# Hans-Joachim Müller

# **7 είναι πολύ;**

# Φιλοσοφική συζήτηση στο μάθημα των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου

Σχεδόν όλα τα παιδιά (όπως και οι ενήλικες) μπορούν να δηλώσουν το αγαπημένο τους ψηφίο ή τον αγαπημένο τους αριθμό, εφόσον ερωτηθούν. Στο μάθημα «Φιλοσοφική συζήτηση και μαθηματικά» σε ένα δημοτικό σχολείο της Γερμανίας, στο οποίο υπάρχουν παιδιά από τη δεύτερη έως και την τέταρτη τάξη, αναφέρονται οι αριθμοί 5, 6, 7, 8 και 9, το μηδέν, και συχνότερα απ’ όλους ο αριθμός 2.

Στην ερώτηση, γιατί πρόκειται για τον αγαπημένο τους αριθμό, τα παιδιά αναφέρουν διάφορους λόγους:

*Το 5, επειδή με αυτόν μπορούμε να κάνουμε εύκολα υπολογισμούς.*

*Το 8, επειδή μπορούμε να τον γράψουμε με διάφορες μορφές και γιατί έχει τόσο αστεία κουλούρια.*

*Το 6, επειδή στις 6 του μηνός έχω γενέθλια, είναι ζυγός αριθμός και μου αρέσουν πολύ οι ζυγοί αριθμοί.*

Το 7, επειδή τα τρακτέρ αρχίζουν με 7 (Σχόλιο: Η λέξη έχει 7 γράμματα και το αγόρι ενδιαφέρεται ιδιαίτερα για όλες τις ερωτήσεις που έχουν σχέση με τη γεωργία), είναι μονός αριθμός και με τους μονούς αριθμούς μπορούμε να σκεφτούμε πάρα πολύ.

*Το 7, επειδή είναι τυχερός αριθμός.*

*Το 0, επειδή είναι στρόγγυλο.*

*Το 9, επειδή έχω γενέθλια τον ένατο μήνα και ο αγαπημένος μου ποδοσφαιριστής, ο Φερνάντο Τόρρες, φοράει τη φανέλα με τον αριθμό «9».*

*Το 2, επειδή είναι εύκολο να διπλασιαστεί και είναι αστείο, χρειαζόμαστε πάντα 2 ανθρώπους ή δύο ζώα για την αναπαραγωγή, χωρίς το 2 δεν θα υπήρχαμε καν.* (Βλ. σχετικά: Krauthausen 2008)

Αυτή η εισαγωγή διασαφηνίζει προπαντός, ότι τα ψηφία, με την ιδιότητα του συμβόλου που διαθέτουν, επιτρέπουν αναμφίβολα φιλοσοφικές προσεγγίσεις.

Οι συμβολικές μορφές φέρουν ενέργεια για τη διαμόρφωση της πραγματικότητας, όπως αναφέρεται, για παράδειγμα, στη μεταφορά από τον Κόσμο των Αριθμών. Έτσι, οι αριθμοί συμβάλλουν στην ταξινόμηση και τη συμπύκνωση της πραγματικότητας και, συνεπώς, αποτελούν ουσιώδη όργανα για την κατανόηση του κόσμου. Τα σύμβολα έχουν στη διδακτική συμβόλων ένα αποτέλεσμα που συμπεραίνει αλήθεια. Χωρίς αριθμούς θα καταλαβαίναμε τον κόσμο καλύτερα ή χειρότερα; Αυτή είναι μια φιλοσοφική ερώτηση που θα συμπεριληφθεί σε ένα μεταγενέστερο συλλογιστικό πείραμα.

