**1.1**

1. Das erste Moment einer Zufallsvariablen X ist . Gegeben eine Stichprobe entsprechend entspricht, schreiben Sie den Schätzer für das erste Moment unter Verwendung des Stichprobenmoments auf. Wie lautet der entsprechende Schätzwert?

*Schätzer:*

*Schätzung:*

2. Was ist der Unterschied zwischen einem Schätzer und einer Schätzung?

*Ein Schätzer ist eine Zufallsgröße, die anhand der Zufallsvariablen berechnet wird, die der beobachteten Stichprobe entsprechen. Eine Schätzung ist ein nicht zufälliger Wert, den der Schätzer anhand der beobachteten Stichprobe berechnet.*

3. Richtig oder falsch?

Die Methode der Momente liefert Schätzer, die immer unverzerrt sind.

* Wahr
* *Falsch*

4. Sei sei eine beobachtete Stichprobe aus einer Bernoulli-Verteilung mit unbekanntem Parameter . Bitte verwenden Sie die Methode der Momente, um einen Schätzer für . Verwenden Sie die beobachtete Stichprobe, um den Schätzer der Momentenmethode zu finden.

das ist der erste Moment für . Somit ist das Stichprobenmoment der Momentenschätzer der Methode der Momente für . Die Schätzung lautet .

**1.2**

1. Richtig oder falsch?

Lassen Sie und sei eine Zufallsstichprobe aus einer Bernoulli-Verteilung. Die Statistik ist eine hinreichende Statistik zur Schätzung der , der Erfolgswahrscheinlichkeit.

* *Wahr*
* Falsch

2. Wenn eine ausreichende Statistik für die Schätzung eines unbekannten Parameters ist, ist, dann können die einzelnen Datenpunkte immer noch Informationen zur Schätzung von .

* Wahr
* *Falsch*

3. Sei sei eine Statistik zur Schätzung eines unbekannten Parameters . Sei sei eine Zufallsstichprobe und die beobachtete Stichprobe. Wenn die Wahrscheinlichkeit von ist ist, kann man daraus schließen, dass eine ausreichende Statistik zur Schätzung von ? Bitte erläutern Sie dies.

*Ja. Wir können schreiben wobei und . Also nur abhängig von und ab. ab (nicht von den einzelnen Datenpunkten), und hängt nicht ab von . Das Likelihood-Faktorisierungskriterium stellt sicher,* dass  *eine ausreichende Statistik zur Schätzung von .*

**1.3**

1. Wir können die Likelihood-Funktion maximieren, indem wir die negative Log-Likelihood-Funktion *minimieren*.

2. Sei sei iid von und eine beobachtete Stichprobe. Die negative Log-Likelihood-Funktion ist gegeben durch . Bitte finden Sie die Maximum-Likelihood-Schätzung für .

*Antwort:*

3. Angenommen, wir haben beobachtet aus einer Exponentialverteilung mit unbekanntem Mittelwert . Bitte verwenden Sie das Ergebnis aus Beispiel 1.3.2, um den MLE-Schätzwert zu finden für .

*Aus dem Ergebnis des Beispiels*  so.

4. Bitte verwenden Sie die beobachteten Daten und das Ergebnis von Frage drei, um die Varianz der

*Die negative Log-Likelihood-Funktion und ihre ersten beiden Ableitungen sind*:

*Unter Verwendung der Gleichung für die Varianz des MLE* ergibt *sich dann*

**1.4**

1. Ist es notwendig, die Verteilung zu kennen, aus der die Daten stammen, um die gewöhnliche kleinste Quadrate zu verwenden?

*Nein, es ist nicht notwendig, die Verteilung zu kennen. Erforderlich ist lediglich die Kenntnis des Modells oder der Funktion, die die Abhängigkeit der Daten angibt.*

2. Was ist ein Residuum eines Datenpunktes?

*Ein Residuum eines Datenpunktes ist die Differenz zwischen dem beobachteten Wert von und dem Wert, den ein Modell/eine Funktion vorhersagt.*

3. Wie wird die OLS-Schätzung eines unbekannten Parameters in Bezug auf die Residuen charakterisiert?

*Die OLS-Schätzung ist der Wert des Parameters, der die Summe der quadrierten Residuen minimiert.*

4. Angenommen, dass ist die OLS-Schätzung und eine andere Schätzung ist. Welche Schätzung führt zu einer höheren Summe der quadratischen Residuen?

