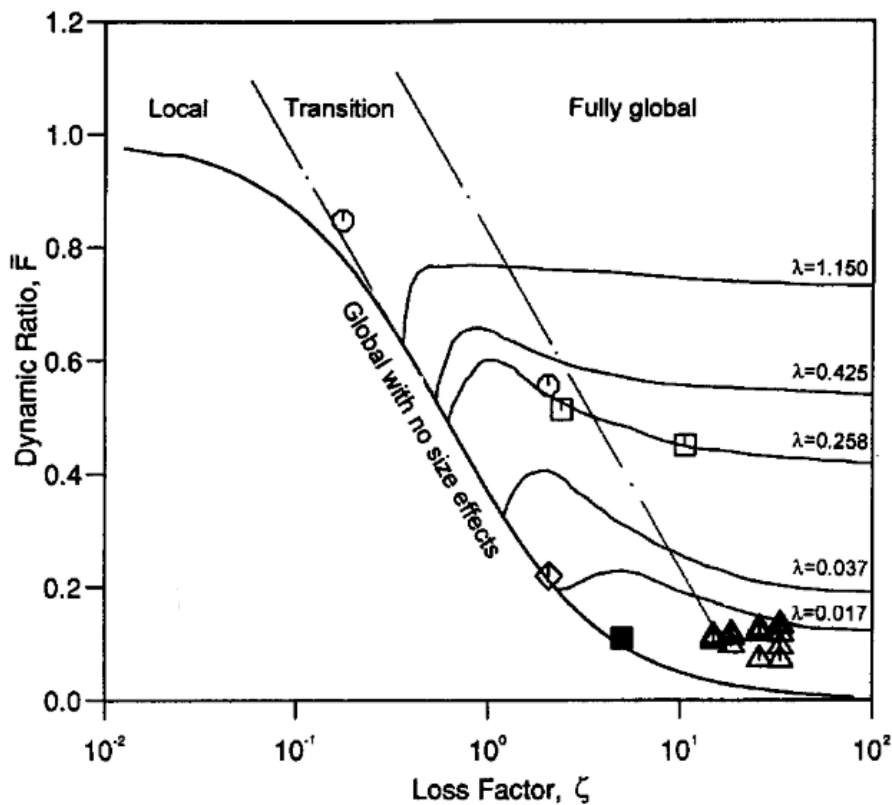
Η πρώτη σύγκριση γίνεται με δεδομένα που προέρχονται από τη μελέτη των Plagianakos και Papadopoulos στην εργασία [45] με γεωμετρία και υλικό πλάκας που χρησιμοποιείται για επιβεβαίωση στην πλειονότητα των ερευνών για κρούση σε πλάκα. Το υλικό της πλάκας είναι το ίδιο με αυτό που αναφέρεται στον Πιν. 2.1 και οι διαστάσεις της είναι 200 επί 200 mm² και πάχος 2.7 mm. Το βάρος του επικρουστήρα είναι 0.008537 kg και πρόκειται για κοινό χάλυβα.

Στο [45] η μελέτη που έχει γίνει αφορά δύο περιπτώσεις σειράς όρων Fourier, όπως φαίνεται και από τα Σχ. 5.14. Αυτές είναι μοντελοποίηση της πλάκας με 25 όρους Fourier σε κάθε διεύθυνση και αντίστοιχα με 11. Στο [45] προσομοίωση της κρούσης της πλάκας δεν γίνεται με την ίδια μεθοδολογία που χρησιμοποιείται σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων αλλά βασίζεται σε ανάλυση Fourier. Έτσι η επιβεβαίωση γίνεται και με αποκρίσεις διαφορετικής μεθοδολογίας. Συγκεκριμένα, παρατηρείται, στο σχήμα δύναμης επαφής (Σχ. 5.14α'), απόκλιση μεταξύ των αποκρίσεων από το [45] και την παρούσα μελέτη. Αυτή η διαφορά για τη μέγιστη τιμή δύναμης επαφής ανέρχεται περί το 8%, ενώ εμφανίζονται γενικότερα διαφορές στην απόκριση και στη δεύτερη επαφή που γίνεται στην πλάκα. Όσον αφορά τις μετατοπίσεις του κέντρου της πλάκας (Σχ. 5.14β'), εκεί εμφανίζονται μικρότερες διαφορές, με τις μέγιστες να παρατηρούνται μέχρι τα 0.1 ms. Αυτό, όπως και με τη δύναμη, οφείλεται στο τρόπο επίλυσης του συστήματος, ο οποίος δεν μπορεί να μοντελοποιήσει και υπολογίσει με ακρίβεια τις μεγάλες επιταχύνσεις στην αρχή της κρούσης. Συνεπώς, οι αποκρίσεις από την παρούσα ανάλυση έχουν παρόμοια συμπεριφορά με αυτές του [45], ενώ με αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος και αλλαγές στις επιμέρους ρυθμίσεις του επιλύτη - το οποίο δεν είναι στο φάσμα της παρούσας μελέτης - θα μειώνονταν περαιτέρω οι αποκλίσεις.

Για την επόμενη σύγκριση χρησιμοποιούνται τα αποτελέσματα των Khalili et al. [23], όπου συγκέντρωσαν αποκρίσεις από διάφορες μελέτες και σε συνδυασμό με τις δικές τους καταγράφουν πλήθος από αποτελέσματα ώστε να ελεγχθεί η εγκυρότητα της παρούσας μοντελοποίησης. Τα αποτελέσματα του [23] προέρχονται από τα [28, 46, 47] και το μοντέλο της πλάκας και επικρουστήρα που χρησιμοποιείται είναι ίδιο με το προηγούμενο.

Όπως φαίνεται από το Σχ. 5.15 η απόκριση του παρόντος μοντέλου βρίσκεται κοντά σε αυτές των υπόλοιπων αναλύσεων και δεν έχει σημαντικές αποκλίσεις σε σχέση με τις άλλες. Συγκεκριμένα, έχει μικρή διαφορά με την απόκριση από την προσομοίωση των Khalili et al. [23] ιδιαίτερα του οχτακομβικού στοιχείου τους, το οποίο έχει αποδειχθεί πως παράγει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα. Συγκριτικά με την απόκριση των Sun και Chen [46] - τα οποία θεωρούνται πως προσεγγίζουν αρκετά καλά την πραγματικότητα - έχει μεγαλύτερη απόκλιση της τάξης του 10% ωστόσο και πάλι αυτή η διαφορά είναι μικρή λαμβάνοντας υπόψη σφάλματα ολοκλήρωσης και διαφορές στις ρυθμίσεις του μοντέλου. Όσον αφορά τη δεύτερη επαφή που γίνεται οι περισσότερες αναλύσεις δεν μπορούν να την μοντελοποιήσουν σωστά, εκτός από την ανάλυση στην εργασία [23], με αποτέλεσμα τα δεδομένα να μην μπορούν να παραστήσουν την πραγματική συμπεριφορά. Ωστόσο, στην παρούσα μελέτη, έχει γίνει ικανοποιητική προσέγγιση με το μοντέλο. Επομένως, και από αυτή τη σύγκριση, επιβεβαιώνεται η εγκυρότητα του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων που έχει αναπτυχθεί στην παρούσα μελέτη.

Ως τελική αξιολόγηση και επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων, εκτελούνται προσομοιώσεις για διαφορετικές γεωμετρίες πλάκας και επικρουστήρα και συγκρίνοντας ποιοτικά τα αποτελέσματα με τις κανονικοποιημένες αποκρίσεις που έχουν παράξει οι Christoforou και Yigit στο [21]. Σε αυτό για να σχηματίσουν τις αποκρίσεις μοντελοποιούν τρεις πλάκες και επικρουστήρες με διαφορετικές γεωμετρίες και μάζα αντιστοίχως. Στη συνέχεια, εξάγουν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και τα κανονικοποιούν ώστε να σχηματίσουν χαρακτηριστικές αποκρίσεις για διάφορες περιπτώσεις κρούσης. Αυτές είναι τοπικά επηρεαζόμενη κρούση, ολικά επηρεαζόμενη κρούση και κρούση στην ενδιάμεση περιοχή. Στο Σχ. 5.13 παρουσιάζονται οι τρεις κατηγορίες κρούσης ανάλογα με δύο συντελεστές που έχουν οριστεί στο [21].

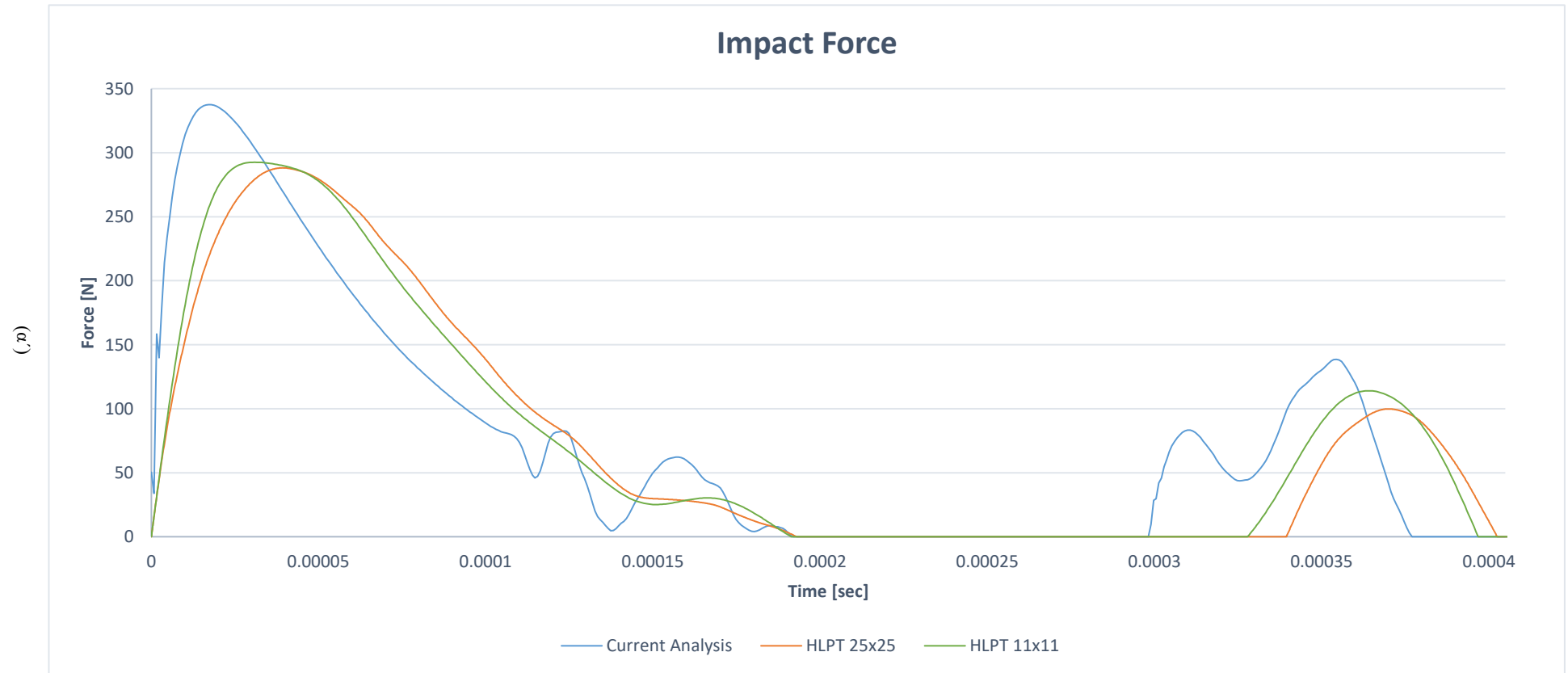


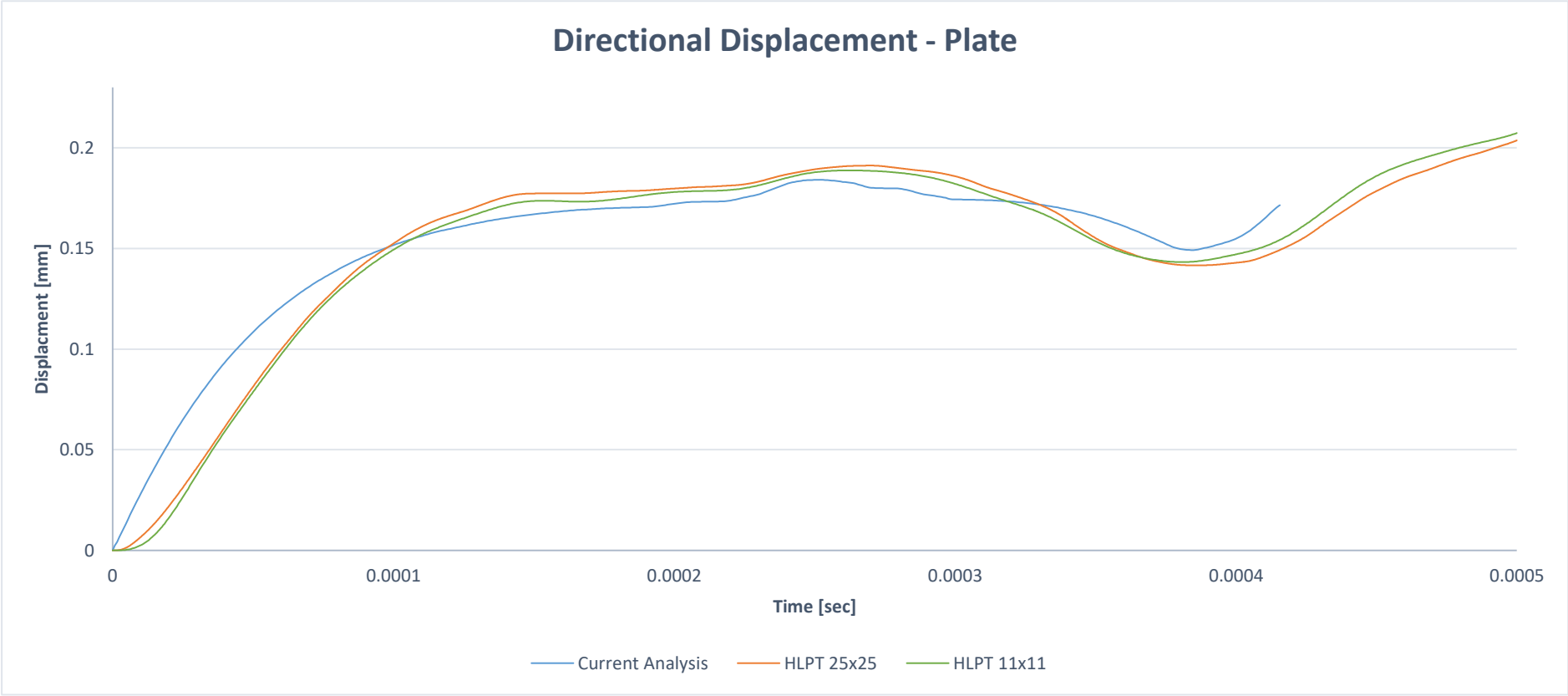
Σχήμα 5.13: Χαρακτηρισμός κρούσεων.

Αντίστοιχα, οι αναμενόμενες αποκρίσεις για τις τρεις κατηγορίες παρουσιάζονται στη συνέχεια στο Σχ. 5.16. Αναλύοντας τις περιοχές, οι τοπικά επηρεαζόμενες κρούσεις (Σχ. 5.16α') καθορίζονται ιδιαίτερα από φαινόμενα κοντά στην περιοχή της κρούσης και την δυσκαμψία της πλάκας, αντιθέτως οι ολικά (Σχ. 5.16γ') επηρεάζονται από την ελαστικότητα όλου του συστήματος και η πλάκα δεν παραμορφώνεται σε αντίστοιχο βαθμό. Τέλος, στην ενδιάμεση περιοχή (Σχ. 5.16β') τη συμπεριφορά καθορίζουν και τα δύο φαινόμενα. Οι τρεις πλάκες που προσομοιάζονται ανήκουν αμιγώς στις τρεις περιοχές.

Συγκρίνοντας ποιοτικά τις αποκρίσεις των διαγραμμάτων 5.16 και 5.17, παρατηρείται πως σε όλες τις περιπτώσεις οι μορφές των αποκρίσεων εμφανίζουν αποκλίσεις και ειδικότερα καθώς τα χαρακτηριστικά της κρούσης κινούνται προς την περιοχή της ολικά επηρεαζόμενης κρούσης. Συγκεκριμένα, στο Σχ. 5.17α' εμφανίζεται μία γρήγορη αύξηση και μείωση της δύναμης επαφής χωρίς δεύτερη κρούση και σχετικά ομαλή πορεία. Στην περίπτωση της ενδιάμεσης περιοχής (Σχ. 5.17β'), παρατηρούνται πολλές ταλαντώσεις σε υπέρθεση με μία βασική (chattering), ωστόσο δεν έχει ακριβώς τη μορφή που αναμένεται. Τέλος, στη περίπτωση της ολικά επηρεαζόμενης κρούσης, η ανάλυση δεν ολοκληρώθηκε, αφού εμφανίζονταν μεγάλα σφάλματα ενέργειας. Για τις δύο τελευταίες περιπτώσεις, με αλλαγές στις ρυθμίσεις επίλυσης και χρησιμοποιώντας μικρότερο χρονικό βήμα, θα εμφανιζόταν πιο συμβατά αποτελέσματα.