«Τα ψηφία δεν αποτελούν σε καμία περίπτωση λιτά και ανιαρά σύμβολα, όπλα και εργαλεία της τεχνοποιημένης μας κοινωνίας. Αποτελούσαν ανέκαθεν και αφορμή για όνειρα, φανταστικές αντιλήψεις και μεταφυσικές εικασίες, χρησίμευαν στη στάθμιση ή τουλάχιστον στην πρόβλεψη του μέλλοντος. Τα ψηφία αποτελούν υλικό της ποίησης. Όπως και οι λέξεις, ή σχεδόν όπως αυτές, αποτελούσαν στον ίδιο βαθμό μέσο έκφρασης των ποιητών και όργανο των λογιστών και των επιστημόνων.» (Ifrah 1993)

«Ατέλειωτοι πίνακες, πολλαπλασιασμοί, διαιρέσεις – και τελικά, η Άνικα καταλήγει να έχει τέσσερις βόλους παραπάνω από τον Ντίτερ. Γιατί όλα αυτά;

Τα μαθηματικά ως σχολικό μάθημα, εκτός ελαχίστων εξαιρέσεων, δεν κατάφεραν ποτέ να ξεδιπλώσουν ολόκληρη την ομορφιά τους. Αντί να ανοίξουν διάπλατα την πύλη σε φανταστικά και γεμάτα φαντασία αφηρημένα σύμπαντα, αντί να ανακαλύψουμε το σθένος και την κομψότητα των σειρών αριθμών ή να ζήσουμε τη Γεωμετρία στο παιχνίδι των διαστάσεων, τα μαθηματικά του σχολείου υποβάθμισαν το μεγαλειώδες σε μια λιτή υπολογιστική συνταγή μαγειρικής, την οποία ακολούθησαν πρόθυμοι δράστες-μιμητές.

Αντιγραφή αντί για ανακάλυψη – ο δρόμος προς τη λύση δεν ήταν ποτέ καινούριος και προσωπικός, παρά το γεγονός ότι υπήρχαν πάρα πολλοί άλλοι τους οποίους θα μπορούσαμε να σκεφτούμε, αλλά υπερίσχυσε ο δρόμος του δασκάλου, ο δρόμος που οδηγεί στην ευτυχία, ανοιγμένος από αμέτρητες γενιές μαθητών, οι οποίοι έτσι κι αλλιώς καθοδηγούνταν προς τη λύση. Όποιος ξέφευγε από τον «ίσιο δρόμο» λάμβανε αποδοκιμαστικά σχόλια με κόκκινο στυλό, αφού μόνο έτσι μπορούσαν να βελτιωθούν οι τυποποιημένες εργασίες στο σπίτι – τόσο απλά, τόσο χωρίς φαντασία!» (Yogeshwar 2003).

Στο μάθημα των μαθηματικών μιας πρώτης τάξης δημοτικού θίγεται το θέμα *Ευαισθητοποίηση για τα Μαθηματικά*. Τα παιδιά κατακτούν το πεδίο των αριθμών έως το 10, όταν ξαφνικά προκύπτει το ψηφίο «7». Εκμεταλλεύτηκα λοιπόν αυτήν την ευκαιρία για να βγάλω από την τσάντα μου το βιβλίο της Antje Damm με τίτλο «7 είναι πολύ;», να διαβάσω τον τίτλο και να θέσω με αυτόν τον τρόπο στα παιδιά μια ερώτηση για συλλογισμό, την οποία θα συζητήσουμε σε κύκλο στη συνέχεια.

Ο συλλογισμός εξελίσσεται γρήγορα σε φιλοσοφική συζήτηση, αφού τα παιδιά προσπαθούν

* να βρουν καλούς λόγους για κάτι, σκεπτόμενα τα ίδια,
* να συσχετίσουν τις αντιλήψεις τους με τον όρο, και
* να διευκρινίσουν έναν όρο, τη λέξη «πολύ».

Αυτά τα τρία βασικά χαρακτηριστικά της φιλοσοφικής συζήτησης με παιδιά μπορούν να αποτελέσουν το κλειδί για μια πύλη, την οποία θα έπρεπε να ανοίξουμε κατά την προετοιμασία ενός μαθήματος μαθηματικών, που θα επέτρεπε στα παιδιά να ζήσουν στο μυαλό τους μια περιπέτεια και θα συνέβαλλε στην εκπλήρωση των επιθυμιών του Ranga Yogeshwar.