*zu einer höheren Summe der quadratischen Residuen führen wird* als

**1.5**

1. Wie unterscheiden sich die Wiederholungsstichprobenverfahren der Bootstrap- und Jackknife-Methode?

*Die Bootstrap-Stichprobe ist eine Ersatzstichprobe aus der beobachteten Stichprobe, und jede Bootstrap-Stichprobe hat den gleichen Umfang wie die ursprüngliche Stichprobe. Beim Bootstrap wird ein Wert aus der beobachteten Stichprobe entfernt, so dass jede Jackknife-Stichprobe um einen Wert kleiner ist als die ursprüngliche Stichprobe.*

2. Angenommen, dass vier Bootstrap-Schätzungen sind, für . Nehmen wir an, dass die Schätzung aus der ursprünglichen Stichprobe ist. Ermitteln Sie den Bootstrap-Standardfehler für .

*Unter Verwendung der Formel für den Bootstrap-Standardfehler mit ergibt sich*

3. Schreiben Sie alle Jackknife-Wiederholungen auf, die der beobachteten Stichprobe entsprechen .

*Antwort:* , , ,

4. Angenommen, dass die Schätzungen sind, aus vier Jackknife-Wiederholungen für eine beobachtete Stichprobe des Umfangs vier. Ermitteln Sie den Jackknife-Standardfehler.

*Zunächst muss die Jackknife-Schätzung als Stichprobenmittelwert der vier Jackknife-Schätzungen berechnet werden:*

*Als nächstes wird die Formel für den Standardfehler der Jackknife-Schätzung verwendet, um den Standardfehler zu berechnen:*

**2.1**

1. Bitte markieren Sie die richtige Option. Welche Art(en) von Unsicherheit kann/können durch die Erfassung von mehr Daten verringert werden?

* sowohl systematische als auch statistische Unsicherheiten
* nur systematische Unsicherheiten
* *statistische Unsicherheiten*

2. Die Unsicherheit, die durch die Zufälligkeit der zu messenden Größe entsteht, wird als

* systematisch
* *Statistik*

3. Richtig oder falsch?

Ein Thermometer, das auf einen unbekannten Temperaturbereich geeicht ist, wird zur Messung der Temperatur in einem viel höheren Bereich verwendet. Die Unsicherheiten der mit diesem Thermometer durchgeführten Messungen werden durch systematische Unsicherheiten beeinträchtigt.

* *Wahr*
* Falsch

4. Richtig oder falsch.

Sie wiegen sich wiederholt auf einer Waage, indem Sie die Waage an leicht unterschiedlichen Stellen auf den nicht vollkommen ebenen Boden stellen. Der Unterschied in den Gewichtsmessungen, die mit dieser Methode erzielt werden, wird als systematische Unsicherheit eingestuft.

* Wahr
* *Falsch*

**2.2**

1. Bei , , und berechnen Sie bitte die genaue Varianz von .

*Antwort: 2*

2. Berechnen Sie bitte anhand der Werte aus Frage 1 die genaue Varianz von .

*Antwort: 2*

3. Bei , schätzen Sie bitte die Varianz von

*Antwort: 1/8 oder 0,125*

4. Bei , , , , und approximieren Sie bitte die Varianz-Kovarianz-Matrix von

*Antwort:*

**3.1**

1. Bitte kreuzen Sie die richtige Antwort an. Welche dieser vier Größen ist konstant und hängt nicht von dem interessierenden Parameter ab?

* *Beweise*
* Posterior
* Wahrscheinlichkeiten
* Prior

2. Bitte geben Sie die proportionale Beziehung zwischen den Größen Likelihood, Prior und Posterior an.

*Antwort:*

3. Geben Sie bitte zwei mögliche zusammengesetzte Ungleichungen mit den Mengen , , und .

Antwort: oder

4. Unter Verwendung der Prioritätsverteilung, und 25 beobachteten Werten von , mit schreiben Sie die Posterior-Verteilung auf, und die Bayes-Schätzung (Mittelwert) unter Verwendung der Formeln aus diesem Abschnitt.

Antwort: ,

**3.2**

1. Richtig oder falsch?

Ein flacher (konstanter) falscher Prior kann zu einem richtigen Posterior führen.

* *Wahr*
* Falsch

2. Richtig oder falsch?

Bei einem festen Stichprobenumfang liegt die Bayes-Schätzung näher an der MLE-Schätzung, wenn eine einheitliche Priorität gegenüber einer subjektiven Priorität verwendet wird.