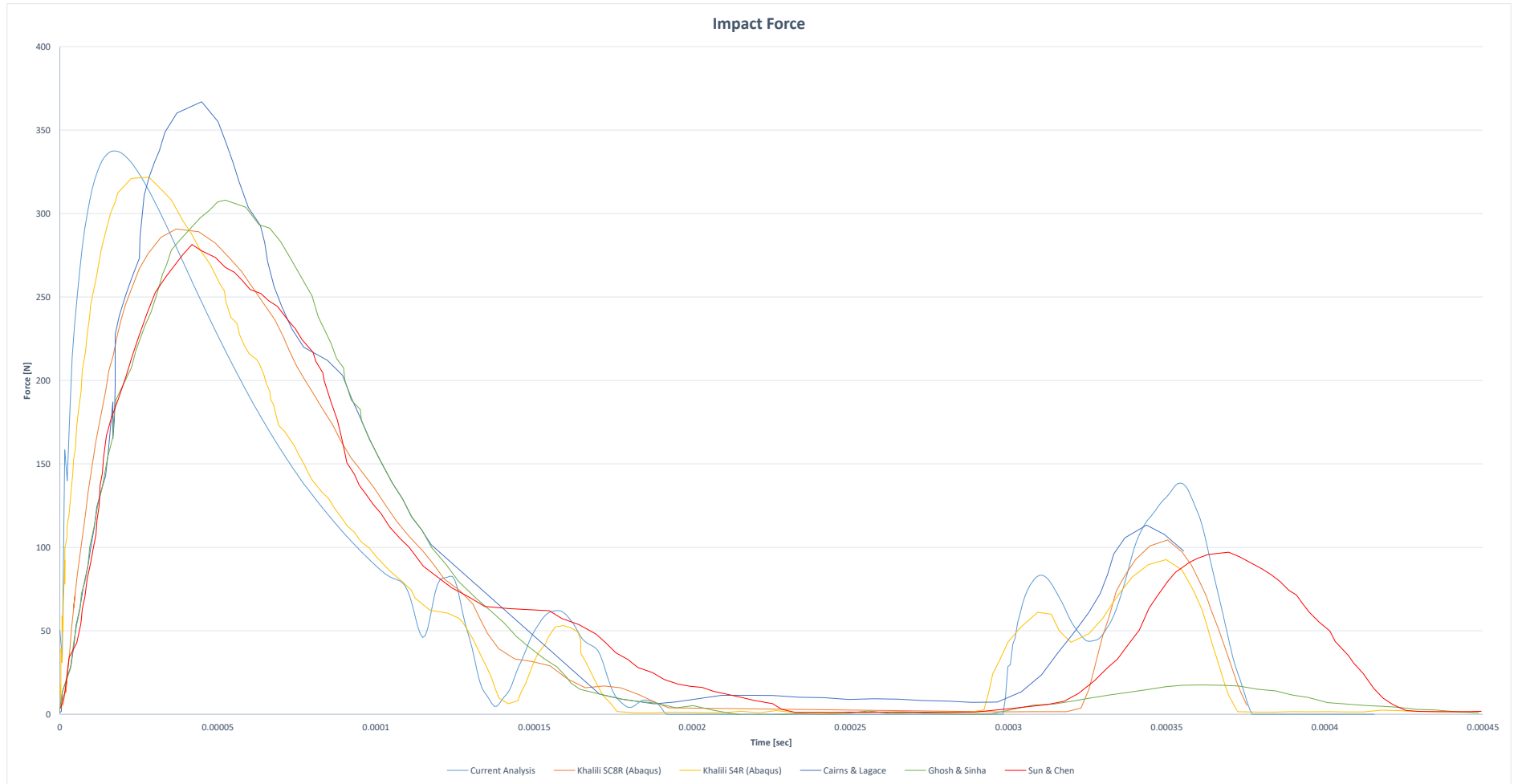
Η τελευταία επιβεβαίωση, δεν έγινε με σκοπό την ποσοτική επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων, όπως στις δύο προηγούμενες, αλλά για να εξεταστεί η δυνατότητα της μεθόδου που χρησιμοποιείται να μοντελοποιεί αξιόπιστα όλα τα είδη κρούσεων. Έτσι, αποδεικνύεται πως δεν είναι κατάλληλη για επίλυση προβλημάτων κρούσης μεσαίας και υψηλής ενέργειας, τα οποία είναι πέρα από το σκοπό της εργασίας, αλλά έχει ικανοποιητικά αποτελέσματα για κρούσεις της πρώτης περιοχής.

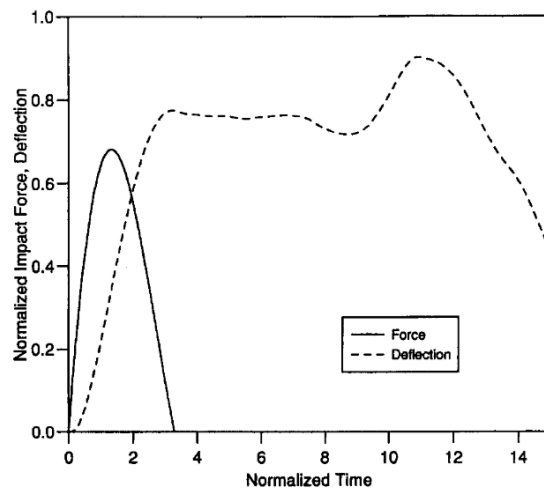




Σχήμα 5.14: Σύγκριση αποκρίσεων με [45]. α' Απόκριση δύναμης επαφής. β' Απόκριση εγκάρσιας μετατόπισης κέντρου πλάκας.

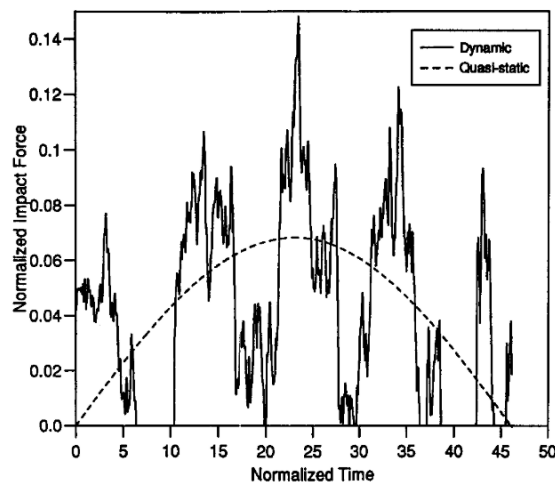
Σχήμα 5.15: Σύγκριση αποκρίσεων με [23].





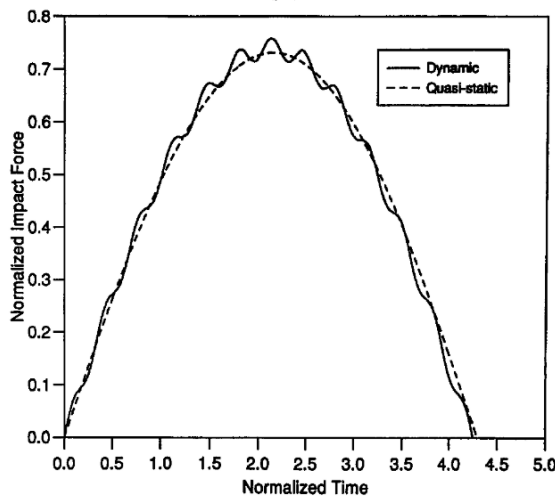
A locally dominated impact response.

(α')



Impact force history for a case in the transition zone.

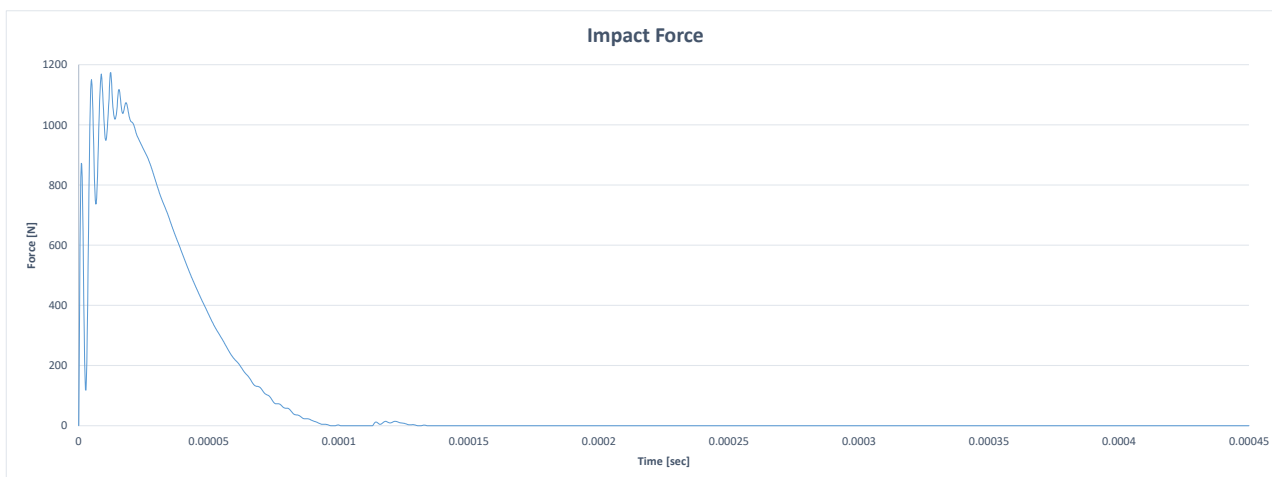
(β')



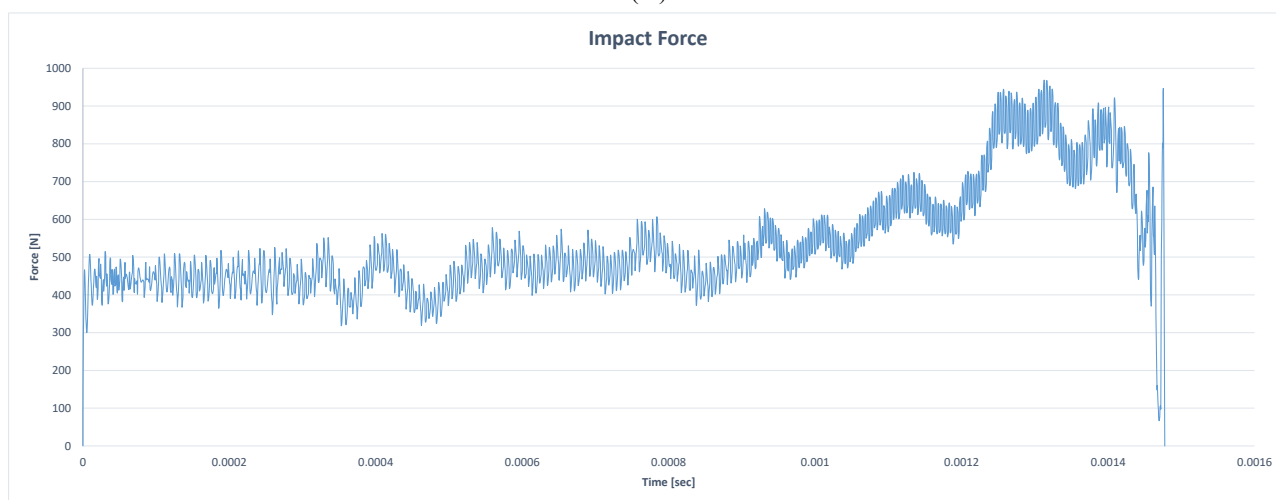
Impact force history for a globally dominated impact.

(γ')

Σχήμα 5.16: Χαρακτηριστικές αποκρίσεις δύναμης επαφής. α' Τοπικά επηρεαζόμενη κρούση. β' Ενδιάμεση περιοχή. γ' Ολικά επηρεαζόμενη κρούση.



(α')



(β')

Σχήμα 5.17: Χαρακτηριστικές αποκρίσεις δύναμης επαφής. α' Τοπικά επηρεαζόμενη κρούση. β' Ενδιάμεση περιοχή.

5.4 Συμπεράσματα Μοντελοποίησης Κρούσης σε Πλάκα

Αντίστοιχα με την Εν. 4.10, σχολιάζεται ο χρόνος προσομοίωσης των παραπάνω προβλημάτων στο λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Είναι προφανές πως το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι ιδιαίτερα χρονοβόρο καθώς περιλαμβάνει επαφή σε μικρά χρονικά διαστήματα, με άμεσο αποτέλεσμα να πρέπει να γίνονται έλεγχοι σε μικρά χρονικά βήματα για όλους τους κόμβους που λαμβάνουν μέρος στο μοντέλο ώστε να μοντελοποιείται η τυχούσα επαφή τους. Έτσι, οι μελέτες που πραγματοποιήθηκαν παραπάνω κυμαίνονταν σε χρόνο από 3:30 σε 6:00 ώρες με παραλληλοποιημένη επίλυση για την περίπτωση του άμεσου (explicit) επιλύτη, ενώ ο άμεσος (implicit) απαιτούσε πολλές περισσότερες, της τάξης των 10:00 ωρών καθώς η παραλληλοποίηση του δεν είναι τόσο αποδοτική. Αυτό σημαίνει πως η επίλυση ενός τέτοιου συστήματος με πεπερασμένα στοιχεία σε πραγματικό χρόνο ώστε να γίνεται έλεγχος μέσω αυτού απαιτεί ακόμα αρκετή έρευνα στο λογισμικό μοντελοποίησης. Αλλιώς, θα πρέπει να αναπτυχθεί ένα πιο απλοποιημένο μοντέλο του προβλήματος κρούσης.

5.5 Αυτόματος Έλεγχος Κρούσης σε Πλάκα

Με τις παραπάνω μελέτες ολοκληρωμένες μπορεί να αναλυθεί η μεθοδολογία ελέγχου της πλάκας σε κρούση. Αυτό γίνεται χρησιμοποιώντας τους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες προκειμένου να ανιχνευθεί η παραμόρφωση της πλάκας και επενεργώντας με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα να αντισταθμιστεί η ταλάντωση που προκαλείται από την κρούση και την ελεύθερη ταλάντωση που την ακολουθεί.

5.5.1 Μεθοδολογία αυτομάτου ελέγχου

Ο έλεγχος που εφαρμόζεται έχει σκοπό να περιορίσει τη μετατόπιση της πλάκας και όχι τις δυνάμεις που εφαρμόζονται πάνω της, καθώς αυτό θα απαιτούσε διαφορετικό νόμο ελέγχου. Αντιθέτως, σε αυτή την περίπτωση ο αυτόματος έλεγχος του συστήματος είναι ακριβώς ίδιος με αυτό για τον έλεγχο ελεύθερης ταλάντωσης με τη διαφορά πως στο σύστημα εισάγονται ως είσοδοι, εκτός από τις δυνάμεις επενέργειας, η δύναμη κρούσης που έχει υπολογιστεί από το προηγούμενο μοντέλο.

Συγκεκριμένα, στη χαρακτηριστική εξίσωση του συστήματος αυτό φαίνεται ως η Εξ. (2.22),

$$M_{modal} \cdot \ddot{x}_2 + C_{modal} \cdot \dot{x}_2 + K_{modal} \cdot x_1 = F_{act,modal} + F_{ext,modal} \quad (5.3)$$

ενώ σε block diagramm παρουσιάζεται στο Παράρτημα Γ (βλ. Κεφ. 9).

Σε περίπτωση, που ήταν επιθυμητός ο έλεγχος της δύναμης κρούσης που εμφανίζεται θα έπρεπε στις μεταβλητές κατάστασης του συστήματος να εμφανίζεται και η δύναμη που ασκείται στην πλάκα από τον επικρουστήρα και αντιστοίχως και στις μεταβλητές εξόδου. Επομένως, θα χρειαζόταν να σχεδιαστεί εκ νέου σύστημα το οποίο θα μοντελοποιεί και τη κρούση στην πλάκα, καθιστώντας την παρούσα μελέτη πιο σύνθετη, ενώ επιδιώκεται μία προκαταρκτική μελέτη στην εφαρμοσιμότητα του ελέγχου κρούσης.

Ο νόμος ελέγχου που χρησιμοποιείται, εν τέλει, είναι ο LQR με παρατηρητή μειωμένης τάξης, όπως στην περίπτωση του ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης πλάκας (βλ. Κεφ. 4).