Εάν θα παρουσιάσω τις δυο σελίδες με εικόνες του βιβλίου που ανήκουν στην ερώτηση, εξαρτάται από την εκτίμησή μου όσον αφορά το επίπεδο εξέλιξης της αυτόβουλης ατομικής ικανότητας σκέψης στην τάξη. Ορισμένες τάξεις δε χρειάζονται τις εικόνες.

Τι απαντούν τα περισσότερα παιδιά στην εισαγωγική ερώτηση; «Εξαρτάται;» Από τι; «Από τα πράγματα που εννοούνται;»

Ορισμένα παιδιά του δημοτικού σχολείου δείχνουν από νωρίς μια συγκεκριμένη έλξη από τους μεγάλους αριθμούς. Σε αυτά αναφέρεται η ερώτηση: Μπορεί και ένα εκατομμύριο να είναι λίγο; Σε ελάχιστη ώρα προκύπτει ήδη ο πρώτος συλλογισμός: «Αν βάλω ένα εκατομμύριο κόκκους άμμου μέσα στον κουβά μου, αυτό θα είναι πολύ λίγο. Μα δεν θα γεμίσει καν!». Έτσι εκφράζεται η προσπάθεια των μαθητών της πρώτης τάξης κατά τη διευκρίνηση του όρου «πολύ»!

Ένας άλλος τρόπος γίνεται ακόμα πιο παραστατικός: Στο χώρο υπάρχουν μοιρασμένα από 7 φύλλα χαρτιού, 7 συνδετήρες, 7 μεγάλες πέτρες, 7 μετάλλια, 7 σφραγίδες, 7 CD, 7 βιβλία, 7 φύλλα δέντρων, 7 μολύβια, 7 πιρούνια και 7 βόλοι. Η εισαγωγική ερώτηση «Τι βλέπετε;» επισημαίνει τη φαινομενολογική πρόσβαση (περιγραφή με παρατήρηση) σε μια πιθανή φιλοσοφική ροή σκέψης. Ως επόμενη ερώτηση θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί η εξής: «Είναι όλα τα πράγματα ίδια (νηπιαγωγείο); Συγκρίνετε τα πράγματα μεταξύ τους: Τι ξεχωρίζει το ένα από το άλλο; Τι έχουν κοινό μεταξύ τους (τεχνική της μη αξιολογούμενης σύγκρισης);

Ήδη σε αυτό το στάδιο δεν μπορεί να αποκλειστεί το ενδεχόμενο, ότι κάποιο παιδί θα πει ότι πρόκειται για επτά πράγματα κάθε φορά. Με την ερώτηση «Τι παρατηρείτε;» (καμία ερώτηση δεν είναι καταλληλότερη από αυτήν, για να γίνει εμφανής η διαλεκτική της παρουσίασης και της ερώτησης!) υπάρχει αρκετά μεγάλη πιθανότητα να επιτευχθεί ένα παρόμοιο αποτέλεσμα. Σε αντίθετη περίπτωση θα έμενε μόνο να ζητηθεί από τα παιδιά να «μετρήσουν» μια φορά τα αντικείμενα.

Κατά το συλλογισμό σχετικά με το εάν τα 7 μετάλλια του παραδείγματος είναι πολύ και για ποιό λόγο συμβαίνει ή δε συμβαίνει αυτό, προκύπτει μια πρώτη αντίληψη της φιλοσοφικής συζήτησης ως μιας «εξέτασης λόγων».

Το σχολείο, όπως δείχνει το παράδειγμα, μπορεί να επιλέξει τρόπους να αποτραπεί ο ευτελισμός των περιεχομένων αντί να τα ευτελίζει σύμφωνα με το σύνθημα «Για κάθε **απάντηση** μία ερώτηση!».