* *Wahr*
* Falsch

3. Bitte geben Sie die Definition der Fisher-Information an, eines Parameters mit als Log-Likelihood-Funktion.

*Antwort:*

4. Die Fisher-Informationen für , bei bekannter ist . Wie lautet Jeffreys Prior für ?

*Antwort:*

**3.3**

1. Angesichts des Datensatzes und unter Verwendung des linearen Kernels , geben Sie bitte die Parzen-Fenster-Schätzung der PDF der Stichprobe unter Verwendung einer Bandbreitengröße .

*Antwort:*

2. Bitte markieren Sie die richtige Antwort. Führen größere oder kleinere Werte für die Bandbreite h zu glatteren Parzen-Fenster-Dichte-Schätzungen?

* *größer*
* kleiner

3. Richtig oder falsch?

Der Gauß-Kernel ist immer die beste Option für die Parzen-Fenster-Methode, unabhängig von den gegebenen Probendaten.

* *Wahr*
* Falsch

4. Angesichts des Datensatzes und unter Verwendung des Gaußschen Kernels geben Sie bitte die Parzen-Fenster-Schätzung der PDF der Stichprobe unter Verwendung einer Bandbreite der Größe .

Antwort:

**3.4**

1. Angesichts des markierten Datensatzes welcher Klasse wird der 1-NN-Klassifikator den Punkt zuordnen ?

*Antwort: 2*

2. Angesichts des markierten Datensatzes welcher Klasse ordnet der 3-NN-Klassifikator den Punkt ?

*Antwort: 2*

3. Geben Sie den beschrifteten Datensatz finden Sie bitte den k-nn-Radius für den Punkt mit .

*Antwort:*

4. Angesichts des gelabelten Datensatzes zu verwenden wird der k-nn-Radius für den Punkt mit , schätzen Sie bitte die Dichte des gegebenen Punktes: .

*Antwort:*

**4.1**

1. Ein Test mit Hypothesen und für eine Grundgesamtheit, deren Verteilung gaußförmig ist, ist durchzuführen mit und einer Stichprobe des Umfangs . Wie groß ist der Verwerfungsbereich, wenn die Varianz der Grundgesamtheit unbekannt ist?

*Antwort:*  wo

2. Eine falsche Nullhypothese wird nicht verworfen. Um welche Art von Fehler handelt es sich?

*Fehler vom Typ II*

3. Angenommen, wir wollen einen Test mit den Hypothesen und . Die zugrunde liegende Grundgesamtheit ist gaußförmig mit unbekannter Standardabweichung. Eine Stichprobe mit einem Umfang von 10 ergibt einen Stichprobenmittelwert und eine Varianz von und ergeben. Berechnen Sie bitte die mit diesem Test verbundene Teststatistik und bestimmen Sie einen Signifikanzniveau-Verwerfungsbereich.

*Antwort:* , , wobei

4. Angenommen, wir wollen einen Test mit den Hypothesen und . Wir ziehen eine Stichprobe mit dem Umfang 2000 und erhalten einen Stichprobenanteil von . Bestimmen Sie den Wert der beobachteten Teststatistik und geben Sie den Verwerfungsbereich für .

*Antwort:* , , wobei

**4.2**

1. Wir würden gerne einen Goodness-of-Fit-Test mit . Aus einer Umfrage mit 500 Personen ergeben sich für die drei Kategorien die folgenden Werte . Was sind die erwarteten Werte ?

*Antwort:*

2. A soll geprüft werden, ob zwischen den beiden kategorialen Variablen X und Y ein Zusammenhang besteht. Die möglichen Klassen von X sind , und die möglichen Klassen von Y sind . Die Teststatistik folgt einer Verteilung mit Freiheitsgraden. Wie lautet ?

*Antwort*: v=12

3. Richtig oder Falsch? Wir können den Kolmogorov-Smirnov-Test verwenden, um festzustellen, ob eine Stichprobe aus einer Gauß-Verteilung gezogen wurde, auch wenn wir den Mittelwert und die Varianz der Gauß-Verteilung nicht angeben und stattdessen den Stichprobenmittelwert und die Varianz der gegebenen Stichprobe verwenden.

* Wahr
* *Falsch*

4. Die Teststatistik für den Kolmogorov-Smirnov-Test berechnet den maximalen vertikalen Abstand zwischen den Graphen der CDF der gegebenen Normalverteilung und der *empirischen CDF* der gegebenen Stichprobe.