5.5.2 Ανάλυση αποτελεσμάτων προσομοίωσης

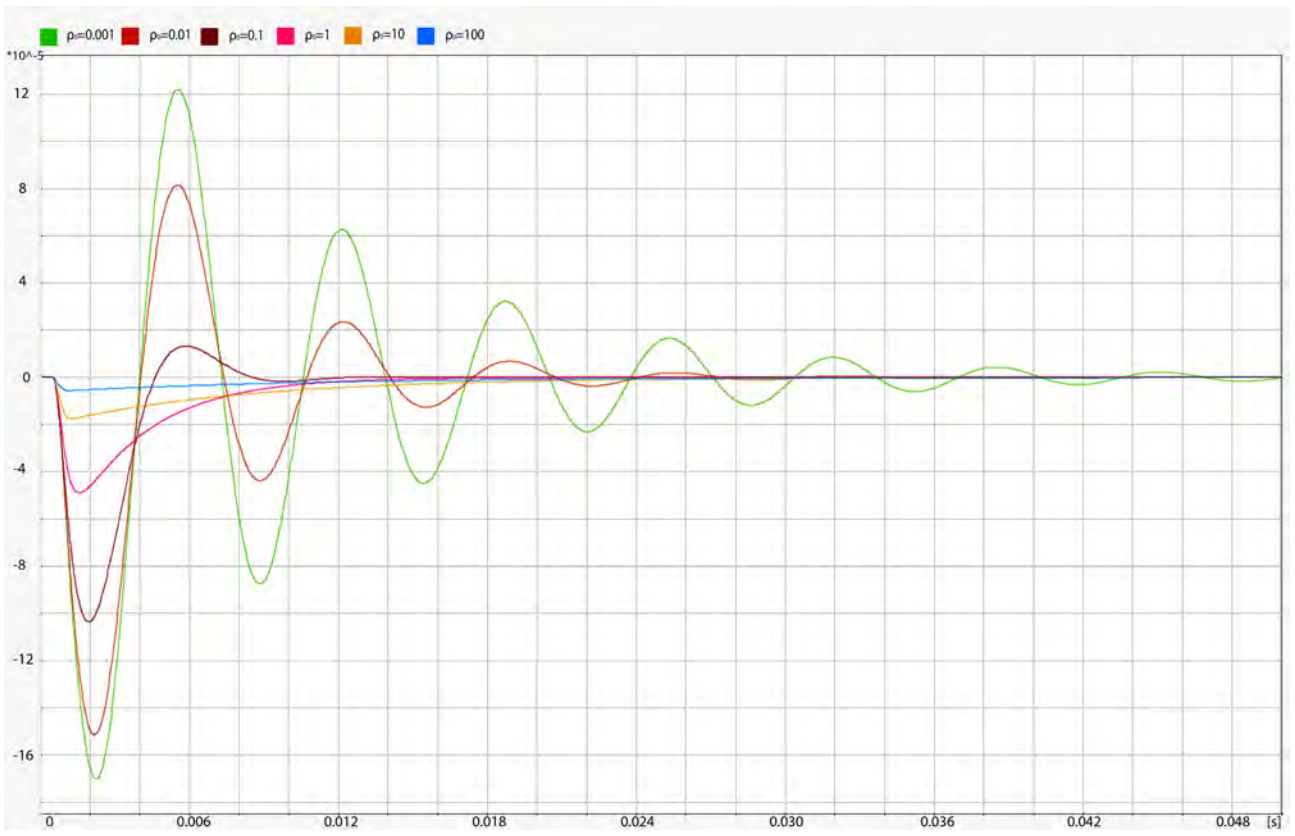
Χρησιμοποιώντας τις αποκρίσεις δύναμης κρούσης για τις πλάκες που μοντελοποιήθηκαν στην προηγούμενη Εν. 5.3.2, μπορούν να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα για την περίπτωση πακτωμένης πλάκας και αντίστοιχα αρθρωμένης. Επίσης, συγκρίνονται τα αποτελέσματα απόκρισης της πλάκας για διάφορες τιμές του λόγου ρ_0 του LQR, ενώ σε επόμενο βήμα καταγράφονται τα αποτελέσματα για περισσότερες μοντελοποιημένες ιδιοσυχνότητες. Τέλος, παρουσιάζονται αποτελέσματα για την απόκριση του κέντρου της πλάκας, των ηλεκτρικών τάσεων που ασκούνται στους επενεργητές και εμφανίζονται στους αισθητήρες και σχολιάζεται η δυνατότητα πρακτικής εφαρμογής.

5.5.2.1 Οριακές συνθήκες πάκτωσης ακμών - CCCC

Όσον αφορά το συντελεστή ρ_0 του ελεγκτή όπως και στην περίπτωση της ελεύθερης ταλάντωσης πλάκας (βλ. Εν. 4.7.1.1), έτσι και εδώ μεταβάλλεται ο συντελεστής μεταξύ των 0.001,0.01,0.1,10,100 και καταγράφονται οι αποκρίσεις μεταβλητών κατάστασης καθώς και οι δυνάμεις των επενεργητών και οι ενέργειες ελέγχου για κάθε προσομοίωση.

Στο Σχ. 5.18α', είναι εμφανές πως με την αύξηση του συντελεστή του ελεγκτή η απόκριση του συστήματος γίνεται ταχύτερη και με μικρότερη υπερακόντιση. Αντίστοιχα, η ενέργεια ελέγχου στο Σχ. 5.18β' αυξάνεται για να μπορέσει να ελεγχθεί το σύστημα. Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι δυνάμεις που ασκούν οι επενεργητές στην πλάκα (Σχ. 5.18γ'), όπου για μεγάλα κέρδη εμφανίζεται μόνο μία κορυφή μεγάλου πλάτους, ωστόσο υπάρχει τιμή του ρ_0 στην οποία η δύναμη που χρειάζεται να ασκηθεί διανέμεται στο χρόνο και εμφανίζει υπερακόντιση.

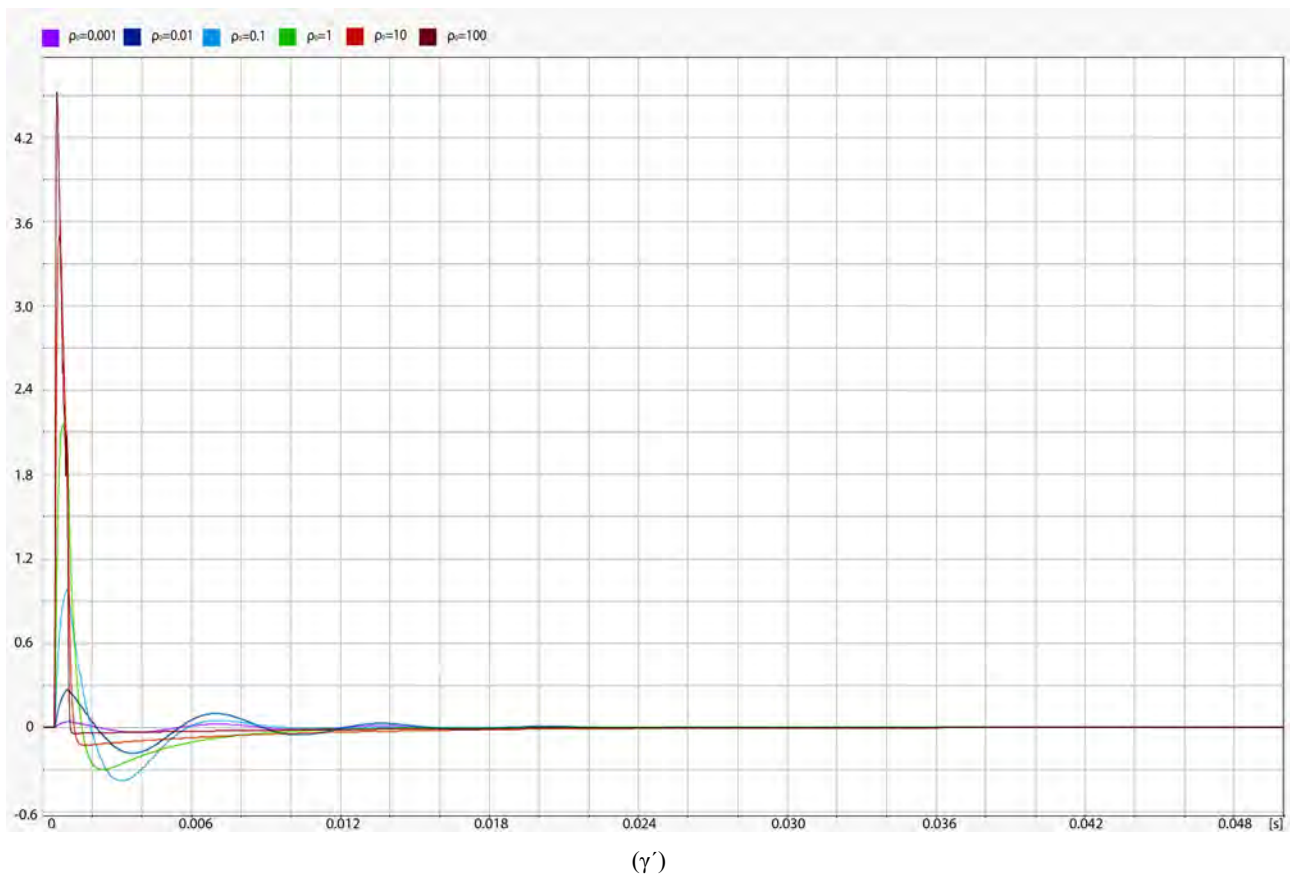
Τελικά επιλέγεται λόγος $\rho_0 = 0.1$ ώστε να είναι όσο το δυνατόν ταχύτερη η απόκριση, χωρίς να υπερβαίνονται οι προδιαγραφές των υλικών, όπως η μέγιστη ηλεκτρική τάση των 150 V στους επενεργητές.



(α')



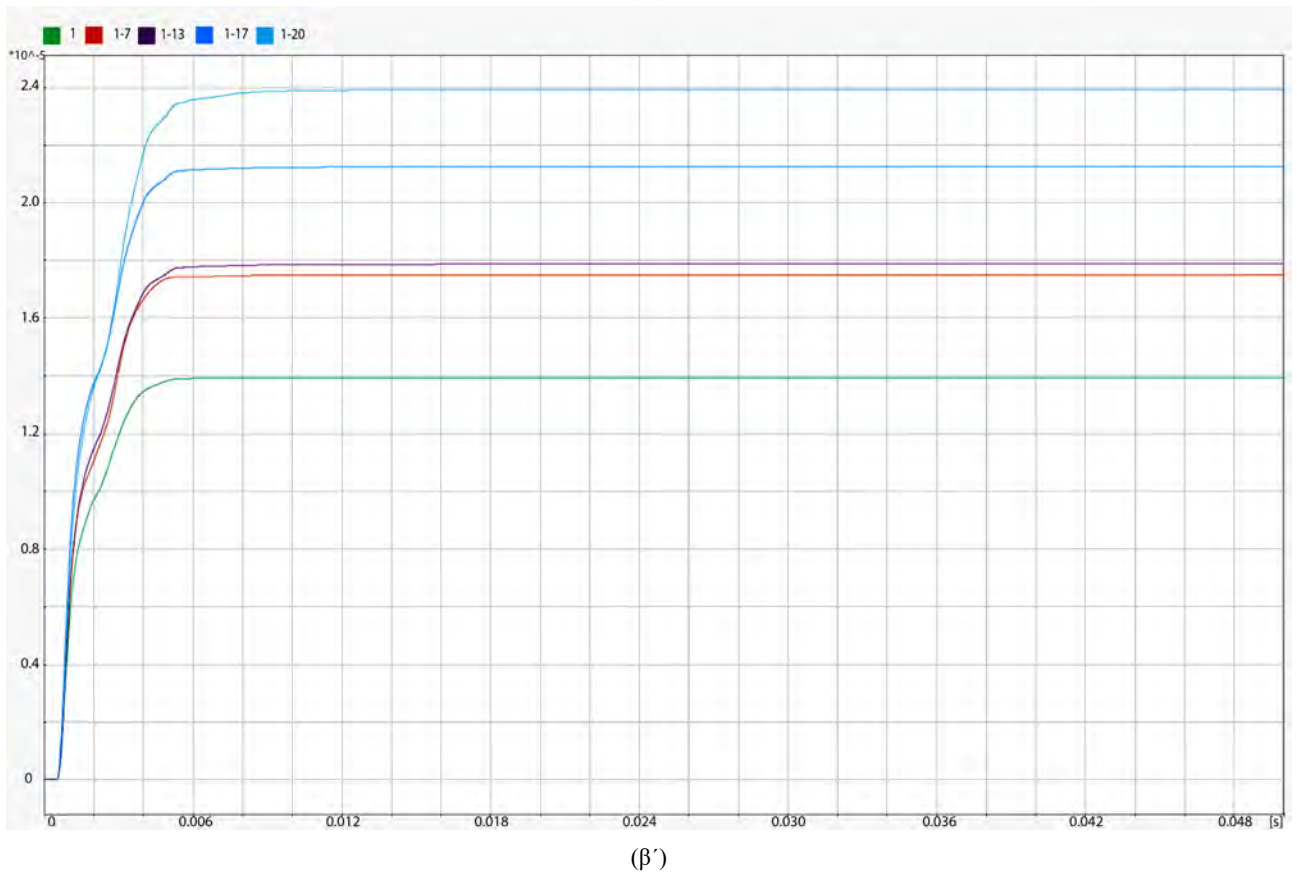
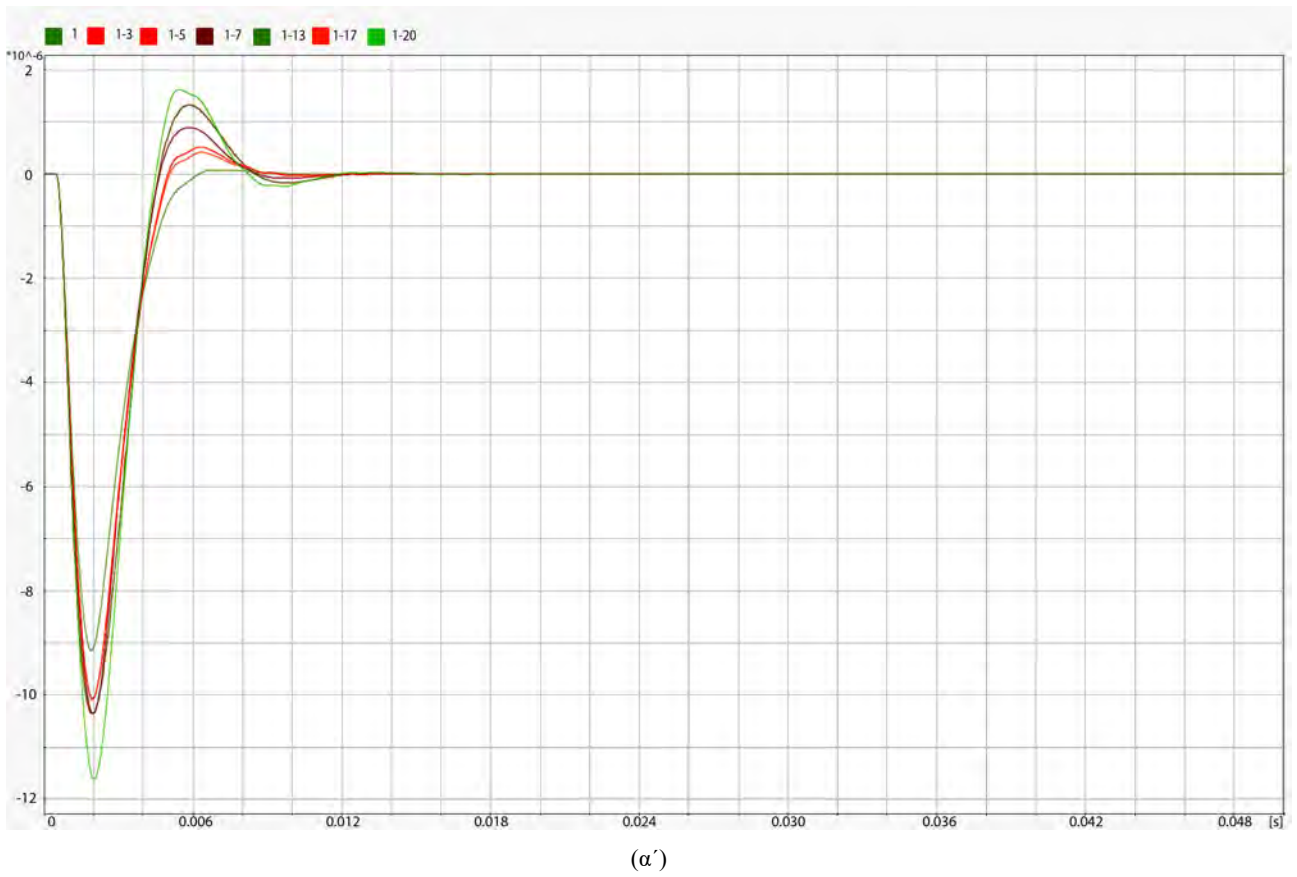
(β')

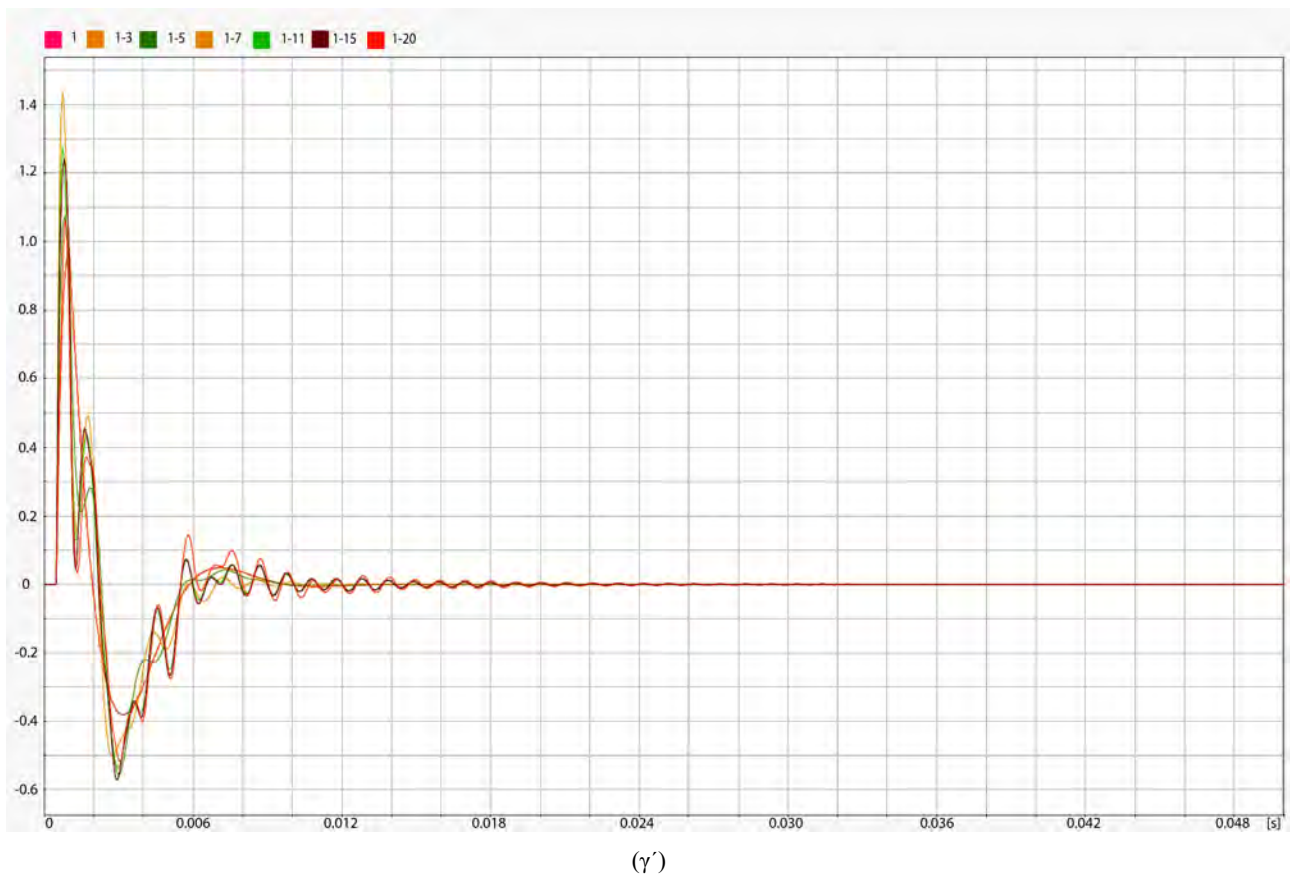


Σχήμα 5.18: Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή.