«Το σχολείο γνωρίζει τα πάντα. Στο σχολείο ισχύουν τα πάντα. Για κάθε ερώτηση υπάρχει μια απάντηση. Για κάθε γεγονός υπάρχει η κατάλληλη ερώτηση. Όλα τα γεγονότα μαζί ονομάζονται ύλη. Η πραγματικότητα του κόσμου γίνεται ύλη στο σχολείο, όπως είχε ήδη γράψει το 1973 ο συγγραφέας Ernst Eggimann. Όμως: Η διπλή μείωση της πραγματικότητας (μείωση της πραγματικότητας μέσω της οπτικής των ενηλίκων, μείωση αυτής της απεικόνισης σε υποτιθέμενα κατάλληλη για τα παιδιά), από την οποία προέρχεται η διδακτική ύλη, καταργείται μέσω της φιλοσοφικής συζήτησης.

Το μοντέλο της «διδακτικής εξομάλυνσης (Glättungsdidaktik)» ή «διδακτικής σιδηρόδρομου (Eisenbahndidaktik)» σημαίνει:

* Απομάκρυνση της αντίστασης, της τριβής και της συγκίνησης από τη μάθηση, με σκοπό την ταχύτερη κάλυψη της ύλης,
* απαλοιφή της αβεβαιότητας του μέλλοντος, εφόσον είναι εφικτό,
* πίστη στη δύναμη, εξορκισμός της θνησιμότητας,
* καλύτερα περισσότερο παρά λιγότερο (time is money),
* κάθε ερώτηση επιδέχεται απάντηση, εφόσον υπάρχουν ειδικοί, επαγγελματίες.

Αυτή η διδακτική αντικαθίσταται από την επιλογή φιλοσοφικών προσβάσεων μέσω του μοντέλου της «διδακτικής εκτράχυνσης (Aufraudidaktik)» (Rumpf 1990). Αυτή δεν απαιτεί έτοιμες επαρχιακές οδούς, οφείλει να επιτρέπει ευρείς ορίζοντες, να κάνει αισθητή την αντίσταση και την πραγματικότητα, ενώ οι λανθασμένοι δρόμοι, οι κύκλοι και τα αδιέξοδα ανήκουν επίσης σε αυτήν. Οι κύκλοι, αυτό ισχύει και για τη μάθηση, επιτρέπουν συχνά μια σίγουρη και γρήγορη πρόοδο. «Όταν επιτρέπονται οι κύκλοι μπορούν να αναπτυχθούν αυτόνομα διαδικασίες σκέψης και κατανόησης, ενώ αυτές επιτρέπουν από την άλλη προσωπικές διαπιστώσεις, οι οποίες επιτρέπουν την πραγματική κατανόηση. Η μάθηση δεν αποτελεί μια γραμμική πορεία προς τα εμπρός αλλά μια πολύπλοκη και ξεχωριστά δικτυωμένη διαδικασία με πολλές αλλαγές τοποθεσιών.»

Έτσι, η «διδακτική εκτράχυνσης (Aufraudidaktik) απαιτεί περισυλλογή, ακρίβεια, εντατικότητα και βαθύτατη κατανόηση, η οποία θα μπορούσε να διαμορφώσει ολόκληρη τη ζωή. (Βλ. Rütimann 1993)

Η φιλοσοφική συζήτηση ως παιδαγωγική αρχή συμβάλει στο να καταστεί ξανά η ερώτηση, ως πνευματική πράξη αναζήτησης, σημείο εκκίνησης της μάθησης: «Υποθέτω ότι κανείς δεν μπορεί να αμφισβητήσει το γεγονός, ότι όλη μας η γνώση είναι αποτέλεσμα ερωτήσεων... Δεν είναι όμως παράξενο, ότι το σημαντικότερο πνευματικό εργαλείο που έχει στη διάθεσή του ο άνθρωπος δε μαθαίνεται στο σχολείο...;» (Postman 2001).

