La-Grange nous a donné, dans le principe des vitesses virtuelles, une méthode aussi générale que rigoureuse, pour mettre en équation les problèmes de mécanique. Parmi les belles applications qu'il en a fait, il a résolu dans toute sa généralité le problème de l'équilibre de plusieurs points qui se tiennent par des fils flexibles et inextensibles ; mais quant au problème des surfaces, pareillement flexibles et inextensibles, il ne l'a résolu que pour le cas seulement de l'invariabilité de l’élément de la surface, sans aucune autre condition. (Mécanique analytique, 2.de édition, tom. 1 pag. 102).

Cette condition de l’invariabilité de l'élément doit nécessairement avoir lieu, quelque soit en général le système de la surface en équilibre, et la position des axes arbitraires ; cependant il n'en résulte pas une solution générale du problème à cause que cette condition doit y être modifiée suivant les circonstances particulières du système ; si, par exemple, le système est tel, que la surface n`éprouve de tension que dans un sens, il suffira d'exprimer l`inextensibilité de la surface dans le sens de cette tension.

M. Poisson, dans un excellent mémoire lu à l`Institut le 1.er août 1814 sur les surfaces élastiques, a fait voir que la condition de l'invariabilité de l'élément, sans aucune autre condition, revient à supposer que chaque élément de la surface est également tendu dans tous les sens ; le même auteur remarque qu'une surface peut très bien demeurer en équilibre sans que pour cela ses éléments soient également tendus dans toutes les directions. On conçoit en effet qu'un élément de la surface pourrait n’être aucunement tendu dans un sens, et éprouver au contraire une tension très forte dans un sens perpendiculaire au premier. Si on suppose, par exemple, une surface en équilibre, sollicitée uniquement par la gravité, et suspendue à la circonférence d'un cercle fixé horizontalement, il est clair que les élémens de cette surface n'éprouveront qu'une simple tension dans le sens des méridiens ou de la courbe génératrice.

Qu'on suppose de même un rectangle formé d'une toile flexible et inextensible suspendu par deux de ses côtés opposés à deux droites fixes horizontales et parallèles, il est évident que cette toile, sollicitée uniquement par la gravité, formera une portion de cylindre horizontal dont la section perpendiculaire à ses arêtes sera une chaînette ordinaire ; cette surface n’éprouvera aucune tension dans le sens des arêtes horizontales, mais seulement une tension dans le sens des sections perpendiculaires à ses arêtes.

Il suit de-là que la solution de La-Grange ne peut s’appliquer qu’à des cas particuliers ; le problème qu'il a résolu peut s'énoncer ainsi : trouver l'équation d'équilibre d'une surface sollicitée par autant de forces qu'on voudra, la condition du système étant que chaque élément de la surface se trouve également tendu dans tous les sens.

M. Poisson après avoir considéré la surface partagée en une infinité d'élémens infiniment petits, par des plans respectivement parallèles aux plans des *xz*, *yz*, suppose que chaque élément est sollicité par trois forces *X*, *Y*, *Z* parallèlement aux trois axes des *x*, *y*, *z*, et de plus par deux tensions respectivement perpendiculaires aux côtés adjacens de l'élément, provenantes de la liaison des parties de la surface ; alors il peut considérer le système comme libre, et par une méthode très-élégante fondée sur les premiers principes de la statique, il en déduit l’équation, ou les équations de l’équilibre. Il est clair que cette solution renferme implicitement la condition que chaque élément de la surface est inextensible dans le sens des tensions supposées.