Η επόμενη μελέτη περιλαμβάνει τη σύγκριση των αποκρίσεων του συστήματος για διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων. Αυτές που εξετάζονται είναι συγκεκριμένα μοντελοποίηση μέχρι τη 1η, 3η, 5η, 7η, 13η, 17η και 20η φυσική συχνότητα.

Από τα σχήματα του 5.19 συμπεραίνεται πως αύξηση του αριθμού μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων οδηγεί σε καλύτερη ακρίβεια της απόκρισης του συστήματος ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται η ενέργεια ελέγχου, καθώς πρέπει να ελεγχθούν και άλλες ιδιομορφές. Μία παρατήρηση που πρέπει να γίνει, είναι πως το σύστημα μετά από κάποιο αριθμό ιδιοσυχνοτήτων είναι οριακά ελέγξιμο, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται σφάλματα κατά τον έλεγχο του. Για την πλειονότητα των μελετών θα μοντελοποιείται η πρώτη ιδιοσυχνότητα, αφού έχει ικανοποιητική απόκριση ως έχει.





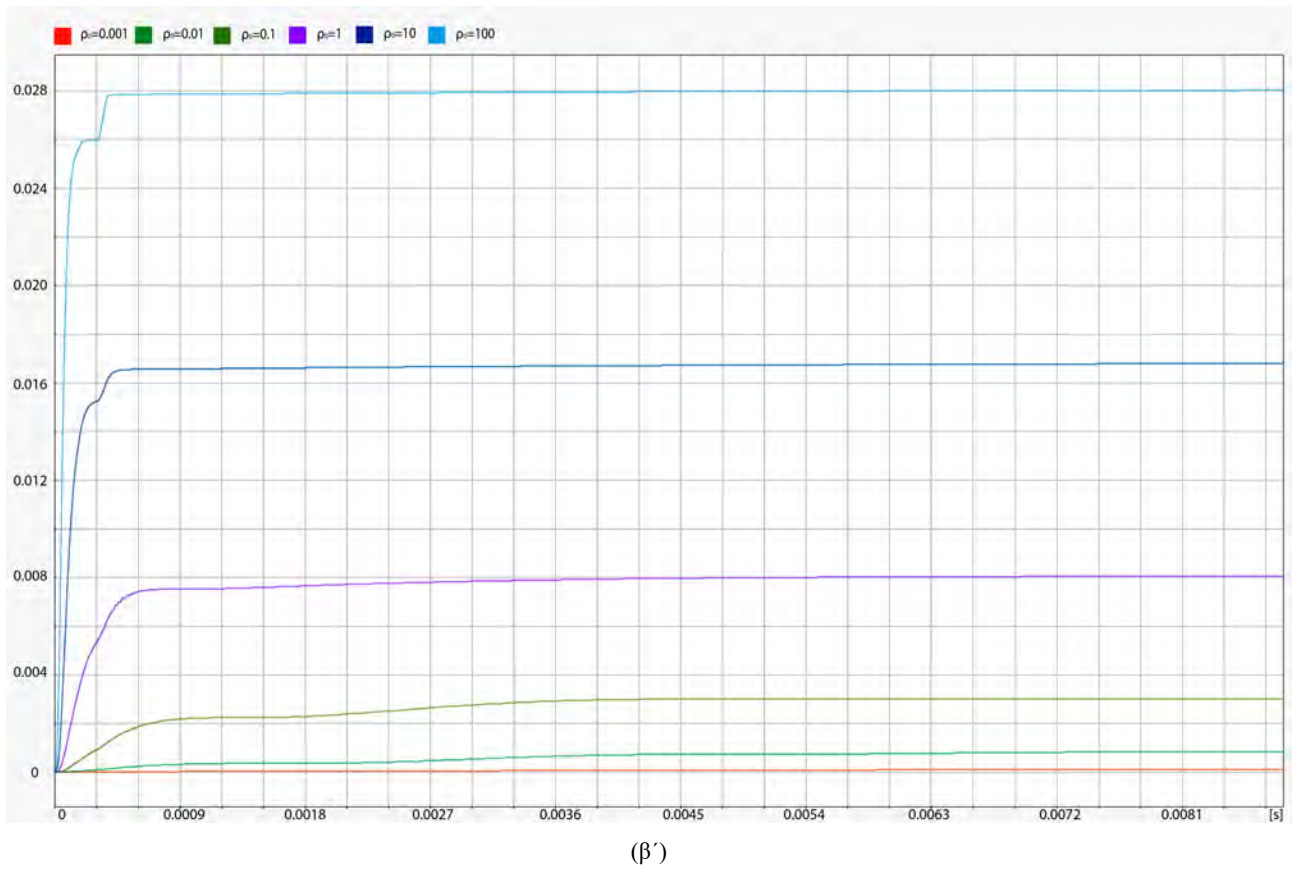
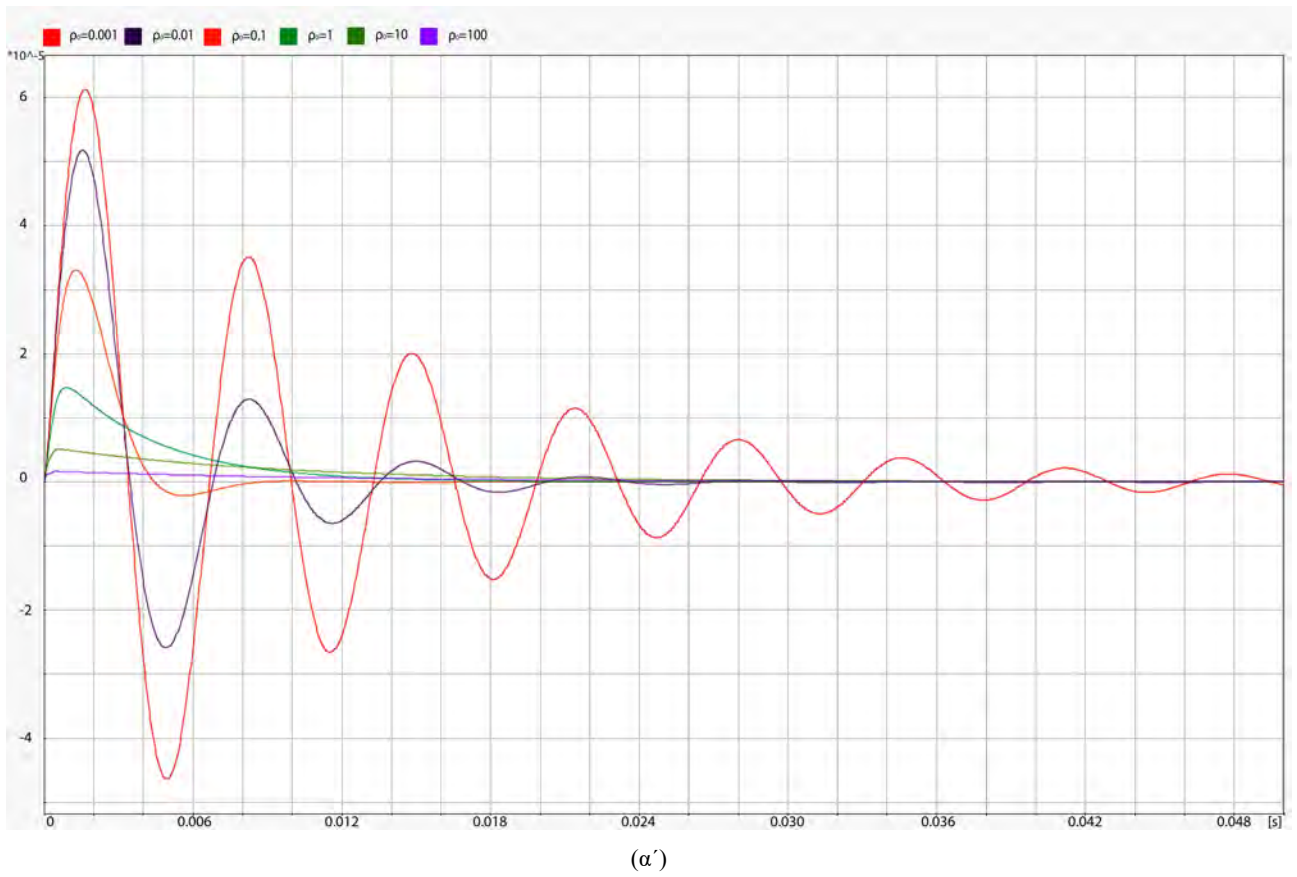
Σχήμα 5.19: Απόκριση συστήματος με διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή.

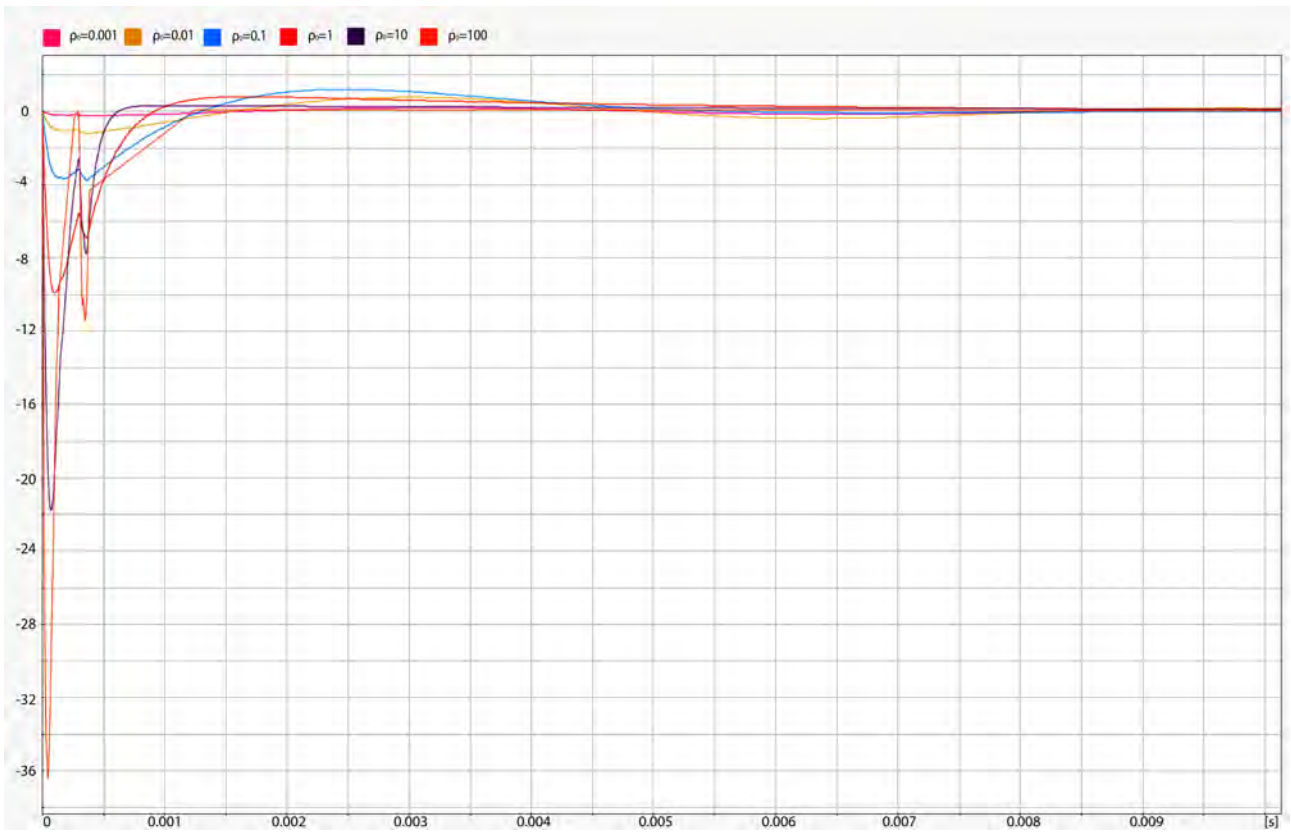
5.5.2.2 Οριακές συνθήκες άρθρωσης ακμών - SSSS

Αντίστοιχα με την παραπάνω ανάλυση γίνεται και για τη δεύτερη περίπτωση οριακών συνθηκών οι οποίες είναι αρθρώσεις στις 4 πλευρές της πλάκας. Η ανάλυση που έγινε είναι ίδια με των προηγούμενων συνθηκών συνεπώς θα παρουσιάζονται τα σχήματα και θα γίνεται σχολιασμός των αποτελεσμάτων.

Ποιοτικά, οι αποκρίσεις των σχημάτων 5.20 και 5.18 είναι ίδιες, συνεπώς δεν απαιτείται περαιτέρω σχολιασμός των αποτελεσμάτων, ωστόσο μπορεί να παρατηρηθεί πως η απόκριση της αρθρωμένης πλάκας έχει περισσότερο ενδιαφέρον λόγω των μεγαλύτερων μετατοπίσεων και αντίστοιχα δυνάμεων που εμφανίζονται.

Έτσι, για να βρίσκεται μέσα στα όρια των προδιαγραφών το σύστημα αυτομάτου ελέγχου επιλέγεται $\rho_0 = 0.01$, ώστε να μην υπερβαίνεται το όριο των 150 V του ενισχυτή.