Δεν είναι λίγα τα παιδιά που αναρωτιούνται, για παράδειγμα, «Γιατί υπάρχουν άραγε οι αριθμοί;». Ένα φιλοσοφικό συλλογιστικό πείραμα, όπου με τα φτερά της φαντασίας και πυξίδα τον κριτικό νου ανακαλύπτεται ένας νέος κόσμος, ενώ κατά την επιστροφή στον οικείο κόσμο αυτός ο νέος κόσμος συγκρίνεται με τον οικείο, είναι απλό: Πώς θα ήταν ο κόσμος χωρίς αριθμούς; Θα μπορούσε να υπάρξει χωρίς αυτούς; Σε ποιόν κόσμο θα προτιμούσες να ζεις;

Αυτό το συλλογιστικό πείραμα απαιτεί μάλιστα μια σύντομη αναδρομή στην ιστορία των αριθμών, όσον αφορά την ερώτηση, πώς οι βοσκοί που δεν ήξεραν να μετρούν ανακάλυψαν μεθόδους, ώστε να είναι σίγουροι το βράδυ ότι έχουν συγκεντρώσει όλα τα ζώα στο στάβλο ή τη σπηλιά;

Δεν πρέπει να ξεχάσουμε να αναγνωρίσουμε και τη συμβολή των Βαβυλωνίων στην παγκόσμια ιστορία, αφού το μεγαλύτερό τους επίτευγμα ήταν η ανακάλυψη του μηδενός.

**Σκέψεις για το μηδέν**

Από τον έλεγχο των αριθμητικών πράξεων στο πεδίο του γραπτού πολλαπλασιασμού προκύπτει, ότι μια σειρά μαθητριών και μαθητών της τέταρτης τάξης δημοτικού κάνουν συχνά σημαντικά λάθη κατά τον υπολογισμό με πολλαπλασιαστέους και πολλαπλασιαστές όταν περιλαμβάνουν το μηδέν. Ένας μαθητής εξηγεί στην υπόλοιπη τάξη: «Μα, αυτό είναι πολύ απλό: Το μηδέν είναι σαν το τίποτα. Και όταν παίρνεις το τίποτα 6 φορές, τότε παραμένει τίποτα, άρα μηδέν.»

Δεν αφήνω αυτήν την ευκαιρία να χαθεί. Σχηματίζουμε αυθόρμητα έναν κύκλο συζήτησης με τις καρέκλες μας. Η ερώτηση «Το μηδέν είναι τίποτα;» γράφεται στον πίνακα και η σκυτάλη της συζήτησης πηγαίνει από χέρι σε χέρι. Ορισμένες από τις δηλώσεις των μαθητών ήταν οι εξής:

*Το μηδέν είναι μηδέν, άρα το μηδέν είναι κάτι!*

*Το μηδέν είναι ψηφίο, άρα το μηδέν είναι κάτι.*

*Μπορούμε να παραλείψουμε το μηδέν. Όμως δεν μπορούμε να παραλείψουμε το «τίποτα». Άρα, το μηδέν είναι κάτι.*

*Το μηδέν είναι κάτι, για παράδειγμα, το 1.000 δεν ισούται με το 1.*

*Χωρίς το μηδέν δε θα υπήρχε ο αριθμός «100», άρα το μηδέν είναι κάτι.*

*Το μηδέν είναι κάτι, αφού το τίποτα δεν προκύπτει έτσι απλά, και αυτό που δεν υπάρχει είναι παρ’ όλα αυτά κάτι.*

*Τα μηδέν δευτερόλεπτα είναι κάτι, είναι ένας χρόνος που όμως δεν μπορούμε να υπολογίσουμε.*

Και ένας εντυπωσιακός συλλογισμός, τουλάχιστον με την πρώτη ματιά:

*Το μηδέν είναι το κέντρο του άπειρου, βρίσκεται μεταξύ των άπειρων αρνητικών και των άπειρων θετικών αριθμών!*

Αλλαγή σκηνικού: Μέσα στον κύκλο συζήτησης που σχημάτισε μια δεύτερη τάξη δημοτικού με τις καρέκλες των μαθητών της, τοποθετώ δύο απλές καρέκλες και συνδέω αυτή τη διαδικασία με την ερώτηση: Τι υπάρχει εδώ;

Αναλύω τις αυθόρμητες απαντήσεις «Δύο καρέκλες». Βλέπετε πράγματι *δύο* καρέκλες; Το γεγονός ότι τόνισα ιδιαίτερα το αριθμητικό, δημιουργεί τις πρώτες αμφιβολίες στα παιδιά: Βασικά, βλέπω μόνο καρέκλες και όχι το «2», υποθέτει κάποιο παιδί. Με αυτόν τον τρόπο ξεκινά μια έντονη συζήτηση για το εάν μπορούμε να δούμε το «2» και, συνεπώς, και άλλους αριθμούς.