**4.3**

1. Wir möchten einen Test mit Hypothesen durchführen und unter der Annahme, dass die Populationen unabhängig sind und einer Gaußschen Verteilung mit unbekannten, aber gleichen Varianzen folgen. Wir ziehen zwei Stichproben, eine aus jeder Grundgesamtheit. Die erste Stichprobe hat 12 Datenpunkte sowie Stichprobenmittelwert und -varianz und jeweils. Die zweite Stichprobe hat 15 Datenpunkte sowie Stichprobenmittelwert und -varianz und . Berechnen Sie bitte den beobachteten Wert der Teststatistik.

*Antwort:*

2. Bitte beantworten Sie die vorherige Frage unter der Annahme, dass die unbekannten Varianzen nicht gleich sind.

*Antwort:*

3. Bitte geben Sie den Ablehnungsbereich für den Test in Frage 1 mit .

*Antwort:*  wo

4. Berechnen Sie bitte die Freiheitsgrade für die T-Verteilung aus dem Welch-Test (T-Test für ungleiche Varianzen) mit

Antwort:

**4.4**

1. Was ist die Aussagekraft eines statistischen Tests?

*Die Aussagekraft eines statistischen Tests ist die Wahrscheinlichkeit der Ablehnung einer falschen Nullhypothese gegenüber einer bestimmten Alternativhypothese.*

2. Wir neigen dazu, die Nullhypothese zu verwerfen, wenn der p-Wert eines statistischen Tests .... ist.

* *Klein*
* groß

3. Bitte konstruieren Sie ein 90-Prozent-Konfidenzintervall für den Mittelwert einer Gaußschen Verteilung mit wenn der Stichprobenmittelwert von 20 Beobachtungen .

*Antwort:*

4. Ein Forscher führt einen Test mit Hypothesen durch und . Sie gibt ein 99-prozentiges Konfidenzintervall an als . Wie lautet die Entscheidung bezüglich der Nullhypothese auf der Grundlage dieses Konfidenzintervalls? Denken Sie daran, das Signifikanzniveau anzugeben.

*Antwort*: Da das Intervall Null enthält, können wir die Nullhypothese nicht auf einem Signifikanzniveau.

**4.5**

1. Wenn zehn Hypothesen gleichzeitig getestet werden, jede mit einem Signifikanzniveau von 1 Prozent, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, eine wahre Nullhypothese zurückzuweisen?

*Antwort: 65%*

2. Welches Maß kontrolliert die Bonferroni-Methode und wie?

*Die Bonferroni-Methode kontrolliert einen familienspezifischen Fehler, nämlich die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine wahre Nullhypothese zurückzuweisen. Die Korrektur des Signifikanzniveaus lautet wobei m die Anzahl der Nullhypothesen ist und das Signifikanzniveau für jede Hypothese ist.*

3. Was ist ein Nachteil der Bonferroni-Methode?

*Ein Nachteil der Bonferroni-Methode ist, dass die Kontrolle eines familienweisen Fehlers zu streng ist und oft zu einer geringen Aussagekraft führt.*

4. Erläutern Sie bitte die Falsch-Positiv-Rate (oder Falsch-Entdeckungsrate).

*FDR ist der erwartete Anteil der abgelehnten wahren Nullhypothesen im Verhältnis zu allen abgelehnten Nullhypothesen.*

**5.1**

1. Bitte geben Sie den Zustandsraum des zu Beginn dieses Abschnitts vorgestellten E-Mail-Klassifizierungsproblems.

*Antwort:*

2. Richtig oder falsch?

Jede Verlustfunktion muss nicht-negativ sein.

* *Wahr*
* Falsch

3. Die Risikofunktion ist eine (i) *deterministische* Funktion des (ii) *Zustands*.

**5.2**

1. Bitte erklären Sie, wie die Minimax-Entscheidungsfunktion zu ihrem Namen kommt.

*Die Mini-Max-Entscheidungsfunktion ist die Entscheidungsfunktion, die die besten (minimalen) Entscheidungsfunktionen unter den schlechtesten (maximalen) unter allen wahren Zuständen liefert.*

2. Richtig oder falsch?

Das Bayes-Risiko beinhaltet zwei Erwartungen, eine in Bezug auf die Verteilung der Daten (Entscheidungsfunktion) und die andere in Bezug auf den Zielparameter (Prioritätsverteilung).

* *Wahr*
* Falsch

**5.3**

1. Lassen Sie und seien zwei Entscheidungsfunktionen mit für alle und für einen bestimmten Wert von . Welche der beiden Entscheidungsfunktionen ist in Bezug auf die andere zulässig?

* (*richtig*)

2. Richtig oder falsch?

Der James-Stein-Schätzer (Entscheidungsfunktion) zur Schätzung von mehr als drei Mittelwerten ist zulässig.

* *Wahr*
* Falsch