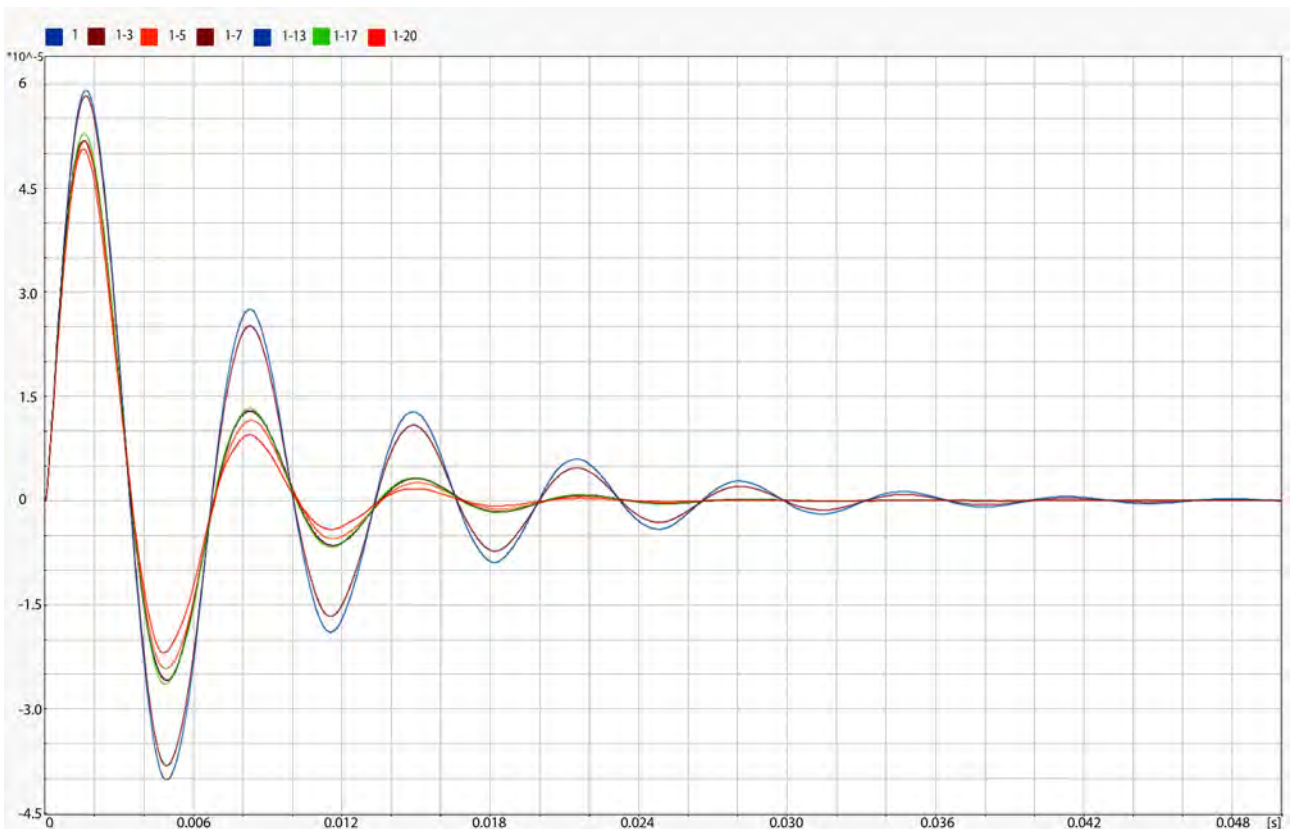




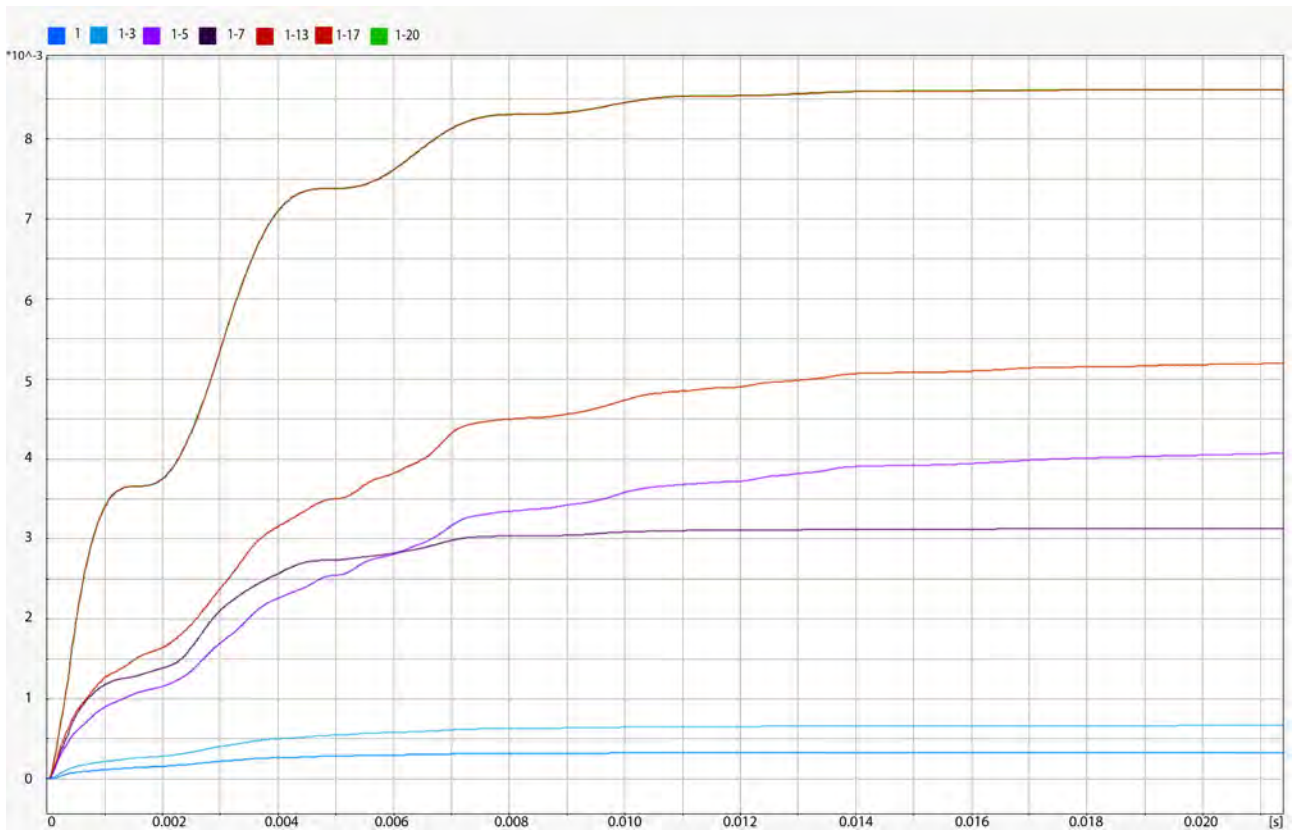
(γ')

Σχήμα 5.20: Απόκριση συστήματος με διαφορετικά κέρδη LQR. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή.

Για τις ιδιοσυχνότητες, οι δοκιμές είναι ίδιες και τα αποτελέσματα φαίνονται στα Σχ. 5.21. Προφανώς, τα συμπεράσματα για το Σχ. 5.21 είναι ίδια με αυτά για το 5.19.



(α')



(β')



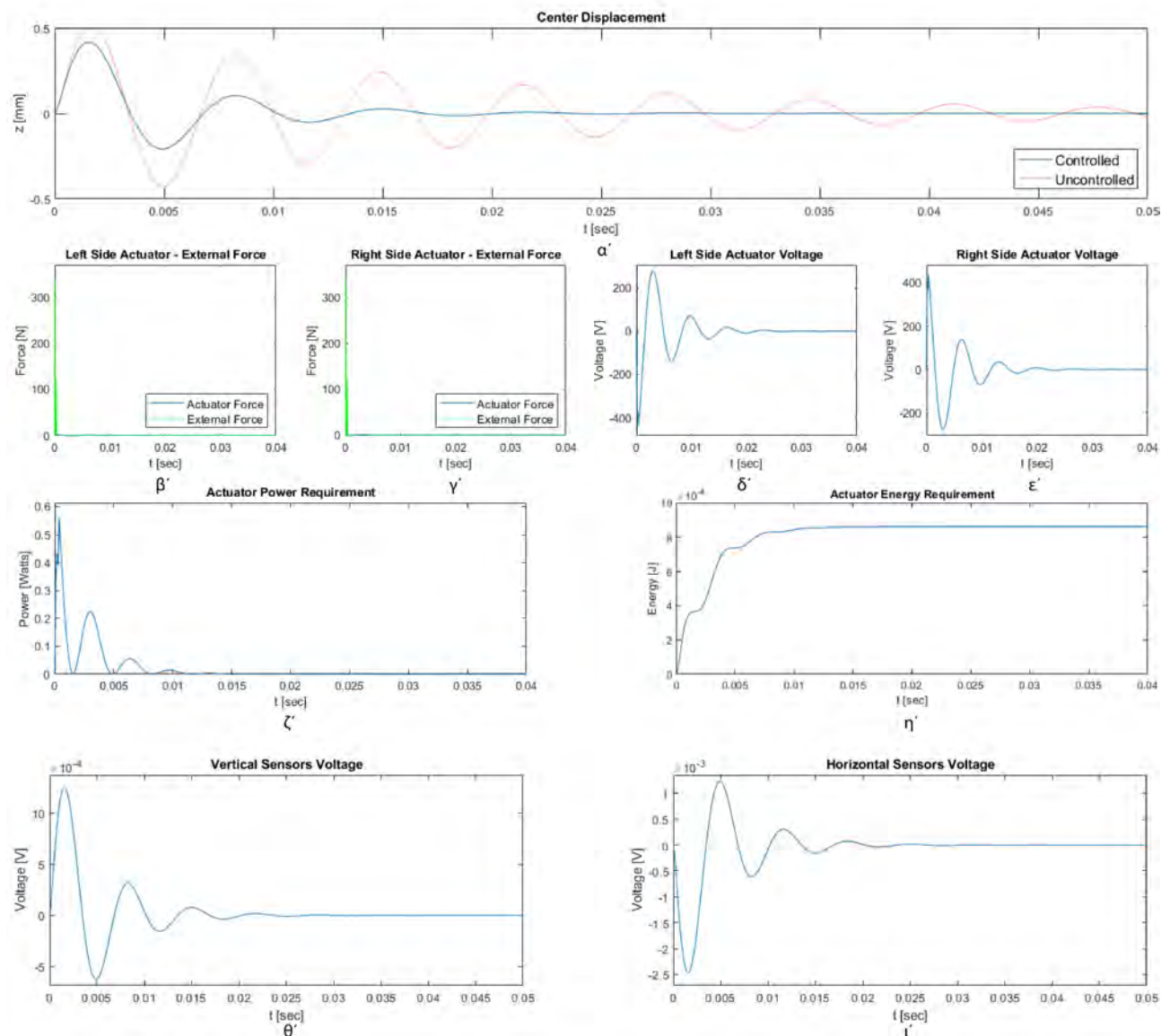
(γ')

Σχήμα 5.21: Απόκριση συστήματος με διαφορετικό αριθμό μοντελοποιημένων ιδιοσυχνοτήτων. α' Μετατόπιση κέντρου πλάκας (1ης μεταβλητής κατάστασης). β' Ενέργεια ελέγχου. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη επενεργητή.

5.5.3 Εξαγωγή αποτελεσμάτων

Έχοντας ολοκληρώσει τη μελέτη για την επιλογή των τελικών παραμέτρων προσομοιώσεων, μπορούν πλέον να εξαχθούν τα αποτελέσματα από την εφαρμογή ελέγχου κρούσης σε "ευφυή" πλάκα.

Στο Σχ. 5.22, φαίνεται η απόκριση του κέντρου της πλάκας σε φυσικές ιδιοσυχνότητες (Σχ. 5.22α') ενώ από κάτω παρουσιάζονται από δεξιά προς τα αριστερά η ασκούμενη δύναμη από τους επενεργητές και η δύναμη κρούσης (Σχ. 5.22β', Σχ. 5.22γ'), η εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση σε αυτούς (Σχ. 5.22δ', Σχ. 5.22ε') και τέλος η ισχύς (Σχ. 5.22ζ') και ενέργεια ελέγχου (Σχ. 5.22η') όπως έχει υπολογιστεί από τις προσομοιώσεις. Σημειώνεται πως το Σχ. 5.22β' είναι για τους επενεργητές στην αριστερή πλευρά της πλάκας, ενώ το Σχ. 5.22γ' για τη δεξιά και αντίστοιχα για τα Σχ. 5.22δ' και 5.22ε'. Επιπλέον στα Σχ. 5.22θ' και 5.22ι' είναι η υπολογιζόμενη ηλεκτρική τάση στους κάθετους και οριζώντιους αισθητήρες, αντίστοιχα.



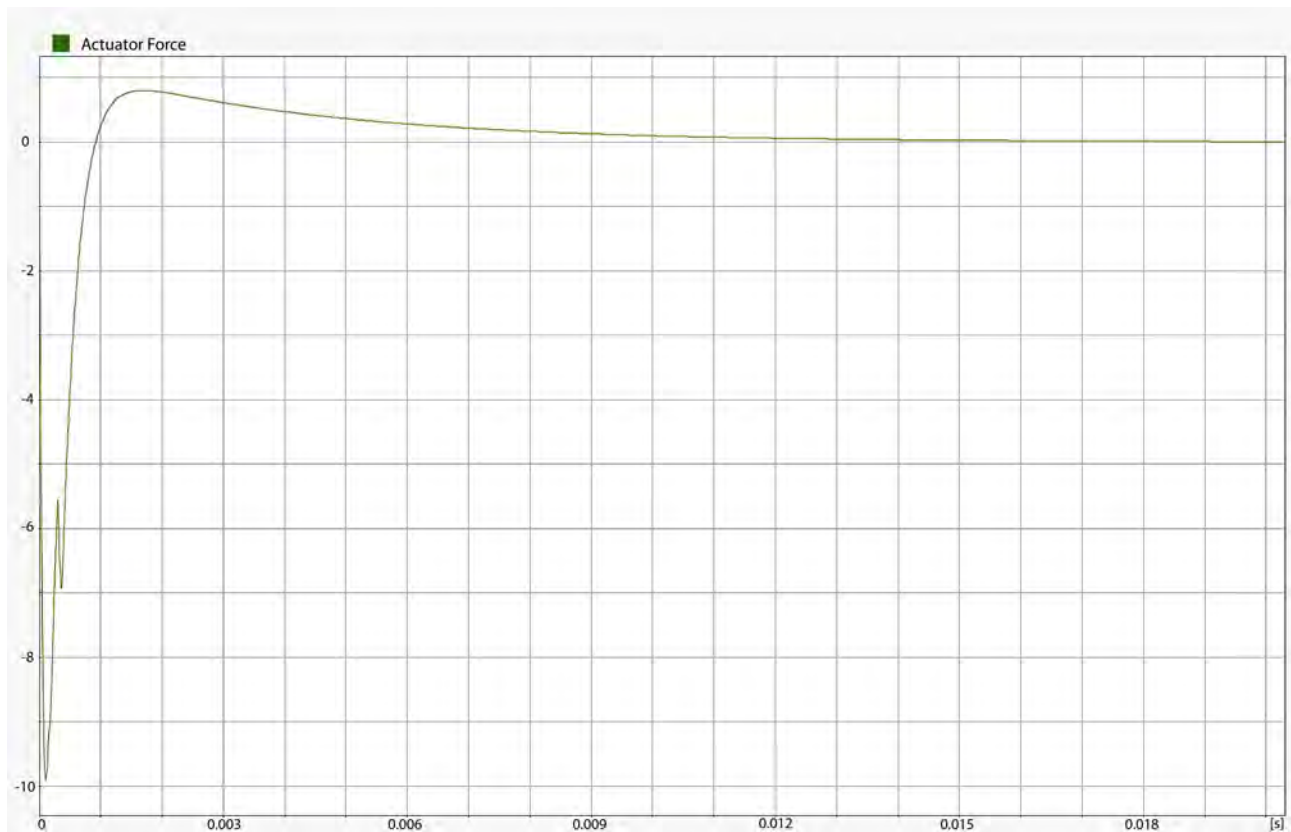
Σχήμα 5.22: Αποτελέσματα απόκρισης επενεργητών και αισθητήρων. α' Απόκριση κέντρου (φυσικές συντεταγμένες). β' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. γ' Εφαρμοζόμενη δύναμη από τους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. δ' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - αριστερή πλευρά πλάκας. ε' Εφαρμοζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές - δεξιά πλευρά πλάκας. ζ' Ισχύς ελέγχου. η' Ενέργεια ελέγχου. θ' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - κατακόρυφη διεύθυνση. ι' Εμφανιζόμενη ηλεκτρική τάση στους πιεζοηλεκτρικούς αισθητήρες - οριζόντια διεύθυνση.

Όπως φαίνεται στα Σχ. 5.22δ' και 5.22ε' , η ηλεκτρική τάση που απαιτείται κυμαίνεται στην περιοχή των 350 με 400 V, τιμή η οποία είναι κοντά στα όρια που επιτρέπουν τα πιεζοηλεκτρικά επιθέματα για συνεχή φόρτιση αλλά υπερβαίνει το όριο της διατιθέμενης ηλεκτρικής τροφοδοσίας για πειραματική διαδικασία.

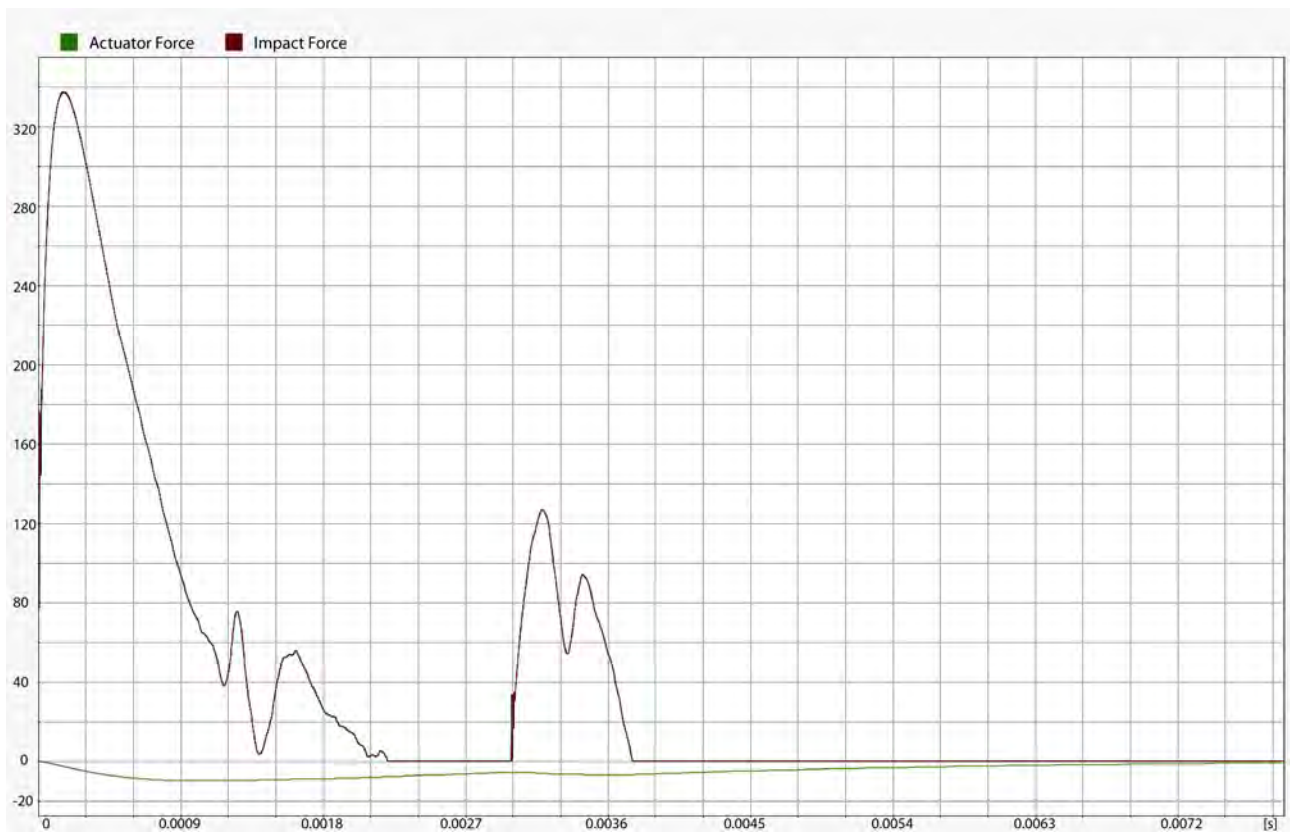
Ενδιαφέρον στους επενεργητές παρουσιάζει η δύναμη που ασκούν στην πλάκα προκειμένου να αποσβέσουν τη μετατόπιση που προκαλείται από τον επικρουστήρα (Σχ. 5.23). Παρατηρώντας τη δύναμη επενέργειας μόνη της (Σχ. 5.23α') και σε συνδυασμό με τη δύναμη κρούσης (Σχ. 5.23β'), φαίνεται πως ακολουθεί εν γένει τη καμπύλη της δύναμης κρούσης, αλλά με μικρότερο πλάτος καθώς εφαρμόζεται από οχτώ επενεργητές συνολικά, και αντίθετο πρόσημο.