Με τη βοήθεια περαιτέρω παρορμητικών ερωτήσεων έδωσα το έναυσμα για μια συναρπαστική φιλοσοφική συζήτηση: Τι πράγμα είναι ο αριθμός δύο; Είναι όντως ένα πράγμα; Όταν εκεί υπάρχουν δυο καρέκλες, μπορείς να δεις από τις καρέκλες ότι είναι δύο;

Μπορεί να γεράσει ο αριθμός δύο; Από πού προέρχονται οι αριθμοί; Οι αριθμοί υπήρχαν πάντα και έπρεπε πρώτα να ανακαλυφθούν από τους ανθρώπους; Ή μήπως οι άνθρωποι επινόησαν τους αριθμούς; Εάν δεν υπήρχαν άνθρωποι, θα υπήρχαν αριθμοί; Τι υπήρξε πρώτο, οι αριθμοί ή τα γράμματα;

Η επαναφορά σε μαθηματικά ζητήματα είναι εύκολη:

Μπορούμε να προσθέσουμε ένα λάμα και ένα γάιδαρο;

Τι δεν μπορούμε να προσθέσουμε;

Τι είναι το μέτρημα;

Στη συνέχεια, κατέβαλα την προσπάθεια να ξεχωρίσω ενδεικτικά τον άνθρωπο και το ζώο:

Μπορεί να μετρήσει ένα κουνέλι τα μικρά του;

Μετράει ένα πουλί τα αυγά στη φωλιά του;

«Οι ενδεχόμενοι ενδοιασμοί, ότι τα μαθηματικά και η φιλοσοφική συζήτηση δεν ταιριάζουν μεταξύ τους, βασίζονται σε μια εικόνα του μαθήματος ως θετικής επιστήμης, όπου τα πάντα είναι καθορισμένα και μονοσήμαντα... Όμως τα μαθηματικά, σύμφωνα με τη σύγχρονη πραγματικότητα, είναι περισσότερα από την παραγωγή υπολογιστικών αποτελεσμάτων. «After finding an answer, mathematics begins» (Sugiyama, παράθεση κατά Becker 1992, σε: Krauthausen 2008).

Εκτός από τον υπολογισμό και την αναγνώριση σχεδίων, πρόκειται και για την περιγραφή και αιτιολόγηση δομών. Ειδικά το τελευταίο παρέχει πολυάριθμες δυνατότητες περισυλλογής: Γιατί συμβαίνει αυτό; Πρέπει να είναι (ανεξάρτητα από το παράδειγμα) έτσι; Υπό ποιές συνθήκες ισχύει κάτι;» (Krauthausen 2008).

**Αρχή και τέλος σειρών αριθμών**

Εγγραφή στον πίνακα μιας τρίτης τάξης δημοτικού: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., ...,

Η διάσημη ακολουθία αριθμών του μαθηματικού Λεονάρντο της Πίζας ή αλλιώς Φιμπονάτσι (= γιος του Μπονάτσι), ο οποίος ήθελε με αυτόν τον τρόπο να υπολογίσει την αναπαραγωγή των κουνελιών, παρέχει αφορμή για φιλοσοφικό συλλογισμό: Έχει τέλος η σειρά; Έχει αρχή; Έχουν όλα τα πράγματα αρχή και τέλος; Με αυτήν την ερώτηση, ωστόσο, η φιλοσοφική συζήτηση υπερβαίνει κατά πολύ τα όρια του μαθήματος των μαθηματικών. Αυτό θα μπορούσε να αποτελέσει λόγο να μην επιτραπεί η συζήτηση;