Στα Σχ. 5.22θ' και 5.22ι', η ηλεκτρική τάση που εμφανίζεται στους αισθητήρες δεν είναι ίδια για αυτούς που βρίσκονται στη κάθετη διεύθυνση και για αυτούς που βρίσκονται στην οριζόντια. Αυτό οφείλεται στο τρόπο με τον οποίο παραμορφώνεται η πλάκα εξαιτίας των επενεργητών και στη δύναμη που ασκούν προς κάθε διεύθυνση.

Έχοντας επιβεβαιώσει το μοντέλο κρούσης πλάκας και μελετώντας το σύστημα αυτομάτου ελέγχου αυτής, προκύπτει πως υπάρχει δυνατότητα ελέγχου ταλάντωσης που αναπτύσσεται λόγω της κρούσης σε πλάκα με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, με περιορισμούς. Αυτοί προκύπτουν κυρίως από τις προδιαγραφές των υλικών που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο και από τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την επίλυση τόσο της κρούσης όσο και του ελέγχου αυτής. Είναι σημαντικό να αφιερωθεί περισσότερη έρευνα σε αυτό το αντικείμενο, καθώς οι χρήσεις του σε διάφορες βιομηχανικές και ερευνητικές εφαρμογές είναι πολλαπλές.



(α')



(β')

Σχήμα 5.23: Δύναμη επενέργειας και εξωτερικής φόρτισης κατά τη κρούση. α' Δύναμη επενεργητή. β' Δύναμη επενεργητή και κρούσης.

5.6 Ανάλυση Διαδικασίας Ελέγχου Κρούσης σε Πλάκα

Η διαδικασία μοντελοποίησης και ελέγχου κρούσης σε πλάκα ακολουθεί τις ίδιες αρχές και εξισώσεις με τη περίπτωση ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης σε πλάκα. Οι διαφορές έγκεινται στο γεγονός πως πρέπει να υπολογιστεί και να εφαρμοστεί η χρονικά μεταβαλλόμενη δύναμη κρούσης στο μοντέλο του συστήματος. Έτσι, με χρήση των εκτεταμένων δυνατοτήτων μοντελοποίησης του ANSYS, μελετάται η κρούση επικρουστήρα οποιασδήποτε γεωμετρίας - στην προκειμένη εργασία με σφαιρική γεωμετρία - πάνω σε πλάκα σύνθετου υλικού με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα. Από αυτή την ανάλυση, υπολογίζεται η δύναμη κρούσης στη κατασκευή και εισάγεται στην Εξ. (2.12) και μετέπειτα στην (2.13) μαζί με τη δύναμη ελέγχου. Από εκεί ακολουθείται η ίδια διαδικασία με αυτή της περίπτωσης ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης σε πλάκα, όπου στα μοντέλα του Παραρτήματος Γ 9 εισάγεται και η χρονοσειρά της δύναμης κρούσης ως είσοδος στο σύστημα.

6. Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα - Κατεύθυνση Επέκτασης Μελέτης

6.1 Ανακεφαλαίωση

Ανακεφαλαιώνοντας, στην εργασία αυτή αναπτύχθηκε μεθοδολογία σχεδιασμού και εφαρμογής ενεργητικής απόσβεσης σε κατασκευές σύνθετων υλικών με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων ως αισθητήρες και επενεργητές. Αναλυτικότερα:

Κατασκευάστηκε, μέσω πεπερασμένων στοιχείων, μοντέλο δοκού και πλάκας, αντίστοιχα, με τοποθετημένα επάνω του πιεζοηλεκτρικά επιθέματα, από το οποίο εξάγονται τα μητρώα μάζας, δυσκαμψίας και απόσβεσης για το σύστημα. Από τα μητρώα που προέκυψαν, δημιουργούνται, βάσει του μετασχηματισμού από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο ιδιομορφών, οι ανεξάρτητες διαφορικές εξισώσεις της δυναμικής του συστήματος. Τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία θεωρήθηκαν παθητικά μηχανικά στοιχεία, των οποίων η δυναμική στο ηλεκτρικό πεδίο υπολογίζεται σε δεύτερο χρόνο. Προκειμένου να επιβεβαιωθεί η ρεαλιστικότητα της μοντελοποίησης του φυσικού προβλήματος, γίνεται υπολογιστική και πειραματική επαλήθευση της λειτουργίας των πιεζοηλεκτρικών επιθεμάτων. Συγκεκριμένα, επαληθεύτηκε υπολογιστικά, για τη δοκό και την πλάκα, η μοντελοποίηση του επενεργητή ως πηγής ροπής μέσω ζεύγους ισοδύναμων δυνάμεων, αντί του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Συγχρόνως, για τη δοκό, πραγματοποιήθηκε υπολογιστική και πειραματική επαλήθευση της αναπτυσσόμενης ηλεκτρικής τάσης αισθητήρων σε εξαναγκασμένη ταλάντωση. Μετά την επαλήθευση του μοντέλου, μετασχηματίζοντας τις δυναμικές εξισώσεις του συστήματος στο χώρο καταστάσεων, σχεδιάστηκε το σύστημα αυτομάτου ελέγχου χρησιμοποιώντας γραμμικό τετραγωνικό ρυθμιστή (LQR) και παρατηρητή μειωμένης τάξης για την ανάδραση. Για το σύστημα αυτομάτου ελέγχου πραγματοποιήθηκαν προσομοιώσεις ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης δοκού και αντίστοιχα πλάκας, με σκοπό την επιλογή ρυθμίσεων του ελεγκτή και γενικότερα του συστήματος. Έτσι, μέσω των προσομοιώσεων, επιλέχθηκαν τα κέρδη του LQR, οι μοντελοποιημένες ιδιομορφές στο σύστημα από το μετασχηματισμό στο πεδίο ιδιομορφών, το είδος του στοιχείου πλέγματος που χρησιμοποιείται για τη διακριτοποίηση της κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία και άλλα. Ως τελικό βήμα, το σύστημα ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης επαληθεύτηκε υπολογιστικά ως ανοιχτού βρόχου ανάμεσα στη μεθοδολογία της μελέτης και σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων. Για τη περίπτωση της δοκού, η επαλήθευση έγινε και με πείραμα που σχεδιάστηκε και διεξήχθη στο εργαστήριο αυτομάτου ελέγχου (CSL) του Ε.Μ.Π. Έχοντας αναπτύξει το σύστημα αυτομάτου ελέγχου για ελεύθερη ταλάντωση, ανάλογη διαδικασία ακολουθήθηκε για τη περίπτωση κρούσης σε πλάκα. Συγκεκριμένα, μοντελοποιήθηκε κρούση σε πλάκα με χρήση πεπερασμένων στοιχείων και έγινε επιλογή των παραμέτρων μοντελοποίησης και επίλυσης του προβλήματος μέσω προσομοιώσεων. Οι παράμετροι που εξετάστηκαν είναι η πυκνότητα πλέγματος της πλάκας, το είδος του επιλύτη και άλλες. Η επαλήθευση του μοντέλου κρούσης σε πλάκα έγινε βάσει βιβλιογραφικών δεδομένων που έχουν συγκεντρωθεί από υφιστάμενες μελέτες. Εν τέλει, σχεδιάστηκε σύστημα αυτομάτου ελέγχου για έλεγχο ταλάντωσης ως αποτέλεσμα κρούσης σε πλάκα, του οποίου οι παράμετροι επιλέχθηκαν με αντίστοιχο τρόπο όπως στην περίπτωση ελεύθερης ταλάντωσης.

Η εφαρμογή της μεθοδολογίας ακολουθεί πολλαπλά βήματα, τα οποία περιλαμβάνουν το λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων ANSYS, για το οποίο έχει δημιουργηθεί πρόγραμμα σε γλώσσα που χρησιμοποιεί ο επιλύτης του (APDL) προκειμένου να εξαχθούν τα μητρώα, ενώ ταυτόχρονα εκτελέστηκαν υπολογιστικές αναλύσεις. Η ανάπτυξη της μεθοδολογίας έγινε στα περιβάλλοντα MATLAB και SIMULINK, τα οποία ενδείκνυνται για επεξεργασία μητρώων και σχεδιασμό συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Τέλος, χρησιμοποιήθηκαν ορισμένα βοηθητικά προγράμματα για τη μελέτη, όπως Wolfram Mathematica για επίλυση αναλυτικών σχέσεων, Excel για την επεξεργασία αποτελεσμάτων προσομοιώσεων και Solidworks για το σχεδιασμό τριδιάστατων μοντέλων για το ANSYS.

6.2 Συμπεράσματα Μελέτης

Από την διεξαγωγή της παραπάνω μελέτης προέκυψαν ορισμένα συμπεράσματα για τη μοντελοποίηση φυσικών συστημάτων, για το σχεδιασμό συστήματος αυτομάτου ελέγχου και για τη διαδικασία επαλήθευσής του. Έτσι,

- Η μοντελοποίηση κατασκευών με πεπερασμένα στοιχεία μπορεί να αποβεί ιδιαίτερα χρήσιμη διαδικασία

σε περίπτωση περίπλοκων γεωμετριών και υλικών, όπως είναι τα σύνθετα υλικά. Ωστόσο, απαιτείται μεγάλη ακρίβεια στις ιδιότητες των υλικών και τις διαστάσεις των σωμάτων, ώστε να προκύψει ακριβές μοντέλο και αντίστοιχα μητρώα (μάζας, δυσκαμψίας, απόσβεσης). Επίσης, έχοντας μοντελοποιήσει την κατασκευή, είναι δυνατό να γίνουν ευκολότερα οποιεσδήποτε αναλύσεις είναι απαραίτητο.

- Η μοντελοποίηση χρονικά μεταβαλλόμενων φαινομένων, ειδικά μικρού χρόνου και αντίστοιχα υψηλής ενέργειας, όπως είναι η κρούση, είναι ιδιαίτερα σύνθετο πρόβλημα και απαιτείται καλή γνώση των παραμέτρων και της επιρροής τους στο σύστημα.

- Ο μετασχηματισμός των μητρώων της δυναμικής συστήματος από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο ιδιομορφών είναι ιδιαίτερα ωφέλιμος, ειδικά σε περίπτωση μετέπειτα εφαρμογής νόμου ελέγχου σε αυτό, καθώς μειώνονται οι διαστάσεις των μητρώων, περιορίζοντας τις υπολογιστικές απαιτήσεις. Προσοχή θα πρέπει να δοθεί στον αριθμό των μοντελοποιημένων ιδιομορφών, ώστε να μοντελοποιείται επαρκώς το φυσικό σύστημα.

- Το σύστημα αυτομάτου ελέγχου, που σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε, έχει εξαιρετική συμπεριφορά βελτιώνοντας κατά πολύ την απόσβεση του συστήματος. Όσον αφορά τον έλεγχο ελεύθερης ταλάντωσης η ενεργητική απόσβεση συντελεί έως και 60% στη συνολική απόσβεση του συστήματος, παραμένοντας εντός των προδιαγραφών που έχουν οριστεί στην παρούσα μελέτη. Από την άλλη, στην περίπτωση ελέγχου ταλάντωσης από κρούση, ο ελεγκτής μπορεί να περιορίσει την παραμόρφωση της κατασκευής κατά τη διάρκεια της κρούσης και στη συνέχεια να μηδενίσει τη ταλάντωση εξαιτίας αυτής, ωστόσο προς το παρόν είναι στο στάδιο της έρευνας και επιβεβαίωσης της δυνατότητας εφαρμογής του.

- Το μοντέλο που δημιουργήθηκε για τον αυτόματο έλεγχο της κατασκευής μέσω πιεζοηλεκτρικών στοιχείων είναι εμφανώς γρηγορότερο σε σχέση με άλλες μεθόδους. Στην περίπτωση ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης κατασκευής ο χρόνος για τη προσομοίωση της απόκρισης είναι τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερος σε σχέση με αντίστοιχη ανάλυση με λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων με συγκρίσιμη ακρίβεια αποτελεσμάτων. Παρόμοια αποτελέσματα θα εμφανιζόταν στην περίπτωση μοντελοποίησης κρούσης, εφόσον είχε δημιουργηθεί μοντέλο στο πρόγραμμα MATLAB που να περιλαμβάνει το φαινόμενο της κρούσης.

- Στην περίπτωση ελέγχου ελεύθερης ταλάντωσης κατασκευής οι αναλύσεις, που έχουν γίνει, έχουν αποδείξει την εφαρμοσιμότητα μεθόδου για ενεργητική απόσβεση και πλέον ερευνάται η βέλτιστη στρατηγική μοντελοποίησης και ελέγχου, ώστε να είναι ταυτόχρονα ρεαλιστική και αποδοτική. Ωστόσο, για τη κρούση, η παρούσα μελέτη πρόκειται για προκαταρκτική μελέτη, προκειμένου να εξεταστούν βασικά ζητήματα στη μοντελοποίηση και τον έλεγχο.

- Σημειώνεται πως τόσο η μοντελοποίηση, όσο και το σύστημα αυτομάτου ελέγχου έχουν σχεδιαστεί με παραμετρικό τρόπο ώστε να υπάρχει η δυνατότητα εφαρμογής της μεθοδολογίας σε άλλες γεωμετρίες και υλικά της κατασκευής ή με άλλα χαρακτηριστικά ελεγκτή.

Συνεπώς, η μεθοδολογία που παρουσιάζεται είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για το σχεδιασμό και εφαρμογή ελέγχου ταλάντωσης μεμονωμένων κατασκευών ή μερών συναρμολογημάτων με πιεζοηλεκτρικά επιθέματα ως επενεργητές και αισθητήρες.

6.3 Κατευθύνσεις Επέκτασης Εργασίας

Η έρευνα που έχει γίνει στην παρούσα μελέτη βρίσκεται σε ικανοποιητικό επίπεδο όσον αφορά τα αποτελέσματα της στην ενεργητική απόσβεση κατασκευών, έχοντας καταλήξει σε ολοκληρωμένη μεθοδολογία για τη μοντελοποίηση και εφαρμογή συστήματος αυτομάτου ελέγχου σε δοκό και πλάκα για διάφορες αρχικές συνθήκες. Ωστόσο, υπάρχει δυνατότητα βελτίωσης και επέκτασης της μεθοδολογίας που αναπτύχθηκε, ώστε να είναι πλήρης.

Καταρχάς, όσον αφορά τη μοντελοποίηση του φυσικού προβλήματος, τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία σχεδιάζονται μόνο ως επιθέματα, ενώ για την πληρότητα της μελέτης, μπορούν να μοντελοποιηθούν κατασκευές με ενσωματωμένους πιεζοηλεκτρικούς επενεργητές και αισθητήρες. Σε συνδυασμό με αυτό, δεν περιλαμβάνεται στα μοντέλα των κατασκευών η κόλλα μεταξύ των πιεζοηλεκτρικών στοιχείων και του σύνθετου υλικού. Η επιρροή της στη δυναμική όσον αφορά τη μάζα και την ελαστικότητα δεν είναι σημαντική, ωστόσο επηρεάζει την απόσβεση και επιδιώκοντας όσο το δυνατόν ρεαλιστικά μοντέλα, αυτό είναι μία βελτίωση που πρέπει να περιληφθεί. Μία σημαντική επέκταση, επίσης, είναι η μοντελοποίηση κελυφών με πιεζοηλεκτρικά στοιχεία, καθώς με αυτό το τρόπο θα μπορεί να εφαρμοστεί νόμος ελέγχου σε τρία βασικά στοιχεία κατασκευών (δοκός, πλάκα, κέλυφος), με αποτέλεσμα να υπάρχει η δυνατότητα ελέγχου ταλάντωσης ολόκληρων συναρμολογημάτων. Αυτή η επέκταση δεν απέχει πολύ από τη μοντελοποίηση πλακών, αφού

θα πρέπει να γίνει η εισαγωγή καμπυλότητας στα ήδη υπάρχοντα μοντέλα, ενώ ταυτόχρονα έχουν γίνει ορισμένες προκαταρκτικές μελέτες στον έλεγχο και στην κρούση κελυφών. Τέλος, βελτιώσεις θα πρέπει να γίνουν στο μοντέλο της κρούσης, ώστε να αντιπροσωπεύει καλύτερα την πραγματικότητα. Για αυτό, θα πρέπει να ελεγχθούν διάφορες παράμετροι της προσομοίωσης της κρούσης ώστε να συμπίπτει με επαληθευμένα αποτελέσματα, όχι μόνο στη περίπτωση κρούσης χαμηλής ενέργειας όπως γίνεται τώρα, αλλά και σε πιο σύνθετες συνθήκες (π.χ. κρούση έκκεντρα της πλάκας ή κελύφους, κρούση με επικρουστήρα μεγαλύτερης μάζας). Οι παράμετροι της προσομοίωσης κρούσης που χρειάζονται περαιτέρω μελέτη είναι το χρονικό βήμα σύγκλισης, ο ορισμός του επικρουστήρα ως παραμορφώσιμου σώματος, η απόσβεση των υλικών, η διερεύνηση κατάλληλου νόμου επαφής μεταξύ των σωμάτων που μπορεί να περιλαμβάνει και υστέρηση και άλλες.

Το σύστημα εξισώσεων από τα μητρώα (μάζας, δυσκαμψίας, απόσβεσης) που παράγονται είναι πλήρες όσον αφορά τη δυναμική του μηχανικού συστήματος, ωστόσο τα πιεζοηλεκτρικά στοιχεία διαθέτουν και δυναμική ηλεκτρικού πεδίου, η οποία μέσω του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου επηρεάζει και το μηχανικό μέρος. Συνεπώς, συμπεριλαμβάνοντας και αυτή, θα δημιουργηθεί ένα πλήρες σύστημα διαφορικών εξισώσεων της δυναμικής της “ευφούς” κατασκευής, το οποίο στο χώρο καταστάσεων θα διαθέτει ως μεταβλητές κατάσταση τη μετατόπιση, τη ταχύτητα αλλά και την ηλεκτρική τάση που εφαρμόζεται στους επενεργητές και αναπτύσσεται στους αισθητήρες. Παρομοίως, βελτιώσεις μπορούν να γίνουν στη δυναμική της κρούσης, όπου βάσει υφιστάμενων μελετών και μοντέλων, μπορεί να καταγράφουν δυναμικές εξισώσεις για τη κρούση, ώστε η προσομοίωση αυτής να γίνεται ταχύτερα, καθώς επίσης να μπορέσει να συνδυαστεί με τη δυναμική της κατασκευής σε ένα ολοκληρωμένο σύστημα αυτόματου ελέγχου, του οποίου οι καταστάσεις θα περιλαμβάνουν και την ταχύτητα του επικρουστήρα.

Το σύστημα αυτομάτου ελέγχου και συγκεκριμένα ο γραμμικός τετραγωνικός ρυθμιστής, είναι ευρέως μελετημένα και διαδεδομένα στις εφαρμογές, συνεπώς σε αυτά τα στοιχεία δεν μπορούν να γίνουν πολλές αλλαγές. Ωστόσο, βάσει της θεωρίας βέλτιστου ελέγχου, μπορεί να σχεδιαστεί ένας νόμος ελέγχου με αντικειμενική συνάρτηση βέλτιστου ελέγχου συγκεκριμένη για το πρόβλημα που μελετάται κάθε φορά. Έτσι, θα μπορούσε να επιδιώκεται η μείωση της δυναμικής και κινητικής ενέργειας του συστήματος σε συνδυασμό με την ενέργεια ελέγχου, αντί της επιδίωξης μηδενισμού των σφαλμάτων των καταστάσεων. Επιπλέον, για τη περίπτωση ελέγχου ταλάντωσης από κρούση, στο παρόν σύστημα αυτομάτου ελέγχου γίνεται έλεγχος θέσης και ταχύτητας της πλάκας, ωστόσο στη κρούση κατασκευών επιδιώκεται αρχικά ο περιορισμός της δύναμης που ασκείται στη κατασκευή. Επομένως, θα πρέπει να σχεδιαστεί σύστημα ελέγχου της δύναμης επαφής (force impact control), αντί της εγκάρσιας μετατόπισης. Αντίστοιχα, μπορούν να γίνουν υπολογιστικές δοκιμές άλλων μεθόδων ελέγχου ταλάντωσης κρούσης, όπως είναι η εφαρμογή υψίσυχων ταλαντώσεων κατά και μετά τη κρούση στην κατασκευή, για την διάχυση της ενέργειας κρούσης.

Τέλος, όσον αφορά τη διαδικασία επαλήθευσης των αποτελεσμάτων του συστήματος αυτομάτου ελέγχου, προς το παρόν εφαρμόζεται ανοιχτός βρόχος στο σύστημα ελέγχου τόσο στην υπολογιστική επαλήθευση όσο και στη πειραματική, συνεπώς είναι άμεση και κρίσιμη βελτίωση η εφαρμογή συστήματος κλειστού βρόχου, ώστε να είναι ρεαλιστική δοκιμή. Αυτό θα μπορεί να εφαρμοστεί, στη συνέχεια, σε όλες τις κατασκευές (πλάκα και κέλυφος) και αρχικές συνθήκες (ελεύθερη ταλάντωση και κρούση). Έτσι, θα είναι δυνατή η επιβεβαίωση της εγκυρότητας της μεθοδολογίας ενεργητικής απόσβεσης κατασκευών σε φυσικά συστήματα τόσο για βιομηχανικές όσο και ερευνητικές εφαρμογές.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- [1] E. F. Crawley and J. De Luis, “Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures,” *AIAA Journal*, vol. 25, no. 10, pp. 1373–1385, 1987, ISSN: 0001-1452. DOI: 10 . 2514 / 3 . 9792. [Online]. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.9792>.
- [2] A. A. Khdeir, E. Darraj, and O. J. Aldraihem, “Free Vibration of Cross Ply Laminated Beams with Multiple Distributed Piezoelectric Actuators,” *Journal of Mechanics*, vol. 28, no. 01, pp. 217–227, Mar. 2012, ISSN: 1727-7191. DOI: 10 . 1017 / jmech . 2012 . 22. [Online]. Available: http://www.journals.cambridge.org/abstract%7B%5C_%7DS1727719112022009.
- [3] M. I. Chang and T. Soong, “Optimal controller placement in modal control of complex systems,” *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 75, no. 2, pp. 340–358, Jun. 1980, ISSN: 0022247X. DOI: 10 . 1016 / 0022 - 247X (80) 90084 - 0. [Online]. Available: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022247X80900840>.
- [4] S. Hanagud, C. Won, and M. Obal, “Optimal Placement of Piezoceramic Sensors and Actuators,” in *1988 American Control Conference*, IEEE, Jun. 1988, pp. 1884–1889. DOI: 10 . 23919 / ACC . 1988 . 4790034. [Online]. Available: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4790034/>.
- [5] R. Lindberg and R. W. Longman, *On the Number and Placement of Actuators for Independent Modal Space Control*, 2008. DOI: 10 . 2514 / 3 . 56366.
- [6] S. K. HA, C. KEILERS, and F.-K. CHANG, *Finite element analysis of composite structures containing distributed piezoceramic sensors and actuators*, 1992. DOI: 10 . 2514 / 3 . 10984. [Online]. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.10984>.
- [7] S. Hanagud, M. W. Obal, and A. J. Calise, “Optimal vibration control by the use of piezoceramic sensors and actuators,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 5, pp. 1199–1206, 1992, ISSN: 0731-5090. DOI: 10 . 2514 / 3 . 20969. [Online]. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.20969>.
- [8] N. W. Hagood, W. H. Chung, and A. V. Flotow, *Control Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control*, 2014. DOI: 10 . 1177 / 1045389X9000100305. [Online]. Available: <http://jim.sagepub.com/content/1/3/327%7B%5C%7D0Ahttp://www.sagepublications.com%7B%5C%7D0Ahttp://jim.sagepub.com/cgi/alerts%7B%5C%7D0Ahttp://jim.sagepub.com/subscriptions%7B%5C%7D0Ahttp://www.sagepub.com/journalsReprints.nav%7B%5C%7D0Ahttp://www.sagepub.com/journalsPermissions.nav%7B%5C%7D0Ahttp://jim>.
- [9] A. Alaimo, A. Milazzo, and C. Orlando, *A smart composite-piezoelectric one-dimensional finite element model for vibration damping analysis*, 2016. DOI: 10 . 1177 / 1045389X15591380.
- [10] M. R. Hatch, *Vibration Simulation Using MATLAB and ANSYS*. 2001, p. 656, ISBN: 1584882050. arXiv: arXiv:1011.1669v3.
- [11] S. M. Khot, N. P. Yelve, and R. Iyer, *Extraction of system model from finite element model and simulation study of active vibration control*, 2012.
- [12] L. Meirovitch, H. Baruh, and H. Oz, “COMPARISON OF CONTROL TECHNIQUES FOR LARGE FLEXIBLE SYSTEMS.,” in *Advances in the Astronautical Sciences*, vol. 46, Jul. 1982, p. 949, ISBN: 0877031614. DOI: 10 . 2514 / 3 . 19833. [Online]. Available: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.19833>.
- [13] C. M. A. Vasques and J. Dias Rodrigues, *Active vibration control of smart piezoelectric beams: Comparison of classical and optimal feedback control strategies*, 2006. DOI: 10 . 1016 / j . compstruc . 2006 . 01 . 026.
- [14] P. Gaudenzi, R. Carbonaro, and E. Benzi, “Control of beam vibrations by means of piezoelectric devices: theory and experiments,” *Composite Structures*, vol. 50, no. 4, pp. 373–379, Dec. 2000, ISSN: 02638223. DOI: 10 . 1016 / S0263 - 8223 (00) 00114 - 8. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822300001148>.

- [15] S. Kumar and R. Srivastava, *Active Vibration Control of Smart Piezo Cantilever Beam Using Pid Controller*, 2014.
- [16] A. Baz and S. Poh, "Performance of an active control system with piezoelectric actuators," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 126, no. 2, pp. 327–343, Oct. 1988, ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/0022-460X(88)90245-3. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022460X88902453>.
- [17] E. Padoin, O. Menuzzi, E. Perondi, and J. Fonseca, "MODELING AND LQR/LQG CONTROL OF A CANTILEVER BEAM USING PIEZOELECTRIC MATERIAL," no. Cobem, pp. 4629–4638, 2013.
- [18] T. Bailey and J. E. Hubbard, "Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 5, pp. 605–611, Sep. 1985, ISSN: 0731-5090. DOI: 10.2514/3.20029. [Online]. Available: <http://doi.wiley.com/10.1002/oca.4660090111%20http://cdmd.cnki.com.cn/Article/CDMD-10358-1011283867.htm%20http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.20029>.
- [19] B.-T. Wang and C. A. Rogers, "Laminate Plate Theory for Spatially Distributed Induced Strain Actuators," *Journal of Composite Materials*, vol. 25, no. 4, pp. 433–452, 1991, ISSN: 1530793X. DOI: 10.1177/002199839102500405. [Online]. Available: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/002199839102500405>.
- [20] E. K. Dimitriadis, C. R. Fuller, and C. a. Rogers, *Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates*, 1991. DOI: 10.1115/1.2930143.
- [21] A. P. Christoforou and A. S. Yigit, "Characterization of impact in composite plates," *Composite Structures*, vol. 43, no. 1, pp. 15–24, Sep. 1998, ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/S0263-8223(98)00087-7. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822398000877>.
- [22] A. P. Christoforou and S. R. Swanson, *Analysis of impact response in composite plates*, 1991. DOI: 10.1016/0020-7683(91)90226-6.
- [23] S. Khalili, M. Soroush, A. Davar, and O. Rahmani, "Finite element modeling of low-velocity impact on laminated composite plates and cylindrical shells," *Composite Structures*, vol. 93, no. 5, pp. 1363–1375, Apr. 2011, ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2010.10.003. [Online]. Available: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263822310003296>.
- [24] S. C. Her and Y. C. Liang, "The finite element analysis of composite laminates and shell structures subjected to low velocity impact," *Composite Structures*, vol. 66, no. 1-4, pp. 277–285, 2004, ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2004.04.049.
- [25] S. C. Her and C. S. Lin, *Deflection of cross-ply composite laminates induced by piezoelectric actuators*, 2010. DOI: 10.3390/s100100719.
- [26] H. Aggour and C. T. Sun, *Finite element analysis of a laminated composite plate subjected to circularly distributed central impact loading*, 1988. DOI: 10.1016/0045-7949(88)90412-9.
- [27] H.-Y. T. Wu and C. Fu-Kuo, "Transient dynamic analysis of laminated composite plates subjected to transverse impact," *Computers & Structures*, vol. 31, no. 3, pp. 453–466, Jan. 1989, ISSN: 00457949. DOI: 10.1016/0045-7949(89)90393-3. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0045794989903933>.
- [28] D. S. Cairns and P. A. Lagace, *Transient response of graphite/epoxy and Kevlar/epoxy laminates subjected to impact*, 2008. DOI: 10.2514/3.10306.
- [29] T. S. Plagianakos and E. G. Papadopoulos, "Low-Velocity Global-Local Impact Response of Smart Composite and Sandwich Composite Plates With Piezoelectric Transducers," in *Volume 4B: Dynamics, Vibration, and Control*, ASME, Nov. 2014, V04BT04A062, ISBN: 978-0-7918-4648-3. DOI: 10.1115/IMECE2014-37574. [Online]. Available: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?doi=10.1115/IMECE2014-37574>.
- [30] T. S. Plagianakos, K. Lika, and E. G. Papadopoulos, "Low-velocity impact response of smart sandwich composite plates with piezoelectric transducers: Modeling and experiments," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 27, no. 6, pp. 774–785, 2015, ISSN: 15308138. DOI: 10.1177/1045389X15580662.

- [31] K. Y. Lam and T. Y. Ng, *Active control of composite plates with integrated piezoelectric sensors and actuators under various dynamic loading conditions*, 1999. DOI: 10.1088/0964-1726/8/2/008.
- [32] K. Chandrashekhara and A. N. Agarwal, "Active Vibration Control of Laminated Composite Plates Using Piezoelectric Devices: A Finite Element Approach," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 4, no. 4, pp. 496–508, 1993, ISSN: 15308138. DOI: 10.1177/1045389X9300400409.
- [33] D. A. Saravanos and A. P. Christoforou, "Low-energy impact of adaptive cylindrical piezoelectric-composite shells," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, no. 8, pp. 2257–2279, 2002, ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/S0020-7683(02)00087-2.
- [34] S. A. Luis, *Undamped Modal Analysis of MDOF systems*, 2008. [Online]. Available: <http://rotorlab.tamu.edu/me617/HD%207%20Modal%20Analysis%20Undamped%20MDOF.pdf>.
- [35] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 2017. DOI: 10.1109/TAC.1972.1100013. arXiv: 0605511 [cond-mat].
- [36] R. C. Dorf and R. H. Bishop, *Modern Control Systems*, 12th. 2011, ISBN: 9780136024583.
- [37] M. Triantafyllou, *Maneuvering and Control of Surface and Underwater Vehicles Lectures*, 2004. [Online]. Available: <https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-154-maneuvering-and-control-of-surface-and-underwater-vehicles-13-49-fall-2004/lecture-notes/lec19.pdf>.
- [38] V. Radisavljevic-Gajic, "Linear Observers Design and Implementation," Bridgeport, CT, USA: Proceedings of the 2014 Zone 1 Conference of the American Society for Engineering Education, 2014. DOI: 10.1109/ASEEZone1.2014.6820636.
- [39] D. Dhanunjaya Raju and V. V. Subba Rao, "Static Response of Cross-Ply Laminated Hybrid Composite Plates Excited by Piezoelectric Actuators," in *Proceedings of the World Congress on Engineering*, London, 2016.
- [40] D. Kumar and V. V. Rao Subba, "VIBRATION CONTROL OF RECTANGULAR CROSS-PLY FRP PLATES USING PZT MATERIALS," *Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 12, 2017.
- [41] J.N.Reddy, *Mechanics of laminated composite plates and shells theory and analysis*. 2004, p. 831, ISBN: 9780849315923.
- [42] T. S. Plagianakos and D. A. Saravanos, *High-order layerwise finite element for the damped free-vibration response of thick composite and sandwich composite plates*, 2009. DOI: 10.1002/nme.2465. arXiv: 1201.4903.
- [43] I. Chowdhury and S. P. Dasgupta, *Computation of Rayleigh damping coefficients for large systems*, 2003. DOI: 10.1002/cnma.201700327.
- [44] W. J. Stronge, *Impact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000, ISBN: 9780511626432. DOI: 10.1017/CB09780511626432. arXiv: arXiv:1011.1669v3. [Online]. Available: <http://ebooks.cambridge.org/ref/id/CB09780511626432>.
- [45] T. S. Plagianakos and E. G. Papadopoulos, "Low-energy impact response of composite and sandwich composite plates with piezoelectric sensory layers," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 51, no. 14, pp. 2713–2727, 2014, ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2014.04.005.
- [46] C. T. Sun and J. K. Chen, *On the Impact of Initially Stressed Composite Laminates*, 1985. DOI: 10.1177/002199838501900601.
- [47] A. Ghosh and P. Sinha, "Dynamic and impact response of damaged laminated composite plates," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 76, no. 1, pp. 29–37, Feb. 2004, ISSN: 0002-2667. DOI: 10.1108/00022660410514982. [Online]. Available: <https://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/00022660410514982>.