Και αυτό το παράδειγμα καθιστά σαφές, ότι τα παιδιά μπορούν να θίξουν δύσκολες ερωτήσεις με αφορμή μια παρουσίαση ή ένα φαινόμενο, σε αυτήν την περίπτωση την αναπαραγωγή των κουνελιών. Μαθαίνουν τις μεθόδους της επιστήμης, ενώ ταυτόχρονα μαθαίνουν να αξιολογούν ποιοτικά και να αναλύουν κριτικά αυτές τις μεθόδους. Επιπλέον, τα παιδιά καλούνται να εκτελέσουν στο μάθημα των μαθηματικών πολλαπλές, τυπικά λογικές πράξεις. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά διευρύνουν τις λογικές τους δεξιότητες. Η συγχώνευση του λογικού και του συναισθηματικού (βλ. «αγαπημένους αριθμούς») με το αντικείμενο μπορεί να παρέχει στην ίδια εμπειρία συγκεκριμένο βάθος και επίπεδο. Συνολικά, προκύπτει μια κουλτούρα περισυλλογής, η οποία εξαρτάται από μια βασική στάση ερωτημάτων και αναζήτησης.

Εάν οι επιστήμες κινούνταν μόνο σε επίπεδο αφηρημένων εννοιών, ενδεχομένως να ήταν δύσκολο να βρεθεί κάτι που να επιδέχεται διερεύνηση, να είναι πολυσήμαντο ή να αποτελεί αφορμή φιλοσοφικής συζήτησης. Όμως ο δρόμος προς αυτήν την κατεύθυνση έχει κατεξοχήν φιλοσοφικά χαρακτηριστικά: «Φιλοσοφική συζήτηση σημαίνει, να είμαστε καθ’ οδόν!» (Jaspers 1989).

«Όταν τόσο η Φιλοσοφία όσο και η μόρφωση έχουν ως στόχο τη «σύνεση», τότε ο ισχυρισμός ότι κατά βάση η πραγματική Φιλοσοφία είναι επιμορφωτική και η αληθινή μόρφωση είναι φιλοσοφική δε θα ακουστεί παράλογος» (Lipman 1988). Και: Όποιος μορφώνεται αποσκοπεί στο να γίνει κάτι, επιδιώκει να αποκτήσει μια συγκεκριμένη θέση στον κόσμο (βλ. Bieri 2017). Αυτό μπορεί πράγματι να συμβεί, και ειδικά στο μάθημα των μαθηματικών.

**Βιβλιογραφία**

Bieri, Peter: Wie wäre es, gebildet zu sein? Μόναχο, Γερμανία 2017

Damm, Antje: Ist 7 viel? Φρανκφούρτη, Γερμανία 2003

Eggimann, Ernst: Die Landschaft des Schülers. Ζυρίχη, Ελβετία 1973

Ifrah, Georges: Universalgeschichte der Zahlen. Φρανκφούρτη, Γερμανία 1993

Jaspers, Karl: Einführung in die Philosophie (1953). Μόναχο, Γερμανία 1989

Krauthausen, Günter: Lieblingszahlen – eine Internet-Befragung. Σε: [www.liezah.uni-hamburg.de:Lieblingszahlen](http://www.liezah.uni-hamburg.de:Lieblingszahlen)

Krauthausen, Günter: Wie groß ist unendlich? Σε: Grundschule, Τεύχος12/2008, σελ. 25/26

Lipman, Matthew: Philosophy goes to school. Φιλαδέλφεια, ΗΠΑ 1988

Postman, Neil: Die zweite Aufklärung. Βερολίνο, Γερμανία 2001.

Rumpf, Horst: Wagenschein. Σε: Forum Pädagogik, Τεύχος 3/1990, σελ. 108 – 112

Rütimann, Hansheinrich: Sprachentdecker. Eine Grammatik-Werkstatt. Βέρνη, Ελβετία 1993

Yogeshwar, Ranga: Vorwort. Σε: Hartmut Spiegel / Christoph Selter: Kinder und Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten. Ζέελτσε-Βέλμπερ, Γερμανία 2003