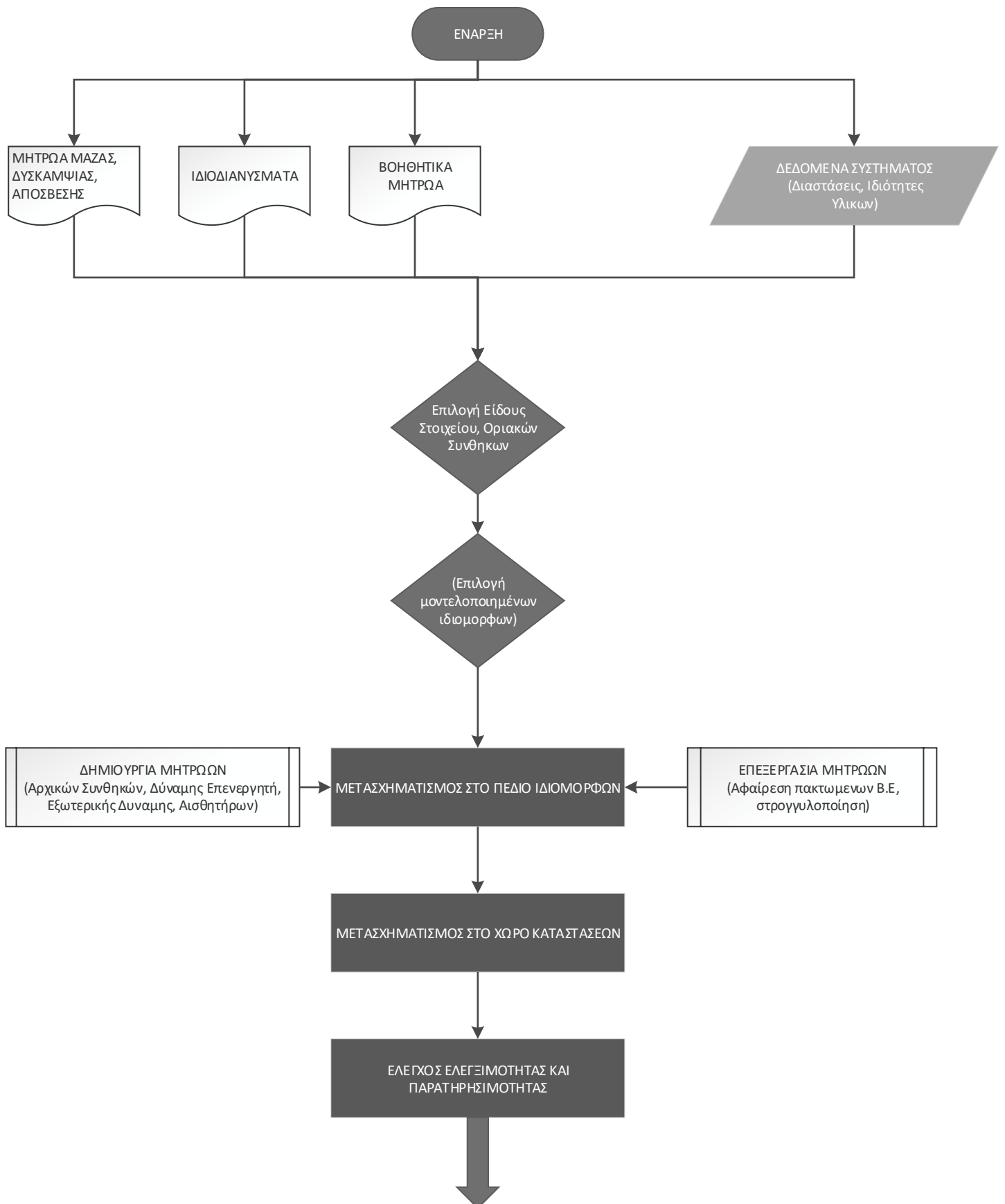
7. Παράρτημα Α - Κώδικας ANSYS

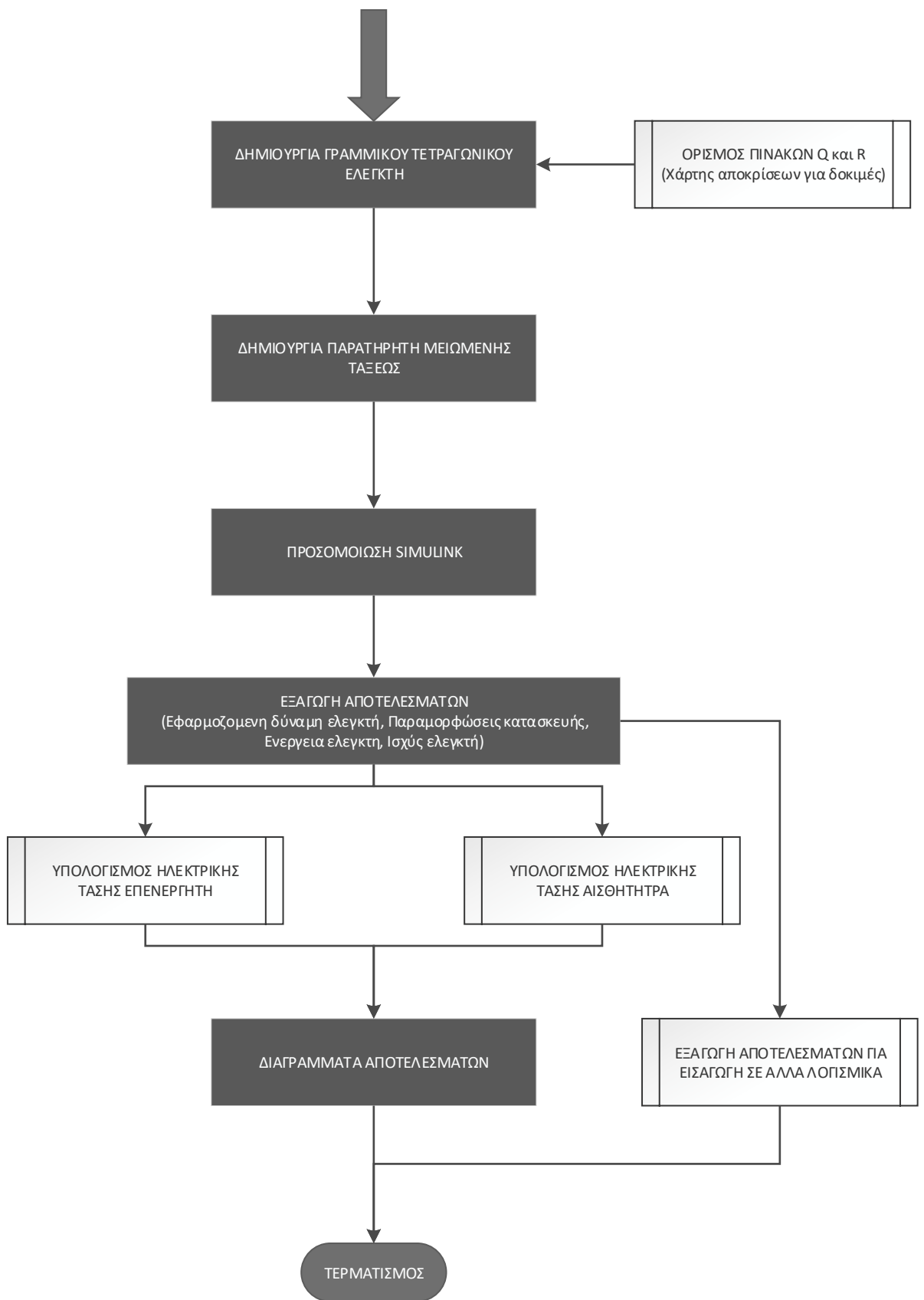
Κώδικας Εξαγωγής Ιδιοδιανυσμάτων και Μητρώων Μάζας, Δυσκαμψίας

```
1 ! READ M, K AND Nod2Bcs MATRICES FROM THE FULL FILE
2 ! Nod2Bcs --> nodes to boundary conditions (node order to boundary conditions
   order)
3 *DMAT,MassMatrix,D,IMPORT,FULL,file.full,MASS
4 *DMAT,StiffnessMatrix,D,IMPORT,FULL,file.full,STIFF
5 *SMAT,NodToBcs,D,IMPORT,FULL,file.full,NOD2BCS
6
7
8 ! MAP INTERNAL NODE ORDER TO USER ORDER
9 *VEC,MapBack,I,IMPORT,FULL,file.full,BACK
10 *PRINT,MapBack,Map.matrix
11
12
13 ! READ THE MODE SHAPES FROM THE MODE FILE
14 *DMAT,Phi,D,IMPORT,MODE,file.mode
15
16 ! CONVERT THEM TO THE BCS ORDERING
17 *MULT,NodToBcs,,Phi,,BCSPhi
18
19 ! CREATE MODAL MASS MATRIX, PhiTMPHi = (Phi)T*M*Phi
20 *MULT,MassMatrix,,BCSPhi,,APhi
21 *MULT,BCSPhi,TRANS,APhi,,PhiTMPHi
22
23 ! CREATE MODAL STIFFNESS MATRIX, PhiTMPHi = (Phi)T*K*Phi
24 *MULT,StiffnessMatrix,,BCSPhi,,APhi
25 *MULT,BCSPhi,TRANS,APhi,,PhiTKPhi
26
27 ! EXPORT FULL MASS AND STIFFNESS MATRICES TO FILES
28 *PRINT,MassMatrix,Mdense.matrix
29 *PRINT,StiffnessMatrix,Kdense.matrix
30
31
32 ! EXPORT MODAL MASS MATRIX TO FILE
33 *PRINT,PhiTMPHi,PhiTMPHi.matrix
34
35 ! EXPORT MODAL STIFFNESS MATRIX TO FILE
36 *PRINT,PhiTKPhi,PhiTKPhi.matrix
37
38 ! EXPORT MODAL SHAPE MATRIX TO FILE
39 *PRINT,Phi,Phi.matrix
```

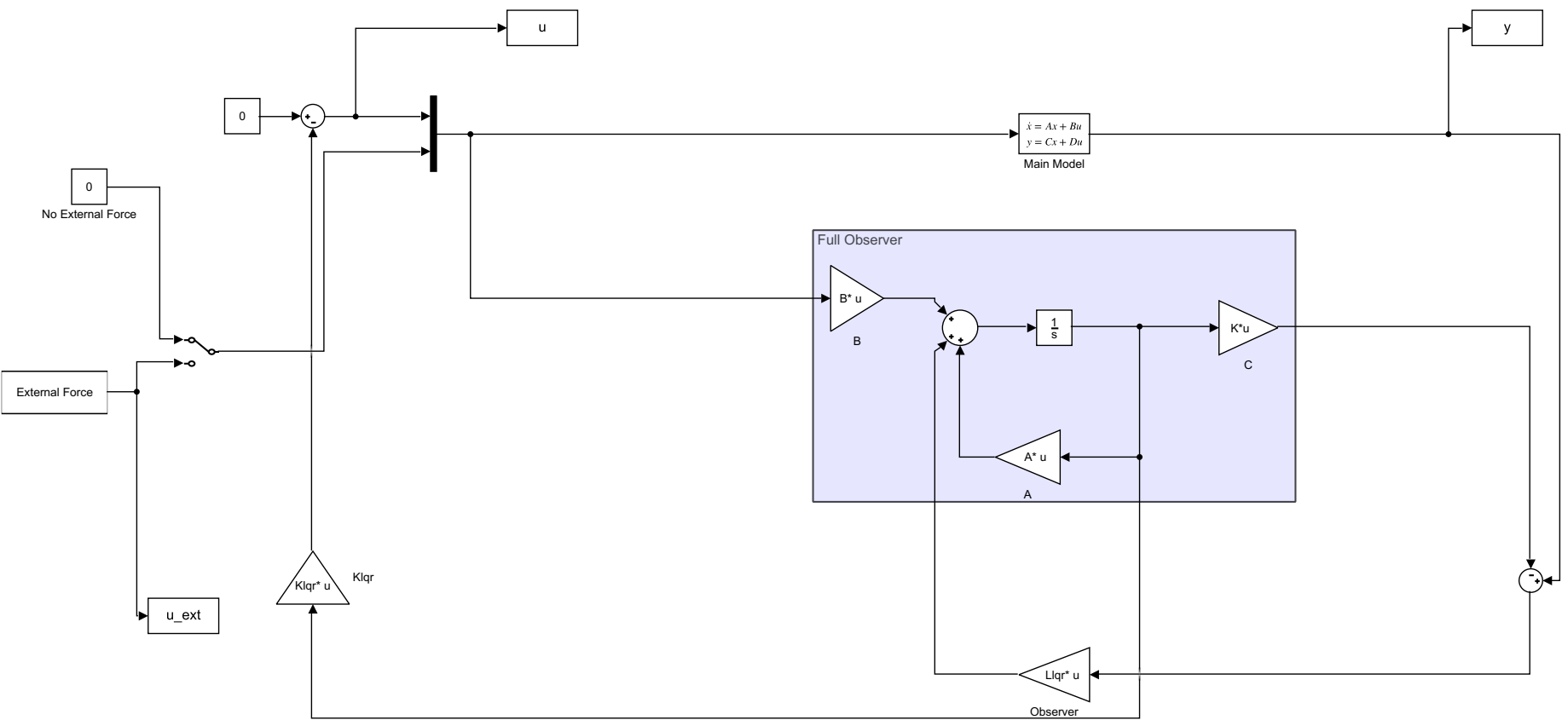
8. Παράρτημα Γ - Μοντέλα SIMULINK

Διάγραμμα Ροής



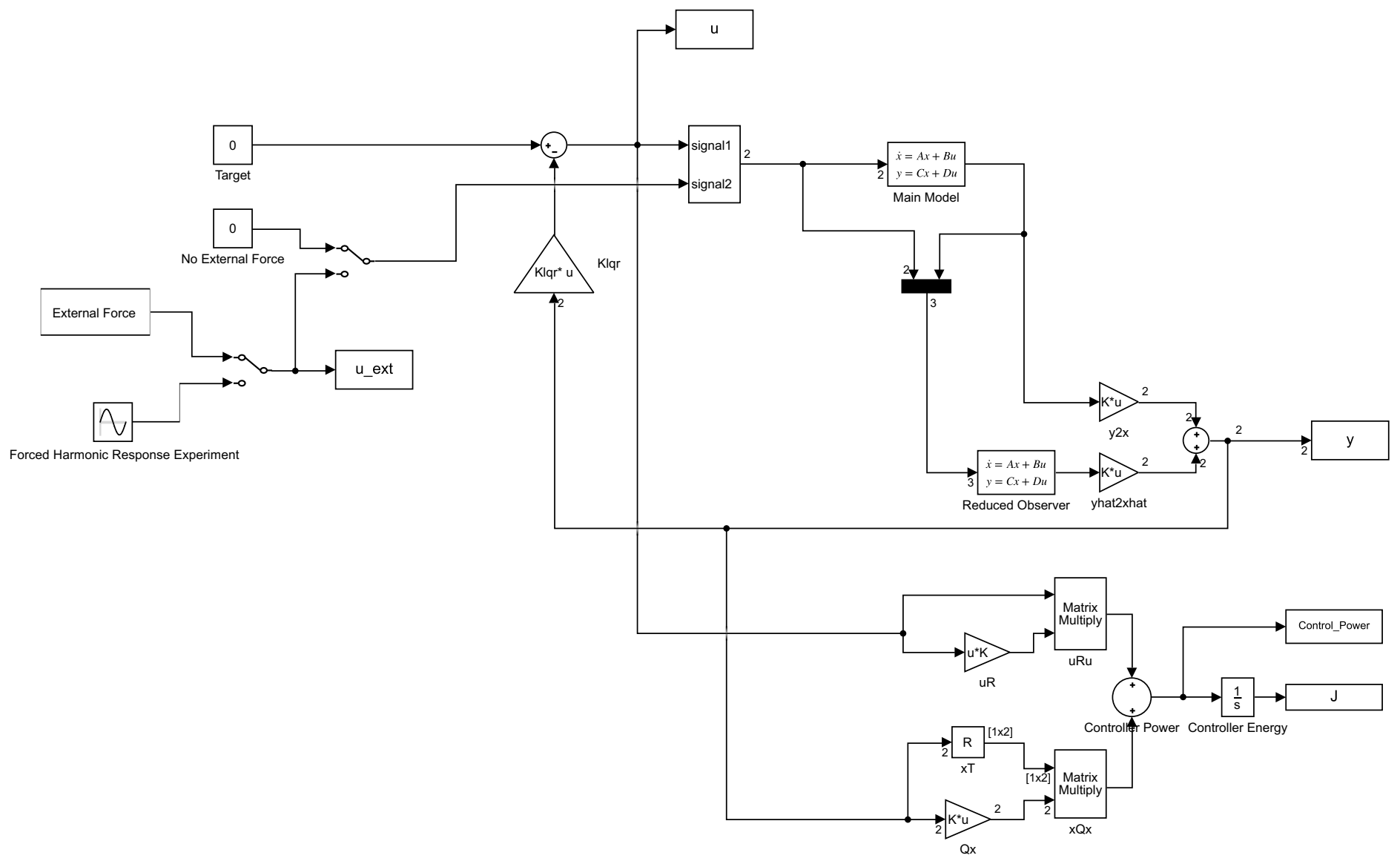


9. Παράρτημα Γ - Μοντέλα SIMULINK



Σχήμα 9.1: Ολοκληρωμένο Μοντέλο SIMULINK - Παρατηρητής Πλήρους Τάξης.

Σχήμα 9.2: Ολοκληρωμένο Μοντέλο SIMULINK - Παράτηρησης Μετωμένης Τάσης.



Σχήμα 9.3: Ολοκληρωμένο Μοντέλο SIMULINK - Μοντέλο για εύρεση τιμών πινάκων Q και R.

